

НАУКА и ТЕХНИКА



Science and Technique V. 16, No 4 (2017)

**Международный
научно-технический журнал**

**International
Scientific and Technical Journal**

**Серия 2. Строительство
Серия 5. Естественные науки**

**Series 2. Civil and Industrial Engineering
Series 5. Natural Sciences**

Издается с января 2002 года
Периодичность издания – один раз в два месяца

Published from January 2002
Publication frequency – bimonthly

Учредитель
Белорусский национальный
технический университет

Founder
Belarusian National
Technical University

Журнал включен в базы данных:

Web of Science Core Collection (ESCI), EBSCO, DOAJ, WorldCat,
OpenAIRE, Google Scholar, РИНЦ, ЭБС «Лань», НЭБ «КиберЛенинка», Соционет

The Journal is included in the following databases:

Web of Science Core Collection (ESCI), EBSCO, DOAJ, WorldCat,
OpenAIRE, Google Scholar, RISC, Lan, CyberLeninka, Socionet

СОДЕРЖАНИЕ

Строительство

- Щербач Е. С., Потаев Г. А.**
Особенности формирования и развития районов
жилой застройки в пригородных зонах
крупных городов Беларуси 275
- Пшембаев М. К., Ковалев Я. Н., Шевчук Л. И.**
Анализ напряженного состояния
поверхностного слоя дорожных бетонных
покрытий при температурном воздействии 282
- Снежков Д. Ю., Леонович С. Н.**
Мультиволновой ультразвуковой контроль бетона 289
- Михневич Э. И.**
Методика гидравлического расчета
обвалования рек и определения параметров
оградительных дамб 298
- Осипов С. Н.**
Влияние стохастических характеристик
свойств материалов, изделий и процессов
на оценку нормативных параметров 304
- Александров Д. Ю.**
Перспективы применения
комплексно-модифицированного песчаного
асфальтобетона в дорожном строительстве 315
- Рутковский М. А.**
Гелиосистемы жилых домов
для эксплуатационных условий
Республики Беларусь 324

CONTENTS

Civil and Industrial Engineering

- Shcharbach Ya. S., Potaev G. A.**
Specific Features in Building and Development
of Residential Area in Suburbs
of Largest Belarusian Cities 275
- Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Shevchuk L. I.**
Analysis of Stress State
in Upper Layer of Road Concrete Pavement
with Temperature Action 282
- Snezhkov D. Yu., Leonovich S. N.**
Multi-Wave Ultrasonic Control of Concrete 289
- Mikhnevich E. I.**
Methodology for Hydraulic Calculation
of River Regulation and Determination
of Dike Parameters 298
- Osipov S. N.**
Influence of Stochastic Characteristics
of Properties for Materials, Products and Processes
on Evaluation of Regulatory Parameters 304
- Alexandrov D. Yu.**
Prospects for Application
of Complex-Modified Sand Asphalt Concrete
in Road Construction 315
- Rutkowski M. A.**
Solar Systems for Residential Buildings
in Accordance with Operating Conditions
of the Republic of Belarus 324

Естественные науки

- Василевич Ю. В., Остриков О. М.**
Условие равновесия остаточного
краевого клиновидного нанодвойника
в постдеформированном твердом теле 335
- Мелешко И. Н., Нифонтова Д. А., Сорокин В. В.**
К приближенному интегрированию
сильно осциллирующих функций 343
- Покатилов А. Е., Киркор М. А., Ильенков В. И.**
Динамическое усиление движения
биомеханической системы 348
- Гундина М. А.**
Энергетические инварианты
в теории упругопластических трещин 355

Natural Sciences

- Vasilevich Yu. V., Ostrikov O. M.**
Equilibrium Condition
of Residual Edge Wedge-Type Nanotwin
in Post-Deformed Solid Body 335
- Melashko I. N., Nifontova D. A., Sorokin U. U.**
Approximate Integration
of Highly Oscillating Functions 343
- Pokatilov A. E., Kirkor M. A., Ilenkov V. I.**
Dynamic Magnification
of Biomechanical System Motion 348
- Hundzina M. A.**
Energy Invariants in Theory
of Elastoplastic Cracks 355

Главный редактор
Борис Михайлович Хрусталеv

Редакционная коллегия

- В. В. БАБИЦКИЙ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- В. Г. БАШТОВОЙ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- А. В. БЕЛЫЙ (Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),*
- В. П. БОЙКОВ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- С. В. БОСАКОВ (Республиканское унитарное предприятие по строительству «Институт БелНИИС», Минск, Республика Беларусь),*
- Ю. В. ВАСИЛЕВИЧ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- О. Г. ДЕВОЙНО (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- К. В. ДОБРЕГО (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- П. И. ДЯЧЕК (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),*
- М. З. ЗГУРОВСКИЙ (Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина),*

Editor-in-Chief
Boris M. Khroustalev

Editorial Board

- V. V. BABITSKY (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- V. G. BASHTOVOI (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- A. V. BYELI (Physical-Technical Institute of National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),*
- V. P. BOYKOV (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- S. V. BOSAKOV (Republican Unitary Scientific-Research Enterprise for Construction “Institute BelNIIS”, Minsk, Republic of Belarus),*
- Yu. V. VASILEVICH (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- O. G. DEVOINO (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- K. V. DOBREGO (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- P. I. DYACHEK (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),*
- M. Z. ZGUROVSKY (National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kiev, Ukraine),*

- Р. Б. ИВУТЬ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- А. С. КАЛИНИЧЕНКО* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь) (заместитель главного редактора),
- М. Г. КИСЕЛЕВ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- Я. Н. КОВАЛЕВ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- В. В. КОЗЛОВСКИЙ* (Минский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», Минск, Республика Беларусь),
- В. М. КОНСТАНТИНОВ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- Н. В. КУЛЕШОВ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- С. Н. ЛЕОНОВИЧ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- С. А. МАСКЕВИЧ* (Международный государственный экологический институт имени А. Д. Сахарова Белорусского государственного университета, Минск, Республика Беларусь),
- Э. И. МИХНЕВИЧ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- НГУЕН ТХУ НГА* (Научный энергетический институт Вьетнамской академии наук и технологий, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам),
- М. ОПЕЛЯК* (Технический университет «Люблинская политехника», Люблин, Республика Польша),
- О. Г. ПЕНЯЗЬКОВ* (Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
- Г. А. ПОТАЕВ* (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- О. П. РЕУТ* (Филиал БНТУ «Институт повышения квалификации и переподготовки кадров по новым направлениям развития техники, технологии и экономики», Минск, Республика Беларусь),
- R. B. IVUT* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- A. S. KALINICHENKO* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus) (Deputy Editor-in-Chief),
- M. G. KISELEV* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- Ya. N. KOVALEV* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- V. V. KOZLOVSKIY* (Minsk Branch of Plekhanov Russian University of Economics, Minsk, Republic of Belarus),
- V. M. KONSTANTINOV* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- N. V. KULESHOV* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- S. N. LEONOVICH* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- S. A. MASKEVICH* (International Sakharov Environmental Institute of Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus),
- E. I. MIHNEVICH* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- NGUYEN THU NGA* (Institute of Energy Science of the Vietnam Academy of Science and Technology, Hanoi, Republic of Vietnam),
- M. OPELYAK* (Lublin University of Technology “Politechnika Lubelska”, Lublin, Republic of Poland),
- O. G. PENYAZKOV* (A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
- G. A. POTAEV* (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- O. P. REUT* (Branch of the BNTU “Institute of Advanced Training and Retraining for New Areas of Engineering, Technology and Economy”, Minsk, Republic of Belarus),

Ф. А. РОМАНИЮК (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
И. И. СЕРГЕЙ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
В. Л. СОЛОМАХО (Республиканский институт инновационных технологий Белорусского национального технического университета, Минск, Республика Беларусь),
С. А. ЧИЖИК (Национальная академия наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
А. Н. ЧИЧКО (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
В. К. ШЕЛЕГ (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
Й. ЭБЕРХАРДШТАЙНЕР (Венский технический университет, Вена, Австрия),
Б. А. ЯКИМОВИЧ (Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Российская Федерация)

F. A. ROMANIUK (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
I. I. SERGEY (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
V. L. SOLOMAKHO (Republic Institute of Innovative Technologies of the Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
S. A. CHIZHIK (The National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
A. N. CHICHKO (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
V. K. SHELEG (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
J. EBERHARDSTEINER (Vienna University of Technology, Vienna, Austria),
B. A. YAKIMOVICH (M. T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation)

Ответственный секретарь редакции

В. Н. Гурьянчик

Адрес редакции

Белорусский национальный технический университет
пр. Независимости, 65, корп. 2, комн. 327
220013, г. Минск, Республика Беларусь

Тел. +375 17 292-65-14

E-mail: sat@bntu.by

<http://sat.bntu.by>

Executive Secretary of Editorial Staff

V. N. Guryanchyk

Address

Belarusian National Technical University
Nezavisimosty Avenue, 65, Building 2, Room 327
220013, Minsk, Republic of Belarus

Tel. +375 17 292-65-14

E-mail: sat@bntu.by

<http://sat.bntu.by>

Перерегистрировано в Министерстве информации Республики Беларусь 19 декабря 2011 г.

Регистрационный номер 285

С 2002 г. издание выходило под названием «Вестник БНТУ»

ISSN 2227-1031. Подписные индексы 00662, 006622

Подписано в печать 25.07.2017. Формат бумаги 60×84 1/8. Бумага мелованная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 10,70. Уч.-изд. л. 4,18. Тираж 150 экз. Дата выхода в свет 17.08.2017. Заказ № 556.

Отпечатано в БНТУ. Лицензия ЛП № 02330/74 от 03.03.2014.
220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

© Белорусский национальный технический университет, 2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-275-281

УДК 71 (075.32)

Особенности формирования и развития районов жилой застройки в пригородных зонах крупных городов Беларуси

Асп. Е. С. Щербач¹⁾, докт. архит., проф. Г. А. Потаев¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Определены и систематизированы наиболее актуальные для дальнейшего изучения процессов, происходящих в районах жилой застройки, пригородные зоны крупных городов Беларуси. Рассмотрены: современные процессы трансформации и развития районов жилой застройки на исследуемых территориях; фактические изменения, происходящие в типологии жилищ и составе жителей пригородных зон; проблемы инфраструктурного обустройства пригородных территорий, сохранения и развития рекреационной и экологической функций пригородных зон крупных городов. Изложена гипотеза возможности усовершенствования работы системы расселения за счет использования цифровых технологий, дана характеристика архитектурно-художественному состоянию жилой среды. Основные методы исследования – натурные обследования, анализ статистических данных, проектной и нормативной документации. В результате выявлено, что для определения реальных потребностей в школах, детских садах, других объектах общественного обслуживания необходимо детальное изучение состава жителей поселений. Для упорядочения застройки пригородных территорий крупных городов Беларуси требуется разработка градостроительных регламентов, учитывающих реально складывающуюся типологию жилых зданий и состав жителей. Происходящие процессы трансформации традиционного расселения в пригородных зонах крупных городов нуждаются в разработке новых требований к их инфраструктурному обустройству. Требуется усовершенствование системы мониторинга и реагирования на запросы населения и возникающие проблемные ситуации. Имеются условия для формирования активных сообществ жителей пригородных территорий. Необходимо согласованное развитие всех форм и видов использования пригородных зон крупных городов. Для эффективного выполнения пригородными территориями рекреационной и экологической функций нужно формировать, развивать и сохранять сети ландшафтно-рекреационных территорий.

Ключевые слова: жилая среда, типология жилищ, инфраструктурное обустройство, маятниковая миграция, экология, рекреация, «пригород будущего», цифровые технологии

Для цитирования: Щербач, Е. С. Особенности формирования и развития районов жилой застройки в пригородных зонах крупных городов Беларуси / Е. С. Щербач, Г. А. Потаев // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 275–281. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-275-281

Specific Features in Building and Development of Residential Area in Suburbs of Largest Belarusian Cities

Ya. S. Shcharbach¹⁾, G. A. Potaev¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The most challenging processes to be investigated further which are occurring in residential areas, suburbs in the largest Belarusian cities have been determined and systematized in the paper. The paper considers modern processes of transformation and development of residential areas on the studied territories; ongoing changes in the typology of dwellings and inhabitant composition of the suburban zones; problems pertaining to infrastructure development of suburban territories; preservation and improvement of recreational and ecological functions of the suburban zones in the largest cities. The paper

Адрес для переписки

Потаев Георгий Александрович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 265-95-67
grado@bntu.by

Address for correspondence

Potaev Georgiy A.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 265-95-67
grado@bntu.by

presents a hypothesis on the possibility to modernize an urbanized region while using digital technologies and it also provides architectural and artistic characteristics of the residential environment. The main research methods are the following: field surveys; analysis of statistical data, project and regulatory documentation. So it has been revealed that it is necessary to carry out a detailed study of inhabitant composition in the settlements in order to determine their actual requirements in schools, kindergartens, and other facilities of public services. Development of town planning regulations taking into account actual typology of residential buildings and inhabitant composition is required for organization of suburban areas in the largest Belarusian cities. Current transformation processes of traditional settlement in the suburban zones of large cities are in need to have new requirements to their infrastructure development. It is necessary to improve a monitoring system and respond to population requirements and emerging problems. Nowadays there are conditions for formation of active population communities on the suburban territories. It is necessary to execute a coordinated development of all forms and types of suburban zones in the largest cities. The paper recommends to form, develop and preserve landscape and recreational areas in order to ensure an efficient recreational and ecological functions of the suburban zones.

Keywords: residential area, typology of dwellings, infrastructure development, floating migration, ecology, recreation, “suburb of the future”, digital technologies

For citation: Shcharbach Ya. S., Potaev G. A. (2017) Specific Features in Building and Development of Residential Area in Suburbs of Largest Belarusian Cities. *Science and Technique*. 16 (4), 275–281. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-275-281 (in Russian)

Введение

Крупный город и его пригородная зона представляют собой единое территориальное образование. На пригородных территориях существуют жилые дома сельских жителей и садово-дачные участки горожан, объекты малого бизнеса, производственные предприятия и склады, рекреационные объекты и зоны отдыха, объекты и сети коммунального, энергетического, транспортного хозяйства, другие объекты жизнеобеспечения городов. При этом в пригородной зоне живет население, которое нуждается в экономическом и социально-культурном потенциале крупного города. Возрастают объемы маятниковой миграции, усиливаются несельскохозяйственные функции пригородных поселений.

Современное состояние пригородных зон крупных городов Беларуси характеризуется активными трансформациями. Поселения пригородных зон растут и видоизменяются. Строятся новые жилые районы малоэтажной застройки, реконструируется существующее жилье [1]. Все это вызывает потребность в том, чтобы исследовать происходящие процессы и разработать научно обоснованные предложения по совершенствованию архитектурно-градостроительной организации пригородных территорий крупных городов Беларуси.

Новые типы жилищ

До 1990-х гг. в пригородных зонах крупных городов Беларуси преобладала традиционная усадебная жилая застройка сельских жителей.

К настоящему времени построены большие объемы жилой застройки горожан – как усадебной, так и многоквартирной (рис. 1, 2).



Рис. 1. Пример размещения многоквартирной жилой застройки городского типа в сельских поселениях пригородной зоны Минска – деревне Сенице

Fig. 1. Example of location for urban-style block of flats in rural settlements of Minsk suburban zone, village Senitsa

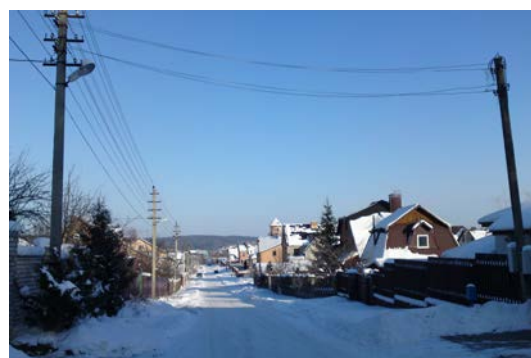


Рис. 2. Разнотипная жилая застройка с низкими эстетическими качествами в пригородной зоне Минска – поселке Раубичи

Fig. 2. Residential development of different styles with low aesthetic qualities in Minsk suburban zone, township Raubichi

В пригородных зонах крупных городов появились новые типы жилищ. Например, на одном или двух участках строится блокированный дом. Но это не дом на две квартиры, как предусмотрено градостроительной документацией, а трех-, четырехэтажный дом с двумя входами и двумя лестничными клетками, на каждую из которых выходят три-четыре, а то и шесть-восемь квартир. И это не стандартный многоквартирный дом, а более комфортное жилье, так как имеются приусадебный участок, огороженные парковки для соседей, знающих друг друга. Однако в градостроительной проектной документации нагрузки на электричество, канализацию и водоснабжение планировали исходя из одной квартиры на участке, а когда там оказывается 12–16 семей и когда таких домов не один, а несколько, мы имеем совершенно другие нагрузки на инженерные сети.

Другой пример: запроектирована улица с участками усадебной застройки. По проекту дома находятся в середине участков с отступом 3 м от границы, хозяйственные постройки компактно расположены в смежных углах участков с отступом 1 м от границы. Но у владельца участка мало денег на строительство полноценного дома, он строит сарайчик и постепенно увеличивает его, а потом решает, что ему достаточно этого пространства для жизни. В итоге хозяйственная постройка, расположенная в метре от границы участка, по факту становится жилым домом.

Есть примеры, когда среди усадебной застройки с нарушением норм строятся дома площадью 1000 м², занимающие свой участок от одной до другой границы. Нередко участки с подобными нарушениями оказываются соседними.

Это примеры, когда градостроительные проекты отсутствуют и застройщики нарушают действующие нормы. Однако и реализация комплексных проектов усадебной жилой застройки редко обходится без проблем. Например, поселок «Стимово», расположенный на выезде из Бреста по направлению к Минску (проект архитектурной мастерской А. Андреюка), был запроектирован и построен как единая объемно-пространственная композиция, с цветовыми решениями фасадов зданий, кровельными покрытиями и т. п. При продаже домов

с участками покупателям не было поставлено никаких условий и требований по соблюдению градостроительных регламентов. В результате после покупки домов многие новые владельцы начали переустраивать участки, изменять отделку зданий, кровли, огораживать участки по своему усмотрению, добавлять навесы для машин, изменяя облик поселка. В итоге эстетическая составляющая проектного решения, которая на стадии продажи повышала стоимость жилищ и статус поселка в целом, значительно ухудшена.

Новый состав жителей пригородных зон

Происходят существенные перемены и в укладе жизни людей, усложняется структура населения – как в отношении уровня доходов, так и по видам занятости. Скачок в развитии средств коммуникаций – информационных и транспортных – в сочетании с развитием технологий производства позволяет все большему количеству людей, занятых в интеллектуальной и творческой сфере, работать и получать образование дистанционно. Как правило, это наиболее талантливая и перспективная молодежь, в привлечении которой заинтересован любой развивающийся город. Как следствие, рабочие места появляются прямо в жилых районах, это ведет к сокращению необходимости ежедневно совершать поездки к местам приложения труда. В то же время увеличивается потребность в высоком качестве жилой среды.

В результате определенная часть населения получила возможность более свободно выбирать место жительства как в городах, так и за их пределами. Часто местом жительства для людей, работающих дистанционно, становятся именно пригородные территории крупных городов. Это обусловлено хорошей экологической обстановкой в сочетании с возможностью пользоваться преимуществами близкорасположенного города.

Интересным примером жилья для людей, работающих дистанционно, являются дома для творческой молодежи в деревне Ходосы, расположенной недалеко от Жабинки, запроектированные Т. Кескевич и Е. Ляшуком. Несколько молодых семей из Бреста организовали совместную стройку и толокой, по очереди строят дома друг другу. Среди жителей есть видео-

оператор, художник, дизайнер, программист. Получается небольшой поселок с высоким качеством среды. По словам жителей поселка, решающую роль в выборе участка сыграли низкая стоимость земли, расположение недалеко от трассы М1, в 20 км от Бреста, и то, что земля входит в природоохранную зону санатория «Буг». Застраиваемый участок не примыкает вплотную к существующему поселению и во многом является автономным. Имеются электроснабжение и гравийная дорога, расчистку снега на которой жители производят самостоятельно [2].

Такая тенденция наиболее интересна в контексте развития несырьевых отраслей экономики. Квалифицированные специалисты становятся основным стимулятором экономической активности. К примеру, по результатам опроса предпринимателей США¹, решающим фактором для развития бизнеса является наличие людских ресурсов. Так, по признанию 31 % респондентов, талантливая и образованная молодежь, которая может стать сотрудниками их компаний, – это основной бизнес-ресурс, 20 % опрошенных заинтересованы в молодежи технических специальностей. Вторым значимым фактором является географическая близость или удобные транспортные связи с крупным городом (отметили 21 % респондентов) [3].

Проблемы инфраструктурного обустройства пригородных территорий

Эффективное функционирование пригородных территорий связано с увеличением интенсивности движения пассажирского и грузового транспорта и необходимостью соответствующего развития транспортной сети: повышением плотности и пропускной способности автомагистралей и дорог местного значения, созданием транспортных обходов поселений, развитием объектов придорожного сервиса и попутного обслуживания (рис. 3). В большинстве случаев новая жилая застройка не обеспечена необходимой инженерной инфраструктурой. Например, водоснабжение многие владельцы индивидуальных жилых домов организуют самостоятельно путем бурения скважин; преоб-

ладает местная канализация, отсутствует необходимая очистка стоков, что приводит к загрязнению подземных грунтовых вод. Такое положение вещей наблюдалось и раньше, но проблема приобрела более серьезный характер в связи с разрастанием территорий усадебной застройки.



Рис. 3. Один из объектов придорожного сервиса и попутного обслуживания на автомагистрали Минск – Слуцк в пригородной зоне Минска

Fig. 3. One of objects for roadside assistance and associated services on Minsk – Slutsk highway in Minsk suburban zone

Пригородные поселения привлекательны не только для проживания, но и для ведения малого бизнеса. Развитие технологий производства привело к тому, что для выпуска достаточно большого количества видов продукции требуются относительно небольшие производственные площади, а технологические процессы становятся более экологичными. В сочетании с меньшей, по сравнению с городом, стоимостью земли это привлекает в пригородные поселения предпринимателей, которые размещают производственные объекты на жилых территориях. А это зачастую создает повышенный уровень шума, усиливает движение грузового транспорта на жилых территориях.

Во многих пригородных сельских поселениях владельцы жилых домов либо формально становятся сельскими жителями (получив дом в наследство, купив или построив дом), либо остаются горожанами, имеют квартиру в городе и используют пригородные дома и участки как второе жилье. Нередким примером является строительство полноценного жилья горожан на дачных участках [4]. Причем, как правило, новыми жителями дачных поселков становятся молодые семьи с детьми.

Требования новых жителей пригорода к дому, участку, объектам обслуживания суще-

¹ Опрос проведен некоммерческим консалтинговым агентством Endeavor Insight в 2014 г.

ственно отличаются от требований сельских жителей и участников дачных кооперативов. Только детальное изучение состава жителей поселений пригородных зон позволит определить реальные потребности в школах, детских садах, других объектах общественного обслуживания.

Эстетические качества жилой среды

Актуальность обеспечения высокого уровня инфраструктурного обустройства и достаточного количества рабочих мест не вызывает сомнений, но изучение опыта развитых стран говорит о необходимости обеспечить на стадии проектирования возможность значительного улучшения качества жилой среды в будущем. Парки, велодорожки, общественные пространства и прочие удобства – это роскошь. Как правило, при быстром росте пригородных районов, когда новые поселенцы ориентированы на использование инфраструктуры города, ведущую роль играют квадратные метры жилой площади. Но с удовлетворением базовых потребностей население начинает стремиться к увеличению автономии и комфорта. Актуализируются потребности более высокого уровня.

В 2014 г. среди 27 тыс. жителей США был проведен опрос о влиянии места жительства на качество жизни². Исследовалось влияние таких факторов, как доход, образование, профессия, возраст, на то, что человек ценит в своем месте жительства. В результате вторым по значимости после обеспечения базовых услуг являются высокие эстетические качества среды [5].

Еще более интересно исследование о количественном определении воздействия живописной среды на здоровье, проведенное в Уорикском университете (Великобритания) в 2015 г. Сравнив данные опроса о качестве архитектуры практически во всех населенных пунктах страны с данными о состоянии здоровья населения, исследователи пришли к выводу, что хорошая архитектурная среда действительно улучшает здоровье людей [6].

Большинство существующих районов жилой застройки пригородных зон имеют низкие архитектурно-художественные качества.

Отсутствуют комплексность и единые стилевые решения. Часто размеры кварталов и самих районов не рассчитаны на пешеходный масштаб. Имеют место зоны сплошной усадебной застройки с монотонной, однообразной застройкой низкого качества. Как правило, в них нет какой-либо системы ориентирования, за исключением названия улиц. Вызывает вопросы и планировочная структура кварталов. Нередко новые районы добавляются к существующей застройке без учета сложившейся планировочной ситуации и без расчета на дальнейший рост.

«Пригород будущего»

Можем ли мы предвидеть, какие изменения ожидают районы малоэтажной застройки в будущем и на стадии проектных работ заложить основу гармоничного развития районов? Современные города ориентированы на обеспечение комфортного проживания самых разных слоев общества. Растет необходимость предоставления большого выбора форматов проживания. Даже при проектировании типового жилья должна быть предусмотрена возможность индивидуализации.

Индивидуализируются потребности населения, растет выбор мест приложения труда и отдыха, спрос на дополнительное и специфическое образование. В итоге процессы управления и развития городских территорий усложняются. Возникает необходимость создания эффективной системы мониторинга и реагирования на запросы населения и появляющиеся проблемные ситуации.

Одним из решений этой задачи может стать использование инновационных цифровых технологий. В зарубежной градостроительной практике на формирование застройки и работу систем расселения все большее влияние оказывают новые технологии. Кажется, что при нынешней экономической ситуации и при наличии вышеперечисленных проблем рано говорить о внедрении инноваций, но такое игнорирование таит опасность потери конкурентоспособности наших городов. К примеру, существующий в Беларуси уровень развития и распространения информационных и коммуникационных технологий позволяет сегодня использовать их как инструмент для реше-

² «Опрос о месте и счастье», проведен командой Ричарда Флориды.

ния градостроительных задач. Уже сейчас мы можем с помощью геолокации или информации, имеющейся у мобильных операторов, наладить систему регулирования транспортных потоков между городом и пригородом.

Дешевизна и большой выбор способов дистанционного общения делает возможным создание сообществ жильцов пригородных территорий и их дальнейшую эффективную работу. Подробного изучения требует мировой опыт использования цифровых технологий для улучшения качества жилой среды и налаживания эффективной совместной работы городских и пригородных территорий.

Как сохранить рекреационную и экологическую функции пригородных территорий?

Важной составной частью пригородных зон крупных городов является их зеленая зона – прилегающая к городу территория, преимущественно занятая лесами, лесопарками и другими зелеными насаждениями и предназначенная для организации отдыха населения и улучшения санитарно-гигиенического состояния городской среды (рис. 4).

Площадь лесов зеленой зоны города, предназначенных для формирования ландшафтно-рекреационных территорий, принимается в расчете на одного человека: для крупнейших городов – 250 м², для крупных – 200 м²,

для больших – 150 м², для средних – 100 м², для малых городских поселений – 70 м² [7–10]. Повышение плотности застройки пригородных зон крупных городов, особенно многоэтажными многоквартирными жилыми домами, создает высокие рекреационные нагрузки на прилегающие ландшафты, снижая их рекреационные и экологические качества. Необходимо согласованное развитие всех форм и видов использования пригородных зон крупных городов.

ВЫВОДЫ

1. Для упорядочения застройки пригородных территорий крупных городов Беларуси требуется разработка градостроительных регламентов, учитывающих реально складывающуюся типологию жилых зданий и состав жителей.

2. Происходящие процессы трансформации традиционного расселения в пригородных зонах крупных городов нуждаются в разработке новых требований к их инфраструктурному обустройству.

3. Одна из важнейших задач архитектурно-градостроительной организации пригородных зон крупных городов – эффективное выполнение ими рекреационной и экологической функций, для чего необходимо формирование и развитие сети ландшафтно-рекреационных территорий.



Рис. 4. Ландшафтно-рекреационная территория – спортивный комплекс Раубичи в пригородной зоне Минска

Fig. 4. Landscape and recreational territory, sports complex Raubichi in Minsk suburban zone

ЛИТЕРАТУРА

1. Статистический ежегодник Республики Беларусь / Нац. стат. комитет Респ. Беларусь; редкол.: И. В. Медведева [и др.]. Минск: РУП «Информационно-вычислительный центр Национального статистического комитета Респ. Беларусь», 2016. 519 с.
2. Хокимова, А. Под куполом креатива [Электронный ресурс] / А. Хокимова // Вечерний Брест. 2016. Режим доступа: <http://www.vb.by/society/26791.html>. Дата доступа: 06.01.2017.
3. Чубара, Л. Таланты, а не налоговые льготы: американские бизнесмены рассказали, что им нужно от города [Электронный ресурс] / Л. Чубара // Интернет-издание об оптимальной организации городского пространства. 2014. Режим доступа: <http://urbanurban.ru/blog/space/366/Talanty-a-ne-nalogovye-lgoty-amerikanskije-biznesmeny-rasskazali-chto-im-nuzhno-ot-goroda>. Дата доступа: 06.01.2017.
4. Градошко, Н. Отказавшись от съемного жилья, минчанин переехал на дачу [Электронный ресурс] / Н. Градошко // Белорусский новостной портал Onliner. 2016. Режим доступа: <https://realt.onliner.by/2016/08/17/dom-104#comments>. Дата доступа: 06.01.2017.
5. Флорида, Р. Кто твой город? Креативная экономика и выбор места жительства / Р. Флорида; пер. с англ. М.: Strelka Press, 2014. 368 с.
6. Чануки, С. Исследование количественной оценки влияния живописной среды на здоровье [Электронный ресурс] / С. Чануки // Scientific Reports. 2015. Режим доступа: <http://www.nature.com/articles/srep16899>. Дата доступа: 06.01.2017.
7. Градостроительство. Населенные пункты. Нормы планировки и застройки: ТКП 45-3.01-116-2008 (02250). Минск: Минстройархитектуры, 2008. 40 с.
8. Потаев, Г. А. Градостроительство: теория и практика / Г. А. Потаев. М.: ФОРУМ; ИНФРА-М, 2014. 160 с.
9. Потаев, Г. А. Тенденции развития градостроительства / Г. А. Потаев. Минск: БНТУ, 2014. 222 с.
10. Потаев, Г. А. Планировка населенных мест / Г. А. Потаев. Минск: РИПО, 2015. 304 с.

Поступила 31.10.2016

Подписана в печать 06.02.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Medvedeva I. V. (ed.), National Statistical Committee of the Republic of Belarus (2016) *Statistical Yearbook of the Republic of Belarus, 2016*. Minsk, Information and Computer Center of the National Statistical Committee of the Republic of Belarus. 519 (in Russian).
2. Hokimova A. (2016) Under the Dome of Creativity. *Vecherny Brest*. Available at: <http://www.vb.by/society/26791.html> (Accessed 6 January 2017) (in Russian).
3. Chubara L. (2014) Talents but Not Tax Benefits: American Businessmen Told What they Need from the City. *Internet Publication on Optimal Organization of Urban Space*. Available at: <http://urbanurban.ru/blog/space/366/Talanty-a-ne-nalogovye-lgoty-amerikanskije-biznesmeny-rasskazali-chto-im-nuzhno-ot-goroda> (Accessed 6 January 2017) (in Russian).
4. Gradyushko N. (2016) After Refusing to Rent an Accommodation Minsk Native Has Moved to a Country Cottage. *Belarusian News Portal "Onliner"*. Available at: <https://realt.onliner.by/2016/08/17/dom-104#comments> (Accessed 6 January 2017) (in Russian).
5. Florida R. (2008) *Who's your City: How the Creative Economy is Making Where to Live the Most Important Decision of your Life*. New York, NY, Basic Books, 2008. 374 (Russ. ed.: Florida R. *Kto Tvoi Gorod? Kreativnaya Ekonomika i Vybora Mesta Zhitel'stva*. Moscow, Strelka Press. 368).
6. Chanuki S. (2015) Investigations on Quantitative Evaluation of Scenically Attractive Environment Impact on Health. *Scientific Reports*. Available at: <http://www.nature.com/articles/srep16899> (Accessed 6 January 2017) (in Russian).
7. ТКП 45-3.01-116-2008 (02250). *Urban Planning. Settlements. Planning and Building Regulations*. Minsk, Publishing House "Minstroyarkhitektury", 2008. 40 (in Russian).
8. Potaev G. A. (2014) *Urban Planning: Theory and Practice*. Moscow, FORUM; INFRA-M Publ. 160 (in Russian).
9. Potaev G. A. (2014) *Tendencies in Urban Planning Development*. Minsk, Belarusian National Technical University. 222 (in Russian).
10. Potaev G. A. (2015) *Planning of Settlements*. Minsk, RIPO [Republican Institute for Vocational Education]. 304 (in Russian).

Received: 31.10.2016

Accepted: 06.02.2017

Published online: 28.07.2017

Анализ напряженного состояния поверхностного слоя дорожных бетонных покрытий при температурном воздействии

Канд. техн. наук М. К. Пшембаев¹⁾, докт. техн. наук, проф. Я. Н. Ковалев¹⁾,
канд. техн. наук, доц. Л. И. Шевчук¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Покрытия автомобильных дорог в процессе эксплуатации подвергаются интенсивным механическим воздействиям, ультрафиолетовому облучению, знакопеременным температурам (замораживанию и оттаиванию), высушиванию и увлажнению. В связи с этим на дорожном покрытии появляются повреждения различного вида. Наиболее характерный и опасный вид разрушений – микротрещины поверхностного слоя. Одна из основных причин их образования – воздействие погодно-климатических факторов, связанных со значительными изменениями температуры поверхности покрытия и появлением в верхнем слое больших градиентов температур. В связи с этим при проектировании и эксплуатации автомобильных дорог актуально исследование напряженного состояния дорожного покрытия, вызванного температурным воздействием. Цель исследований авторов – определение допустимых градиентов температур для цементобетонного дорожного покрытия, не допускающих образования микротрещин на их поверхности, и толщины поврежденного поверхностного слоя. Выполнены расчеты дорожного покрытия при различных законах распределения температуры по его глубине. Для исследования напряженного состояния цементобетонных покрытий автомобильных дорог использован конечно-разностный метод, реализованный в компьютерной программе PARUS. Получены закономерности распределения напряжений в цементобетонном покрытии автомобильных дорог при различных температурах поверхности. Установлены допустимые градиенты температуры в верхнем слое покрытия и дана оценка толщины слоя, в котором образуются микротрещины. При расчете использован критерий прочности, основанный на процессе образования и развития микротрещин в бетоне. Возможность появления микротрещин в дорожном покрытии зависит от прочности материала, условий закрепления плиты и градиентов температур.

Ключевые слова: температура, напряжения, прочность, цементобетон, дорожное покрытие, трещины, поверхностный слой

Для цитирования: Пшембаев, М. К. Анализ напряженного состояния поверхностного слоя дорожных бетонных покрытий при температурном воздействии / М. К. Пшембаев, Я. Н. Ковалев, Л. И. Шевчук // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 282–288. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-282-288

Analysis of Stress State in Upper Layer of Road Concrete Pavement with Temperature Action

М. К. Pshembaev¹⁾, Ya. N. Kovalev¹⁾, L. I. Shevchuk¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. While being operated auto-road pavements are subjected to intensive mechanical impacts, ultraviolet ray irradiation, freeze-thaw temperatures, freezing and thawing, drying and moistening. Due to these actions various types of pavement distresses appear on the road pavement. The most significant and dangerous type of distresses is micro-cracks on the road

Адрес для переписки

Ковалев Ярослав Никитич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 265-97-28
ftk75@bntu.by

Address for correspondence

Kovalev Yaroslav N.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 265-97-28
ftk75@bntu.by

surface. One of the main reasons for their formation is an action of weather and climatic factors that initiate large changes in temperature of coating surface and occurrence of large temperature gradients in the upper layer. In this context while designing and operating auto-roads it is rather essential to investigate a stress state in road surface which is caused by temperature action. Purpose of the described investigations is to determine permissible temperature gradients for cement-concrete pavements that exclude formation of micro-cracks on their surface and thickness of damaged surface layer. Calculations of road pavement have been carried out at various laws for temperature distribution in its depth. A finite difference method realized in PARUS software has been used for studying a stress state of cement-concrete auto-roads. Regularities for distribution of stresses in cement-concrete pavement of auto-roads have been obtained at various surface temperatures. Permissible temperature gradients in the upper pavement layer have been determined and thickness of the layer where micro-cracks are formed has been assessed in the paper. Strength criterion based on the process of micro-crack formation and development in the concrete has been used for calculations. Risk of micro-crack formation on the auto-road pavement depends on material strength, conditions of plate fixing and temperature gradients.

Keywords: temperature, stresses, strength, cement concrete, road pavement, cracks, surface layer

For citation: Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Shevchuk L. I. (2017) Analysis of Stress State in Upper Layer of Road Concrete Pavement with Temperature Action. *Science and Technique*. 16 (4), 282–288. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-282-288 (in Russian)

Введение

При устройстве дорог, на протяжении всего срока их эксплуатации, а также во время ремонта дорожные одежды подвергаются механическим воздействиям от транспортных средств, термическим воздействиям от сезонного изменения температуры, изгибу от кинематического воздействия за счет неравномерных осадок основания, периодических замерзаний и оттаиваний. Среди перечисленных факторов особое место занимает сезонное изменение температуры – годовое и суточное. Температурный режим во многом зависит от скорости и величины изменения температуры воздуха, а также от солнечной радиации [1].

В исследованиях ставилась задача расчета бетонных дорожных покрытий на температурные воздействия – определение условий теплового режима, который был бы безопасным для эксплуатации покрытия. Определено, что если параметры температурного режима превысят предельные значения, полученные расчетом, то в покрытии появятся микротрещины и с течением времени оно потеряет свои прочностные качества и несущую способность. Чтобы получить прочное, долговечное, экономически выгодное цементобетонное дорожное покрытие, недостаточно иметь только представление о его напряженном состоянии в зависимости от температурного воздействия. Требуется найти критерий прочности, позволяющий установить такие условия работы бетона, при которых в нем начинают образовываться микротрещины, являющиеся первопричиной его разрушения [2].

Для достоверности результатов расчета цементобетонного покрытия следует основываться на физических представлениях о процессе разрушения бетона. Этому вопросу посвящены исследования О. Я. Берга [3, 4], Б. Г. Скрамтаева [5], Н. В. Свечина [6], В. В. Михайлова [7].

Физические основы критерия прочности бетона

В качестве критерия прочности для бетона принято условие, предложенное О. Я. Бергом [3]. В исследованиях П. У. Бриджмена [8], А. А. Гвоздева [9], С. Д. Волкова [10, 11] подтверждается, что при сжатии бетонных образцов, по-разному сопротивляющихся сжатию и растяжению, процесс разрушения имеет сложный характер. Так, ими установлено увеличение объема образца за счет появления продольных микротрещин. Этот критерий образования микротрещин использован в исследованиях, изложенных в [2]. Результаты экспериментов подтверждают, что границу образования микротрещин при сжатии, соответствующую началу разрушения бетона, следует рассматривать как его основную характеристику.

Постановка задачи

Ставилась задача определения напряженного состояния дорожного покрытия от температурного воздействия. Рассматривали прямоугольный участок дорожного покрытия размерами 5,0×3,75 м в плане и толщиной 0,25 м. Учитывали самый невыгодный случай работы

участка дорожного покрытия, при котором считалось, что деформационные швы не могут деформироваться. Поэтому по краям участка покрытия принимали условия отсутствия горизонтальных перемещений. Для получения решения использовали метод конечных разностей [2].

Получены результаты расчета участка дорожного покрытия, изготовленного из различных классов бетона и при разных температурных режимах. Принимали: коэффициент поперечной деформации $\nu = 0,16$; коэффициент температурного расширения $\alpha = 14,5 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$; коэффициенты снижения прочности бетона по [2]. Материал покрытия – изотропный и однородный.

Рассматривали два случая наступления предельного состояния – образования микротрещин:

- в условиях растяжения ($\sigma_1 \geq 0$);
- в условиях сжатия ($\sigma_1 < 0$).

В обоих случаях эквивалентное напряжение определяли как геометрическую сумму главных напряжений, которую в первом случае сравнивали с нормативным сопротивлением бетона осевому растяжению $f_{ctk(0,95)}$, а во втором – с нормативным сопротивлением осевому сжатию f_{ck} , сниженным на коэффициент k_0 [2].

Температурный расчет дорожного покрытия

Участок дорожного покрытия имеет небольшие размеры, поэтому можно считать, что по всей площади его верхней и нижней поверхностей температура одинаковая. В связи с этим задачу распределения температуры по толщине покрытия принимаем как одномерную. В [12] приведено дифференциальное уравнение

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\lambda}{c\gamma} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = a \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; c – удельная теплоемкость; γ – плотность; a – коэффициент температуропроводности $a = \lambda/c\gamma$.

Используя математические преобразования [13] и решая дифференциальное уравнение (1), получаем

$$\frac{t_z - t_n}{t_0 - t_n} = G(u) = G\left(\frac{z}{2\sqrt{a\tau}}\right), \quad (2)$$

где t_z – температура точки на расстоянии z от верхней поверхности покрытия; t_n – то же поверхности покрытия вследствие воздействия источника теплоты; t_0 – начальная температура бетона; τ – время, в течение которого воздействует температура.

После подстановки $u = z/2\sqrt{a\tau}$ получим интеграл

$$G(u) = \frac{2}{\sqrt{u}} \int_0^u e^{-u^2} du. \quad (3)$$

Учитывая значение интеграла (3) и ограничившись шестью членами ряда [13], получим выражение для вычисления температуры в произвольной точке покрытия на расстоянии z от его верха

$$t_z = \frac{2(t_0 - t_n)}{\sqrt{\pi}} \times \left(\frac{u}{1} - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{2! \cdot 5} - \frac{u^7}{3! \cdot 7} + \frac{u^9}{4! \cdot 9} - \frac{u^{11}}{5! \cdot 11} \right) + t_n. \quad (4)$$

С помощью программы PARUS построены графики распределения температуры при разных значениях температуры поверхности покрытия и времени температурного воздействия (рис. 1). Из рис. 1 видно, что закон изменения температуры по толщине покрытия имеет сложный нелинейный характер. При небольшом времени прогрева (до 45 мин) по мере заглубления в толщу покрытия температура значительно уменьшается, а вблизи нижней поверхности – практически до нуля (рис. 1а). На рис. 1б показан характер распределения температуры для разной продолжительности прогрева покрытия. При небольшом времени прогрева покрытия ($\tau = 45$ мин) характер распределения температуры нелинейный. Температура верхней части поверхности повышается до 10 °С, в то время как температура нижней поверхности возрастает всего на 1,56 °С. Следует отметить, что максимальный градиент температуры во всех случаях наблюдается в верхнем слое.

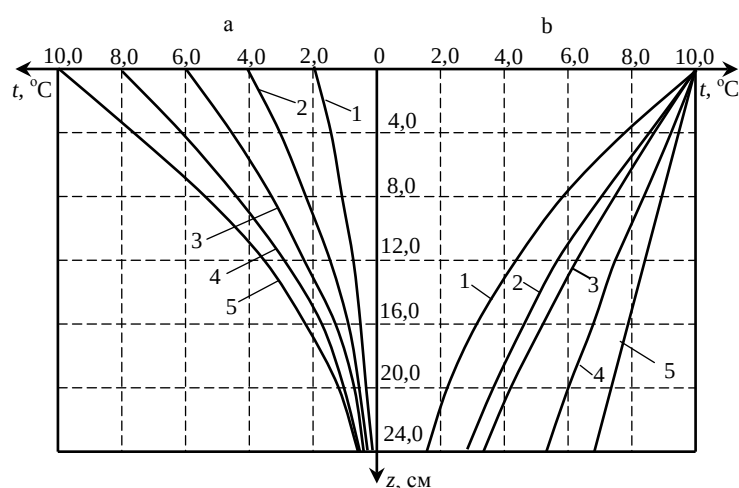


Рис. 1. Распределение температуры по глубине покрытия: а – при различных температурах его поверхности: 1 – $t_n = 2^\circ\text{C}$; 2 – 4; 3 – 6; 4 – 8; 5 – 10°C ; б – при разном времени воздействия температуры на него: 1 – $\tau = 45$ мин; 2 – 90; 3 – 120; 4 – 300; 5 – 720 мин

Fig. 1. Distribution of temperature through pavement depth: a – at various temperature of its surface: 1 – $t_n = 2^\circ\text{C}$; 2 – 4; 3 – 6; 4 – 8; 5 – 10°C ; б – at various time periods of temperature action on pavement: 1 – $\tau = 45$ min; 2 – 90; 3 – 120; 4 – 300; 5 – 720 min

Оценка напряженного состояния бетона при повышении температуры поверхности дорожного цементобетонного покрытия

Для оценки напряженного состояния в покрытии выполнен расчет и получены эквивалентные напряжения по программе PARUS [2] для бетона класса C35/45 при повышении температуры верхней поверхности дороги и ее прогреве продолжительностью 15 мин. Графики распределения эквивалентных напряжений

по толщине покрытия при различных температурах нагрева его поверхности приведены на рис. 2. Очевидно, что распределение эквивалентных напряжений по толщине покрытия от повышения температуры поверхности покрытия имеет криволинейный характер. В связи с небольшим временем прогрева в нижнем слое покрытия температура близка к начальной температуре бетона. Значение эквивалентного напряжения прямо пропорционально повышению температуры поверхности покрытия во всех его слоях.

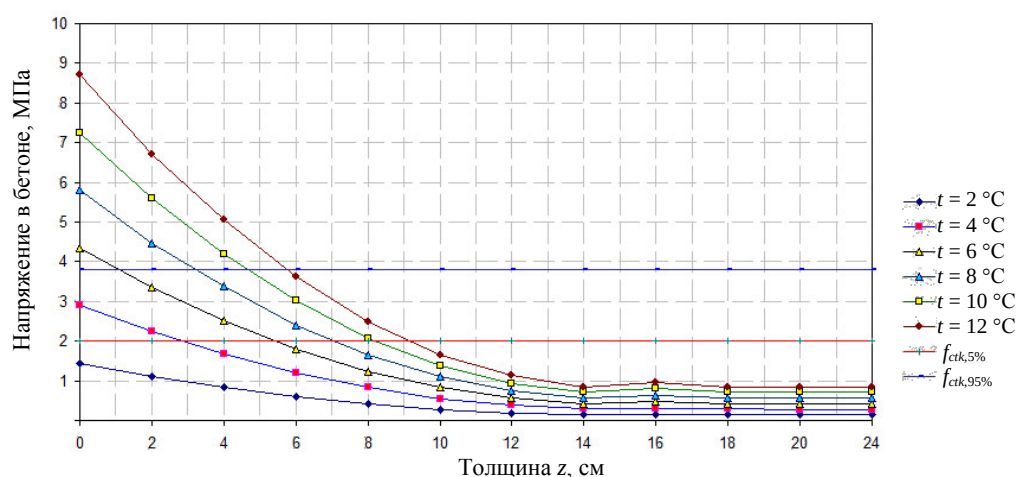


Рис. 2. Изменение эквивалентных напряжений по толщине покрытия из бетона класса C35/45 при разной температуре его верхней поверхности

Fig. 2. Changes in equivalent stresses through thickness of C35/45-grade concrete pavement at various temperature of its upper surface

Результаты расчета показывают, что значение большего главного напряжения не меньше нуля ($\sigma_1 \geq 0$) (табл. 1). Поэтому эквивалентное напряжение при оценке прочности бетона сравнивается с пределом прочности бетона на растяжение $f_{ctk,95\%}$. Из графиков рис. 2 видно, что при повышении температуры на 2 и 4 °C кривые не пересекают предельную линию, соответствующую $f_{ctk,95\%}$. Следовательно, при таких условиях микротрещины на поверхности покрытия не образуются. А вот кривые, соответствующие возрастанию температуры на 6; 8; 10 и 12 °C, уже пересекают предельную линию, что указывает на образование микротрещин на поверхности покрытия. При этом повышение температуры на 6 °C может привести к образо-

ванию микротрещин на глубину до 1 см, а на 12 °C – увеличивает глубину проникновения микротрещин до 6 см.

Прогнозируемая толщина поврежденного микротрещинами поверхностного слоя дорожного покрытия

Важной задачей исследования является определение условий образования микротрещин и глубины их проникновения в толщу дорожного покрытия. С помощью программы PARUS [2] выполнены расчеты дорожного покрытия и установлена толщина поврежденного поверхностного слоя в зависимости от градиента температуры для различных классов бетона (рис. 3).

Таблица 1

Напряжения в дорожном покрытии от повышения температуры его поверхности на 10 °C при времени его прогрева 15 мин

Stresses in road pavement due to temperature increase of its surface by 10 °C with 15 minute time period for its heating

z, см	σ_x , МПа	σ_y , МПа	σ_z , МПа	τ_{xy} , МПа	τ_{yz} , МПа	τ_{zx} , МПа	σ_1 , МПа	σ_2 , МПа	σ_3 , МПа	σ_{eq} , МПа
0,0	-3,40	-3,40	0,00	0,0	0,0	0,0	0,00	-3,40	-3,40	4,80
2,0	-2,60	-2,60	0,46	0,0	0,0	0,0	0,46	-2,60	-2,60	3,70
4,0	-1,94	-1,94	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-1,94	-1,94	2,78
6,0	-1,37	-1,37	0,48	0,0	0,0	0,0	0,48	-1,37	-1,37	2,00
8,0	-0,90	-0,90	0,48	0,0	0,0	0,0	0,48	-0,90	-0,90	1,36
10,0	-0,55	-0,55	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-0,55	-0,55	0,91
12,0	-0,29	-0,29	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-0,29	-0,29	0,62
14,0	-0,10	-0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	-0,10	-0,10	0,47
16,0	0,11	0,11	0,51	0,0	0,0	0,0	0,51	0,11	0,11	0,53
18,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47
20,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47
22,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47

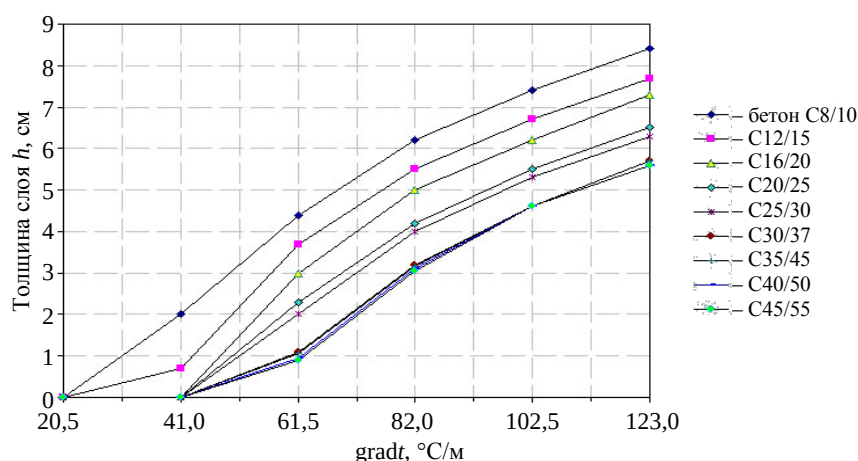


Рис. 3. Зависимость толщины разрушенного микротрещинами поверхностного слоя от градиента температур для различных классов бетона

Fig. 3. Dependence of thickness of distressed surface layer due to micro-cracks on temperature gradient for various concrete grades

Установлено, что толщина поврежденного слоя существенно зависит от градиента температур и от низких классов бетона C8/10–C25/30. Толщина поврежденного слоя зависит только от градиента температур и практически не зависит от высоких классов бетона C30/37–C45/55. Значения градиентов температур (для разных классов бетона), при которых появляются поврежденные слои различной толщины, приведены в табл. 2.

Сравнение с опытными данными

Полученные результаты расчета дорожного покрытия на температурные воздействия позволяют прогнозировать образование микротрещин в верхнем слое бетона и оценить толщину поврежденного слоя. В Казахском дорожном научно-исследовательском институте М. К. Пшембаевым, Б. Б. Телтаевым и Е. А. Суппесом [14] выполнены экспериментальные исследования особенностей темпера-

турного режима автомобильной дороги с цементобетонным покрытием в условиях северного региона Казахстана. Авторы провели длительный мониторинг изменения температуры и влажности в слоях конструкции дорожной одежды и в точках земляного полотна на участках дороги «Астана – Бурабай». Используя полученные результаты, можно определить градиенты температуры и оценить прочность верхнего слоя покрытия (табл. 3).

Из табл. 3 видно, что самый большой положительный градиент на поверхности дорожного покрытия появляется в апреле: $\text{grad}t = 38,46^\circ\text{C}/\text{м}$. Сравнивая этот градиент с предельными градиентами, приведенными в табл. 2, можно сделать вывод, что использование самого слабого класса бетона C8/10 приведет к разрушению от микротрещин в слое глубиной 1 см. При всех других классах бетона образования микротрещин от температурного воздействия не будет.

Таблица 2

Предельные значения градиентов температур образования микротрещин ($^\circ\text{C}/\text{м}$)

Limit values of temperature gradients for formation of micro-cracks ($^\circ\text{C}/\text{м}$)

h_0 , см	Класс бетона							
	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/45
1,0	30,75	43,05	47,83	49,91	51,25	59,64	59,64	62,43
2,0	41,00	49,88	54,67	58,83	61,50	70,29	70,73	71,75
3,0	49,54	56,72	61,50	69,05	71,75	80,05	80,98	81,07
4,0	58,08	64,94	71,75	79,84	82,00	94,00	94,06	94,60
5,0	68,33	76,31	82,00	94,92	98,15	110,45	110,45	110,45
6,0	79,72	90,75	87,20	113,25	114,96	–	–	–

Таблица 3

Значения градиентов температур на верхнем слое дорожного покрытия по результатам эксперимента [14]

Values of temperature gradients on upper layer of road pavement according to experiment results [14]

Время года	Время суток, ч	Показание датчика температуры, $^\circ\text{C}$		Градиент температуры, $^\circ\text{C}/\text{м}$
		на поверхности	на глубине 13 см	
31 октября 2014 г.	15:00	5,0	2,5	19,23
17 ноября 2014 г.	8:00	–9,0	–3,0	–46,15
31 января 2015 г.	8:00	–22,0	–18,0	–30,77
29 марта 2015 г.	14:00	–9,0	–6,0	–23,08
16 апреля 2016 г.	14:00	12,0	7,0	38,46
5 мая 2015 г.	15:00	27,0	23,0	30,77
29 июня 2015 г.	15:00	32,5	32,0	3,85
18 августа 2015 г.	9:00	30,5	25,5	38,46

ВЫВОДЫ

1. По многолетним наблюдениям установлено, что наиболее характерным и опасным видом разрушений дорожных бетонных покрытий являются микротрещины поверхностного слоя. Одна из основных причин их образования – воздействие погодно-климатических факторов, связанных со значительными изменениями температуры поверхности покрытия и появлением в верхнем его слое больших градиентов температур.

2. Определено напряженное состояние дорожного покрытия, подвергнутого температурному воздействию. С помощью разработанной программы PARUS выполнены расчеты и установлены толщины поверхностного слоя покрытия с микротрещинами в зависимости от градиента температуры для различных классов бетона. Выявлено, что толщина поврежденного слоя бетонного покрытия существенно зависит от градиента температур при низких классах бетона. В случае применения высоких классов бетона толщина поврежденного слоя покрытия зависит только от градиента температур.

ЛИТЕРАТУРА

- Поровая структура дорожного бетона / М. К. Пшембаев [и др.] // Наука и техника. 2016. Т. 15, № 4. С. 298–307. DOI: 10.21122/2227-1031-2016-15-4-298-307.
- Пшембаев, М. К. Напряжения в цементно-бетонном покрытии от термического удара / М. К. Пшембаев, Я. Н. Ковалев, Л. И. Шевчук // Наука и техника. 2016. Т. 15, № 2. С. 87–94. DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-2-87-94.
- Берг, О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О. Я. Берг. М.: Госстройиздат, 1962. 96 с.
- Берг, О. Я. Некоторые физические обоснования теории прочности бетона / О. Я. Берг // Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций. М.: Госстройиздат, 1958. С. 14–22.
- Скрамтаев, Б. Г. Исследование прочности бетона и пластичности бетонной смеси. М.: Военно-инженерная академия, 1936. 222 с.
- Свечин, Н. В. Упругопластические свойства цементного камня / Н. В. Свечин // Исследование по технологии бетона. М.: Стройиздат, 1950. С. 18–22.
- Михайлов, В. В. Элементы теории структуры бетона / В. В. Михайлов. М.: Стройиздат, 1941. 85 с.
- Бриджмен, П. У. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. Влияние высокого гидростатического давления на механические свойства материалов / П. У. Бриджмен. М.: Иностран. лит-ра, 1955. 220 с.
- Гвоздев, А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А. А. Гвоздев. М.: Стройиздат, 1949. 280 с.
- Волков, С. Д. Статистическая теория прочности / С. Д. Волков. М.: Машгиз, 1960. 98 с.
- Волков, С. Д. Единая статистическая теория прочности твердых тел / С. Д. Волков // Журнал технической физики. 1953. Т. 23, № 11. С. 2025–2038.
- Горецкий, Л. И. Теория и расчет цементобетонных покрытий на температурные воздействия / Л. И. Горецкий. М.: Транспорт, 1965. 284 с.
- Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. М.: Наука, 1965. 608 с.
- Пшембаев, М. К. Особенности температурного режима автомобильной дороги с цементобетонным покрытием в условиях северного региона Казахстана / М. К. Пшембаев, Б. Б. Телтаев, Е. А. Суппес // Автомобильные дороги и мосты. 2016. № 2. С. 41–47.

Поступила 16.03.2017

Подписана в печать 19.05.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

- Pshembaev M. K., Girinsky V. V., Kovalev Ya. N., Yaglov V. N., Budnichenko S. S. (2016) Porous Structure of Road Concrete. *Nauka i Tekhnika* [Science and Technique], 15 (4), 298–307 (in Russian). DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-4-298-307.
- Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Shevchuk L. I. (2016) Stresses in Cement-Concrete Pavement Surfacing Caused by Thermal Shock. *Nauka i Tekhnika* [Science & Technique], 15 (2), 87–94 (in Russian). DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-2-87-94.
- Berg O. Ya. (1962) *Physical Fundamental for Concrete and Reinforced Concrete Strength Theory*. Moscow, Gosstroyizdat Publ. 96 (in Russian).
- Berg O. Ya. (1958) Some Physical Substantiations on Concrete Strength Theory. *Theory for Calculation and Design of Reinforced Concrete Constructions*. Moscow, Gosstroyizdat, 14–22 (in Russian).
- Skramtaev B. G. (1936) *Investigations on Concrete Strength and Time-Yield of Concrete Mixture*. Moscow, Military Engineering Academy. 222 (in Russian).
- Svechin, N. V. (1950) Elastic-Plastic Properties of Hardened Cement Paste. *Investigations on Concrete Technology*. Moscow, Stroyizdat Publ., 18–22 (in Russian).
- Mikhailov V. V. (1941) *Elements of Concrete Structure Theory*. Moscow, Stroyizdat Publ. 85 (in Russian).
- Bridgman P. W. (1964) *Studies in Large Plastic Flow and Fracture. With Special Emphasis on the Effects of Hydrostatic Pressure*. Harvard University Press. 362. DOI: 10.4159/harvard.9780674731349.
- Gvozdev A. A. (1949) *Calculation of Structure Bearing Capacity using Limit Equilibrium Method*. Moscow, Stroyizdat Publ. 280 (in Russian).
- Volkov S. D. (1960) *Statistical Strength Theory*. Moscow, Mashgiz Publ. 98 (in Russian).
- Volkov S. D. (1953) Unified Statistical Strength Theory of Solid Bodies. *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki* [Technical Physics], 23 (11), 2025–2038 (in Russian).
- Goretsky L. I. (1965) *Theory and Calculation of Cement Concrete Pavement for Temperature Actions*. Moscow, Transport Publ. 284 (in Russian).
- Bronstein I. N., Semendyaev K. A. (1965) *Mathematics Reference Book for Engineers and HEI Students*. Moscow, Nauka Publ. 608 (in Russian).
- Pshembaev M. K., Teltaev B. B., Suppes E. A. (2016) Specific Features of Temperature Regime for Autoroads with Cement Concrete Pavement under Conditions of Kazakhstan Northern Region. *Avtomobilniye Dorogi i Mosty* [Autoroads and Bridges], (2), 41–47 (in Russian).

Received: 16.03.2017

Accepted: 19.05.2017

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-289-297

УДК 624.012.4:620.179:005.584.1

Мультиволновой ультразвуковой контроль бетона

Канд. техн. наук, доц. Д. Ю. Снежков¹⁾, докт. техн. наук, проф. С. Н. Леонович¹⁾¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Существующая система неразрушающего контроля бетона конструкций фактически ориентирована на использование продольных акустических волн. Это обусловлено простотой технической реализации измерений скорости (времени) прохождения акустического импульса в бетонном массиве. Но обратной стороной простой методики измерений является потеря дополнительной информации о бетоне, которая содержится в принятом акустическом сигнале. Поэтому применение ультразвукового метода контроля бетона ограничивается оценкой его прочности. Совместное использование нескольких типов волн – так называемый мультиволновой контроль – позволяет улучшить метрологические показатели ультразвукового метода и получить больше информации при определении физико-механических свойств бетона в лабораторных и натурных условиях. В статье рассматривается испытание бетона протяженных элементов и конструкций ультразвуковым импульсным методом на основе использования продольных подповерхностных волн и волн Релея. Для типовых акустических преобразователей со значительным временем реверберации и не обладающих пространственной селективностью предлагается методика временной селекции волновых составляющих по амплитудному признаку. Основа методики – визуальное (по осциллограмме принятого сигнала) определение характеристических моментов времени, по которым рассчитывается дифференциальное значение скорости распространения импульса волны Релея. Представлены результаты моделирования процесса распространения акустического импульса на базе 0,15 м и данные ультразвуковых натурных испытаний бетона на измерительных базах от 0,25 до 1,75 м. Преимущество использования большой базы прозвучивания – возможность выполнения сплошного контроля поверхности крупноразмерных элементов и конструкций, а не выборочного в отдельных зонах контроля, как это предусмотрено действующими нормативами. Чувствительность параметров волны Релея к приповерхностным дефектам бетона позволит оперативно выявлять участки трещиноватости железобетонной конструкции. Локализация энергии поверхностной волны в слое толщиной $\lambda/2$ – λ при соответствующем выборе частоты колебаний даст возможность не учитывать присутствие арматуры. Кроме этого, большая база измерений позволяет снизить влияние структурной неоднородности бетона на статистическую устойчивость оценки скорости импульса, что в перспективе открывает возможность регистрировать проявление эффекта акустической упругости бетона конструкций в натурных условиях.

Ключевые слова: контроль бетона, упругие модули, ультразвуковой метод, мультиволновой контроль, волна Релея, корреляция

Для цитирования: Снежков, Д. Ю. Мультиволновой ультразвуковой контроль бетона / Д. Ю. Снежков, С. Н. Леонович // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 289–297. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-289-297

Multi-Wave Ultrasonic Control of Concrete

D. Yu. Snezhkov¹⁾, S. N. Leonovich¹⁾¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The existing non-destructive testing system of structure concrete is actually orientated on the usage of longitudinal acoustical waves. This is due to simplicity of technical realization for measuring velocity (time) of acoustical pulse propagation in bulk concrete. But a reverse side of simple measuring procedure is a loss of additional information on concrete which

Адрес для переписки

Леонович Сергей Николаевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 265-96-76
leonovichsn@tut.by

Address for correspondence

Leonovich Sergey N.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 265-96-76
leonovichsn@tut.by

is contained in the accepted acoustical signal. Therefore usage of an ultrasonic concrete testing method is limited by assessment of its strength. Joint usage of several wave types, so-called multi-wave testing, allows to refine metrology parameters of the ultrasonic method and to gain more information while determining physical and mechanical properties of concrete in laboratory and in situ conditions. The paper considers testing of elongated concrete elements and structures by an ultrasonic pulsing method on the basis of longitudinal subsurface and Rayleigh waves. It has been proposed to use methodology for time selection of wave components according to amplitude parameter and it has been applied for standard acoustical transformers with considerable reverberation time and not possessing spatial selectivity. Basic principle of the proposed methodology is visual (according to oscillogram of the received signal) determination of characteristic time moments which are used for calculation of differential value of a propagation velocity in the Rayleigh wave impulse. The paper presents results pertaining to simulation of acoustical pulse propagation on the basis of 0.15 m and data of concrete ultrasonic in situ testing on measuring bases from 0.25 to 1.75 m. Advantage of large baseline for sonic test is a possibility for execution of a hundred percent inspection for surface of large-sized elements and structures, and so there is no need to make a selective inspection in some control areas as it is stipulated by provided by existing regulations. Responsivity of the Rayleigh wave parameters to near surface concrete defects permits quickly and efficiently to detect crack areas in a reinforced structure. Energy localization of a surface wave in a layer having width $\lambda/2 - \lambda$ provides a possibility to ignore reinforcement availability under appropriate selection of oscillation frequency. In addition to this, large measuring baseline makes it possible to lower effect of concrete structural inhomogeneity on statistical stability for pulse velocity assessment that ultimately reveals a possibility to register an appearance of concrete acoustical elasticity effect under in situ conditions.

Keywords: concrete control, elastic modules, ultrasound method, multi-wave testing, Rayleigh wave, correlation

For citation: Snezhkov D. Yu., Leonovich S. N. (2017) Multi-Wave Ultrasonic Control of Concrete. *Science and Technique*. 16 (4), 289–297. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-289-297 (in Russian)

Введение

Прочность является показателем предельного состояния бетона как конструкционного материала, но она не может служить исчерпывающей характеристикой его деформационных свойств, которые для расчетов железобетонных конструкций, их совместной работы играют не меньшую роль, чем прочность бетона. В настоящее время ни в отечественных нормативах, ни в нормативах стран СНГ, ни в стандартах Евросоюза вопросы определения упругодеформативных свойств бетона конструкций неразрушающими методами не рассматриваются. Основная причина этого – отсутствие апробированных методик определения упругодеформативных показателей бетона конструкций и соответственно адаптированных к такого рода методикам приборных средств испытаний.

Возможной основой для решения указанной задачи может служить методика мультиволнового акустического контроля бетона. Заметим, что вопросы совместного использования оценки физико-механических свойств бетона акустических волн различных типов не нашли адекватного отражения в действующих нормативах. Ни старой редакцией ГОСТ 17624–87, ни новой ГОСТ 17624–2012 [1], ни СТБ EN 13791–2012 [2] не регламентируется тип используемой волны зондирующего бетон импульса. Фактически же во всех без исключения существующих приборах ультразвукового контроля прочности бетона в качестве информационного параметра

используется скорость/время распространения импульса только продольной волны.

Мультиволновой контроль бетона в конструкциях

Существенное преимущество мультиволнового ультразвукового контроля заключается в том, что совместная интерпретация параметров прохождения волн различных типов позволяет получать информацию об упругих параметрах бетона. Для однородной изотропной среды известны уравнения, позволяющие по соотношению скоростей распространения продольной и поперечной волн рассчитать упругие модули [3, 4]:

$$v_d = \frac{0,5 - \left(\frac{v_T}{v_L}\right)^2}{1 - \left(\frac{v_T}{v_L}\right)^2}; \quad (1)$$

$$E_d = \frac{v_L^2 \rho (1 + \nu)(1 - 2\nu)^2}{1 - \nu}; \quad (2)$$

$$v_R = \frac{0,85 + 1,12v_d}{1 + v_d}, \quad (3)$$

где v_d – динамический коэффициент Пуассона; E_d – динамический модуль Юнга; v_T , v_L , v_R – скорость распространения поперечной, продольной и поверхностной упругой волны.

Находящиеся в обращении типовые приборы ультразвукового контроля не дают возмож-

ности выполнить оценку скорости распространения поперечной волны. Одна из основных причин затруднений обусловлена тем, что используемые одинарные электроакустические преобразователи (ЭАП) не позволяют отдельно излучать и принимать только какой-либо один тип волны, что, в свою очередь, связано со значительной реверберацией ультразвуковых колебаний в самом преобразователе – излучающем и приемном. При этом за время реверберации может происходить многократная смена поляризации вектора колебаний протектора излучателя, а в приемном преобразователе – взаимная трансформация и смешивание всех принятых колебаний. Характер реверберации во многом случаен: реверберационные процессы экземпляров преобразователей даже одного типа могут значительно отличаться. Одинарные ЭАП с точечным акустическим контактом практически не обладают пространственной селективностью, что исключает использование разницы в пространственной локализации волновых импульсов [5, 6]. В то же время энергетические показатели импульса волны Релея позволяют осуществить его селективный прием с использованием типовых приборных средств испытаний.

Методика селекции волновых импульсов

Если рассматривать только геометрический эффект рассеивания энергии волны, не принимая во внимание тепловые потери мощности и потери на рассеяние на неоднородностях и дефектах, то соотношение мощностей сигналов акустического импульса продольной подповерхностной волны Q_L описывается выражением

$$\frac{Q_{L,s2}}{Q_{L,s1}} = \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^2, \quad (4)$$

где s_1, s_2 – базы прозвучивания.

Для импульса волны Релея соотношение мощностей Q_R принимает вид

$$\frac{Q_{R,s2}}{Q_{R,s1}} = \frac{s_1}{s_2}. \quad (5)$$

Соответственно для амплитуд сигналов $A_{L,s}, A_{R,s}$ принятых импульсов справедливы выражения:

$$A_{L,s2} = A_{L,s1} \frac{s_1}{s_2}; \quad (6)$$

$$A_{R,s2} = A_{R,s1} \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}; \quad (7)$$

$$\frac{A_{R,s2}}{A_{L,s2}} = A^* \sqrt{s^*}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что по мере увеличения базы измерения соотношение амплитуд импульсов волны Релея и продольной подповерхностной волны будет возрастать прямо пропорционально квадратному корню из относительной базы прозвучивания s^* . Это означает, что определение скорости импульса волны Релея эффективно на больших базах прозвучивания, так как в данном случае сигнал волны Релея легко отличить от сигналов других типов волн, а большая база позволяет если не устранить, то ослабить влияние на результат измерений реверберационных эффектов. Временные диаграммы акустических импульсов на расстоянии 150 мм от точки возбуждения в плоскости, перпендикулярной поверхности испытуемого образца, полученные моделированием распространения упругих волн методом конечных элементов [6], показаны на рис. 1.

Обозначению L соответствует импульс продольной волны, первое вступление импульса волны Релея обозначено R . Первое вступление этого типа колебаний, обусловленное волной Релея, имеет фазу, противоположную фазе импульса продольной волны, и достигает в амплитуде $1,7 \cdot 10^{-10}$ м, что больше чем на порядок превышает уровень первого вступления продольной волны ($1 \cdot 10^{-11}$ м). Ярко выражена поверхностная локализация волны Релея – на глубине 1,3 см наблюдаются (рис. 1) снижение ее интенсивности и изменение фазы колебаний. Принимая во внимание, что импульс продольной волны существующих ультразвуковых приборов надежно регистрируется на расстоянии 15–25 см от точки возбуждения и то, что затухание мощности волны Релея прямо пропорционально расстоянию от точки возбуждения, можно рассчитывать, что ее импульс будет надежно регистрироваться обычными приборами ультразвукового контроля на расстоянии порядка 1,5–2,0 м от точки возбуждения.

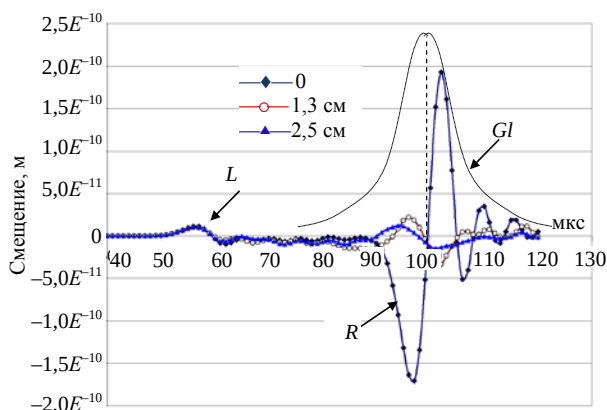


Рис. 1. Временные диаграммы импульсов смещения узлов конечно-элементной модели в направлении, нормальном к поверхности, в точках на расстоянии 150 мм от точки возбуждения нормальным к поверхности импульсом:

L – импульс, инициированный продольной подповерхностной волной; *R* – импульс волны Релея; *Gl* – колоколообразная огибающая импульса волны Релея; длительность инициирующего полусинусоидального импульса давления – 7 мкс; амплитуда силового воздействия – 1 Н

Fig. 1. Timing diagram for pulses of node displacement within finite element model in the direction which is orthogonal to the surface, at the points which are located at the distance 150 mm from a feeding point launched by orthogonal-to-surface pulse: *L* – pulse initiated by longitudinal subsurface wave; *R* – Rayleigh wave pulse; *Gl* – bell-shaped envelope of Rayleigh wave pulse; duration of initiating pressure for sine half-wave pulse – 7 μ s; power action amplitude – 1 N

Экспериментальное исследование процесса распространения волн зондирующего ультразвукового импульса продольной волны и волны Релея в крупноразмерном бетонном образце на больших базах прозвучивания

Контроль протяженных бетонных и железобетонных конструкций удобно производить при одностороннем доступе к поверхности, когда инициирующий и приемный преобразователи устанавливаются на одной стороне (грани) конструкции [7, 8]. Поэтому метод так называемого поверхностного прозвучивания, регламентированный [1], получил в практике ультразвукового контроля прочности бетона наибольшее распространение, и вполне резонно использовать его и для мультиволнового контроля.

Начальный участок временной диаграммы принятого ультразвукового импульса, прошедшего через бетон, для случая его поверх-

ностного прозвучивания в натурных условиях испытаний приведен на рис. 2. Кривая *a* соответствует сигналу, полученному при максимальном усилении, *b* – при 30-кратном его ослаблении аттенуатором на входе приемного тракта прибора. Импульсу продольной волны на рис. 2 соответствуют около трех-четырех периодов колебаний в интервале времени 85–130 мкс.

Спецификой ультразвукового контроля бетона является использование волн, частота которых лежит в диапазоне 35–100 кГц. Соответственно при типичной скорости распространения импульса ультразвуковой продольной волны около $4000 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ длина волны колебаний лежит в пределах от 4 до 11 см. При длине волны 8 см пространственная длительность импульса в бетоне составляет 30–35 см, заполняя собой больше половины базы измерения к моменту приема первого его вступления.

Значительная колебательность диаграммы на рис. 2, в отличие от поведения идеализированной модели на рис. 1, обусловлена реверберационными процессами в использованных ЭАП. Поскольку скорости распространения поперечной *SH*-волны и волны Релея примерно в два раза меньше скорости продольной волны, начальные участки импульсов этих волн будут накладываться на «концовку» импульса продольной волны, что и видно на рис. 2 в области временных отметок 120–130 мкс.

При меньших базах происходит более «плотное» наложение импульсов, что затрудняет их временную селекцию. Надежно разделить волновые составляющие возможно, используя большие базы прозвучивания и производя селекцию волновых составляющих по времени либо используя дополнительные отличительные признаки, в частности разницу в уровне сигналов.

При инициировании колебаний нормальным к поверхности силовым воздействием интенсивность продольной волны в направлении вдоль контролируемой поверхности минимальна и сильно зависит от характера акустического контакта и коэффициента Пуассона материала [6]. Несмотря на это, данный тип волн является единственным используемым в настоящее время для контроля физико-механических параметров бетона, поскольку регистрация вре-

мени/скорости распространения данного типа импульса имеет самую простую техническую реализацию.

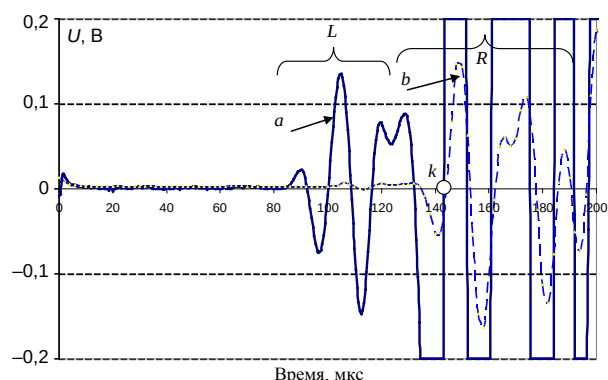


Рис. 2. Временная диаграмма принятого ультразвукового импульса: *L* – импульс продольной волны; *R* – начальная часть импульса волны Релея; *k* – момент регистрации импульса волны Релея; база измерения – 50 см; частота – 55 кГц (направление вектора колебаний протектора нормальное к поверхности бетона)

Fig. 2. Timing diagram for received ultrasonic pulse:

L – pulse of longitudinal wave; *R* – initial pulse part of Rayleigh wave; *k* – pulse registration moment of Rayleigh wave; measuring database – 50 cm; frequency – 55 kHz (vector direction of protector oscillation which is orthogonal to concrete surface)

Для увеличения амплитуды колебаний продольной подповерхностной волны вектор возбуждения ориентируют в направлении распространения волны – вдоль поверхности. Поскольку продольная волна по мере распространения вовлекает в колебательный процесс все больший объем материала, передавая ему энергию иницирующего импульса, ее интенсивность по мере удаления от точки возбуждения снижается – так называемое геометрическое рассеивание. Для материала без потерь мощность колебаний в точке измерения будет обратно пропорциональна квадрату расстояния от точки возбуждения.

При нормальном к поверхности векторе возбуждения максимум интенсивности поперечной волны наблюдается в направлении около 50° от нормали. Из всех типов объемных волн на долю поперечной волны приходится наибольшая энергия. По данному показателю поперечные волны представляют интерес в качестве зондирующего сигнала. Именно этот тип волны используется в ультразвуковых дефектоскопах-томографах бетона [9, 10], применяе-

мых для обнаружения дефектов сплошности бетонного массива. Геометрическое рассеивание энергии поперечной волны также прямо пропорционально квадрату расстояния от источника.

Волна Релея распространяется только вдоль поверхности массива, захватывая приповерхностный слой материала. Ее уровень сильно зависит от состояния поверхности (неровностей, неоднородных включений). Так как волна Релея вовлекает в колебательный процесс слой материала постоянной толщины, ее затухание будет заметно меньше, чем у других типов волн; геометрическое рассеивание энергии волны Релея прямо пропорционально расстоянию от источника возбуждения.

Для проверки возможности регистрации импульса поверхностной волны и оценки метрологических показателей методики измерений выполнена серия ультразвуковых измерений на натурном крупноразмерном образце. Общий вид испытательного образца и использованное оборудование приведены на рис. 3, характеристические размеры образца – на рис. 4 и в табл. 1.

Для оценки влияния на метрологические показатели типа акустического контакта измерения проводили тремя сериями, в каждой из которых меняли тип контакта ЭАП с поверхностью бетона. В серии ВВ оба преобразователя устанавливались без концентраторов через контактную смазку. В серии ВТ приемный ЭАП устанавливался через контактную смазку, излучающий – с сухим точечным контактом (СТК), с концентратором. В серии ТТ оба ЭАП использовались с СТК. Измерения в каждой серии производили при неизменной позиции приемного преобразователя в точке с координатами *X*, *Y*. Координата *X* излучателя менялась ступенчато с шагом 25 см. Минимальная база измерения составляла 25 см, максимальная – 175 см. В испытаниях использовали оригинальные ЭАП разработки НИЛ ПГС с основной модой резонансной частоты 75 кГц. Характер основного возбуждающего силового воздействия – нормальный к поверхности. Временные диаграммы акустических сигналов на базах измерения 25 и 175 см для серии ВВ приведены на рис. 5, 6.

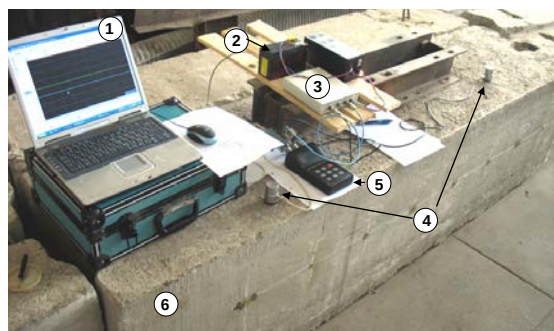


Рис. 3. Используемое измерительное оборудование:
1 – Notebook с программой регистрации акустических сигналов; 2 – аккумулятор источника питания аналого-цифрового преобразователя; 3 – аналого-цифровой преобразователь (цифровой осциллограф) В-421; 4 – излучающий и приемный электроакустические преобразователи; 5 – измеритель времени распространения ультразвукового импульса «Пульсар-1.2» с разветвителем сигналов; 6 – бетонный образец с разметкой точек установки электроакустического преобразователя

Fig. 3. Used measuring devices: 1 – Notebook with software for acoustic signal registration; 2 – accumulator of power supply source for analog-to-digital converter; 3 – analog-to-digital converter (digital oscillograph) В-421; 4 – transmitting and receiving electroacoustic transducers; 5 – “Pulsar-1.2” timing device for ultrasonic pulse propagation with signal splitter; 6 – concrete specimen with benchmarking for setting-up of electroacoustic transducer

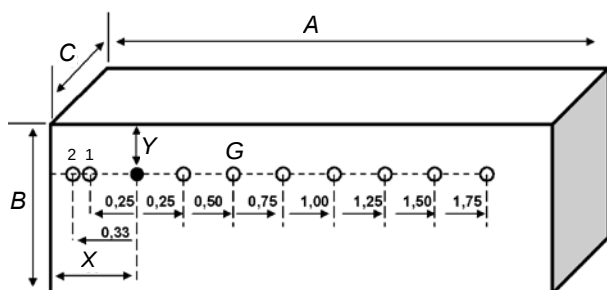


Рис. 4. Схема установки ультразвуковых преобразователей на испытательном бетонном образце

Fig. 4. Scheme for setting-up ultrasonic transducers on testing concrete specimen

Сопоставляя диаграммы рис. 5, 1 и 2, можно констатировать качественное сходство сигналов. Их отличие заключается в значительной временной апертуре реальных акустических сигналов, обусловленной главным образом выраженным резонансным характером передаточной характеристики приемного и излучающего ЭАП. Причем, судя по периодической смене фазы колебаний, хорошо заметной на диаграмме рис. 6, передаточная частотная характери-

стика «излучающий ЭАП – бетон – приемный ЭАП» имеет несколько (не менее двух) резонансов.

Таблица 1

Характеристические размеры образца
Characteristic dimensions of specimen

Характеристический размер	Величина, м
A	2,36–2,38
B	0,58–0,60
C	0,59–0,60
X	0,39
Y	0,23

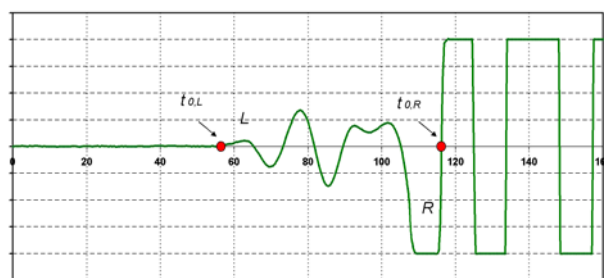


Рис. 5. Временная диаграмма акустического сигнала на базе прозвучивания 25 см с использованием вязкого акустического контакта электроакустического преобразователя: L – первое вступление подповерхностной продольной волны; R – первое вступление импульса волны Релея; горизонтальная координата соответствует оси времени; отметки – в микросекундах; вертикальная координата соответствует уровню сигнала предусилителя прибора «Пульсар-1.2»; масштаб – 0,5 В/деление

Fig. 5. Timing diagram of acoustic signal on the basis of 25 cm sonic test while using viscous acoustic contact of electroacoustic transducer: L – first onset of longitudinal subsurface wave; R – first onset of Rayleigh wave pulse; horizontal coordinate corresponds to time axis; markings – in microseconds; vertical coordinate corresponds to pre-amplifier signal level of “Pulsar-1.2” device; scale – 0.5 V per graduated scale unit

Как и ожидалось, характерным для всех диаграмм является значительная амплитуда сигнала волны Релея. На диаграмме рис. 6 первое вступление импульса продольной подповерхностной волны практически полностью маскируется шумами приемного усилителя и визуально не регистрируется, импульс поверхностной волны фиксируется надежно. Это позволяет предположить, что для типовых составов конструкционного бетона измерительная база поверхностного прозвучивания может быть увеличена до 2,0–2,5 м без потери точности оценки времени распространения импульса

и без необходимости применения алгоритмов накопления сигнала и его корреляционной обработки [11].

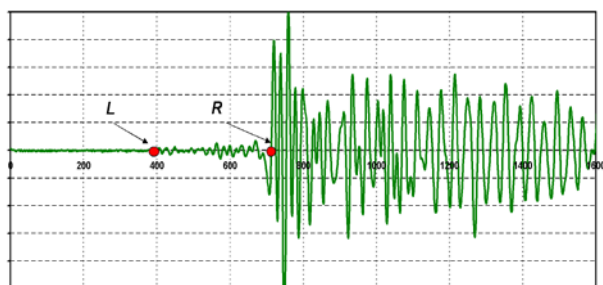


Рис. 6. Временная диаграмма акустического сигнала на базе прозвучивания 175 см с использованием вязкого акустического контакта электроакустического преобразователя: L – первое вступление подповерхностной продольной волны; R – первое вступление импульса волны Релея; горизонтальная координата соответствует оси времени; отметки – в микросекундах; вертикальная координата соответствует уровню сигнала предусилителя прибора «Пульсар-1.2»; масштаб – 0,5 В/деление

Fig. 6. Timing diagram of acoustic signal on the basis of 175 cm sonic test while using viscous acoustic contact of electroacoustic transducer: L – first onset of longitudinal subsurface wave; R – first onset of Rayleigh wave pulse; horizontal coordinate corresponds to time axis; markings – in microseconds; vertical coordinate corresponds to pre-amplifier signal level of “Pulsar-1.2” device; scale – 0.5 V per graduated scale unit

Преимуществом использования большой базы прозвучивания является возможность выполнения сплошного контроля поверхности крупноразмерных элементов и конструкций, а не выборочного контроля в отдельных зонах, как это предусмотрено действующими нормативами. Чувствительность параметров волны

Релея к приповерхностным дефектам бетона дает возможность оперативно выявлять участки трещиноватости железобетонной конструкции. Локализация энергии поверхностной волны в слое толщиной $\lambda/2$ – λ позволяет при соответствующем выборе частоты колебаний не учитывать присутствие арматуры. Кроме этого, измерения скорости акустического импульса на большой базе дают возможность снизить влияние структурной неоднородности бетона на статистическую устойчивость оценки скорости импульса, что в перспективе позволит регистрировать проявление эффекта акустической упругости бетона.

Данные для серии ВВ приведены в табл. 2, где $t_{0,L}$, $t_{0,R}$ – момент времени появления первого вступления импульса продольной подповерхностной волны и волны Релея; $\Delta t_{0,L}$, $\Delta t_{0,R}$ – разница текущего и предшествовавшего значений времени распространения; $v_{d,L}$, $v_{d,R}$ – дифференциальная скорость распространения импульсов продольной и поверхностной волн: $v_d = \Delta L / \Delta t_0$; ΔL – шаг профилирования, для всех серий $\Delta L = 0,25$ м.

Характеристическим параметром является дифференциальная скорость распространения акустических импульсов v_d . Момент времени регистрации импульса $t_{0,R}$ (рис. 2, 5) определяли визуально как момент пересечения осциллограммой сигнала оси нулевого значения. Использование дифференциального значения скорости распространения акустического импульса и методики профилирования позволило избежать необходимости калибровки прибора по абсолютным значениям времени распространения.

Таблица 2

Данные регистрации параметров акустических волн серии ВВ
Data on parameter registration for acoustic waves of BB-series

База, см	$t_{0,L}$, мкс	$\Delta t_{0,L}$, мкс	$v_{d,L}$, м/с	$\Delta v/v_L$	$t_{0,R}$, мкс	$\Delta t_{0,R}$, мкс	$v_{d,R}$, м/с	$\Delta v/v_R$
25	56	56	4464	0,000	114,5	105	2381	0,002
50	110	54	4630	–0,037	220	105,5	2370	0,007
75	169	59	4237	0,051	326	106	2358	0,011
100	221	52	4808	–0,077	431	105	2381	0,002
125	284	63	3968	0,111	538	107	2336	0,021
150	338	54	4630	–0,037	641	103	2427	–0,017
175	392	54	4630	–0,037	743	102	2451	–0,027
Коэффициент вариации		0,072	0,069			0,013	0,013	
Среднее значение		56,0	4464,3			104,8	2385,8	
$r =$					0,705			

Относительные отклонения дифференциальной скорости распространения ультразвуковых импульсов продольной подповерхностной волны и волны Релея от средних значений представлены на диаграмме рис. 7.

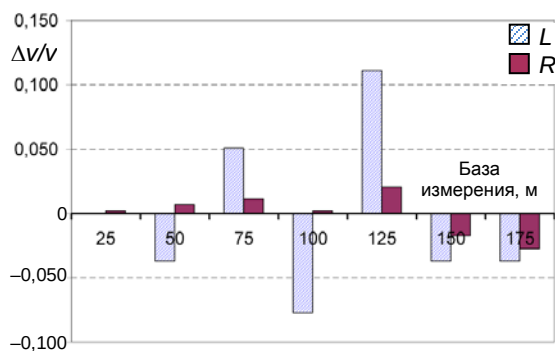


Рис. 7. Зависимость вариации дифференциальной скорости распространения ультразвукового импульса продольной волны и волны Релея от базы измерения для серии ВВ: L – для импульса продольной волны; R – для импульса волны Релея

Fig. 7. Dependence for variation in differential propagation velocity of ultrasonic pulse of longitudinal and Rayleigh waves on measuring base of BB-series: L – for pulse of longitudinal wave; R – for pulse of Rayleigh wave

Следует отметить, что по данному показателю оценки скорости распространения импульса волны Релея заметно превосходят оценки скорости распространения продольной волны: коэффициент вариации скорости импульса волны Релея для серии ВВ равен 0,013, для продольной волны – 0,069. Сильная взаимная корреляция скорости распространения импульсов ($r = 0,705$) рассматриваемых типов волн в серии ВВ может указывать на то, что преобладающим фактором, влияющим на вариацию скорости импульсов, является вариация свойств бетона вдоль линии профилирования.

Для серии ВТ коэффициент корреляции уменьшается до 0,450. Для этой серии преимуще-

ство волны Релея по показателю вариации дифференциального значения скорости сохраняется, хотя их соотношение снижается до двукратного.

Для серии ТТ корреляция практически отсутствует ($r = 0,037$). Характерны «провалы» в регистрации первого вступления импульса продольной волны для базы, начиная с 0,75 м: его амплитудное значение практически неразличимо на фоне шумов. В то же время, несмотря на то что импульс волны Релея регистрировался без затруднений, вариация его скорости возросла почти в три раза и достигла значения 0,036.

Отсутствие взаимной корреляции скорости распространения импульсов указанных типов волн может быть обусловлено преобладающим влиянием нестабильности сухого точечного акустического контакта ЭАП и снижением соотношения сигнал/шум за счет потерь в акустическом контакте. В пользу данного предположения может свидетельствовать монотонный рост коэффициента вариации отклонений скорости по мере поэтапной замены ЭАП с вязким контактом на ЭАП с СТК.

Коэффициенты корреляции одноименных скоростей импульсов в сериях приведены в табл. 3.

Высокие значения коэффициентов корреляции для поверхностной волны указывают на присутствие во всех сериях одного и того же фактора, предположительно – неоднородности бетона по линии профилирования, влияющей на скорость распространения импульса. Для импульса продольной волны значительная случайная погрешность в определении времени распространения, обусловленная низким соотношением сигнал/шум приемного тракта ультразвукового прибора в сериях ВТ и ТТ, замаскировала влияние неоднородности бетона, что выразилось в отсутствии корреляции скорости продольной волны для серий.

Таблица 3

Коэффициенты корреляции скоростей импульсов
Correlation factor of pulse speed

Серия	Коэффициент корреляции для серии			
	ВТ		ТТ	
	Продольная волна	Поверхностная волна	Продольная волна	Поверхностная волна
ВВ	0,234	0,780	0,048	0,667
ВТ			0,603*	0,671

* Значение получено после статистического отбрасывания неустойчивых данных времени распространения импульса продольной волны в серии ТТ.

ВЫВОДЫ

1. Практическое применение поверхностной волны для целей диагностики состояния бетонного массива методом поверхностного прозвучивания и продольного профилирования на базах 1,5–2,0 м возможно с использованием типовых ультразвуковых электроакустических преобразователей с сухим точечным контактом. Метрологические показатели методики определения скорости распространения ультразвукового импульса поверхностной волны позволяют снизить неопределенность оценки и, как следствие, легко обнаруживать отклонения физико-механических свойств бетона по линии профилирования.

2. В основу методики селекции акустических волн на базах поверхностного прозвучивания бетона более 0,4–0,5 м может быть положено амплитудное разделение составляющих акустического сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бетоны. Ультразвуковой метод определения прочности: ГОСТ 17624–2012. Введ. 01.01.2014. 16 с.
2. Оценка прочности на сжатие бетона в конструкциях и сборных элементах конструкций: СТБ EN 13791–2012. Минск: Госстандарт, 2012. 18 с.
3. Неразрушающий контроль и диагностика: справочник / В. В. Клюев [и др.]. М.: Машиностроение, 2003. 656 с.
4. Ультразвук. Маленькая энциклопедия / под ред. И. П. Голямина. М.: Советская энциклопедия, 1979. 396 с.
5. Ковалев, А. В. Импульсный эхо-метод при контроле бетона. Помехи и пространственная селекция / А. В. Ковалев, В. Н. Козлов, А. А. Самокрутов // Дефектоскопия. 1990. № 2. С. 29–41.
6. Снежков, Д. Ю. Неразрушающий контроль бетона в монолитном строительстве: совершенствование средств и методов / Д. Ю. Снежков, С. Н. Леонович. Минск: БНТУ, 2006. 218 с.
7. Леонович, С. Н. Результаты мониторинга прочностных характеристик монолитных бетонных плит на основе неразрушающих методов контроля / С. Н. Леонович, Д. Ю. Снежков, В. С. Мулярчик // Строительство и архитектура: материалы XI Междунар. науч.-метод. межвузовского семинара «Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь». Брест: БрГТУ, 2004. Ч. 2. С. 115–121.
8. Снежков, Д. Ю. Исследование неравнопрочности бетона на объекте монолитного строительства комплексным неразрушающим методом / Д. Ю. Снежков, С. Н. Леонович // Известия вузов. Строительство. 2009. № 8. С. 108–115.
9. Козлов, В. Н. Контроль бетона ультразвуковым эхо-импульсным томографом с сухим контактом / В. Н. Козлов, А. А. Самокрутов, В. Г. Шевалдыкин // Контроль. Диагностика. 1998. № 1. С. 49–51.
10. Ultrasonic Defectoscopy of Concrete by Means of Pulse-Echo Technique / A. A. Samokrutov [et al.] // Proceedings of 8th European Conference on Non-Destructive Tensing, Barcelona, 17–21 June, 2002. 6 p.

11. Качанов, В. К. Проблемы ультразвукового контроля протяженных сложноструктурных изделий с большим затуханием сигналов / В. К. Качанов, И. В. Соколов // Дефектоскопия. 2007. № 8. С. 82–93. DOI. org/10.1134/S1061830907080086.

Поступила 10.06.2016

Подписана в печать 23.08.2016

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. State Standard Concrete 17624–2012. *Ultrasonic Method of Strength Determination*. Moscow, Standartinform, 2014. 16 (in Russian).
2. STB EN 13791–2012 [Standards of the Republic of Belarus]. *Assessment of Concrete Compressive Breaking Strength in Structures and Prefabricated Construction Elements*. Minsk, Gosstandart Publ., 2012. 18 (in Russian).
3. Klyuev V. V., Sosnin F. R., Kovalev A. V., Filinov V. N., Aerts V., Babadzhanov L. S., Badalyan V. G., Blinov N. N., Berger G., Bollen R., Borovikov A. S., Gorkunov E. I., Gurvich A. K., Degterev A. P., Ermolov I. N. (2003) *Non-Destructive Control and Diagnostics*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ. 656 (in Russian).
4. Golyamin I. P. [ed.] (1979) *Ultrasonnd. Small Encyclopedia*. Moscow, Sovetskaya Entsiklopediya. 396 (in Russian).
5. Kovalev A. V., Kozlov V. N., Samokrutov A. A. (1990) Pulse Echo-Method While Controlling Concrete. Noises and Spatial Selection. *Defektoskopiya* [Russian Journal of Nondestructive Testing], (2), 29–41 (in Russian).
6. Snezhkov D. Yu., Leonovich S. N. (2006) *Non-Destructive Control of Concrete in Monolithic Construction: Improvement of Facilities and Methods*. Minsk, Belarusian National Technical University. 218 (in Russian).
7. Leonovich S. N., Snezhkov D. Yu., Muliarchik V. S. (2004) Results of Monitoring for Strength Characteristics in Monolithic Concrete Plates on the Basis of Non-Destructive Control Methods. *Stroitelstvo i Arkhitektura: Materialy XI Mezhdunarodnogo Nauchno-Metodicheskogo Mezhdunarodnogo Seminara "Perspektivy Razvitiya Novykh Tekhnologii v Stroitelstve i Podgotovke Inzhenernykh Kadrov Respubliki Belarus"*. [Construction and Architecture. Materials of the XI International Scientific-Methodical Intercollegiate Seminar on "Prospects for the Development of New Technologies in the Construction and Preparation of Engineering Personnel of the Republic of Belarus". Part 2]. Brest, Brest State Technical University, 115–121 (in Russian).
8. Snezhkov D. Yu., Leonovich S. N. (2009) Investigation of Non-Uniform Strength in the Object of Monolithic Construction While Using Complex Non-Destructive Method. *Izvestiya Vuzov. Stroitelstvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], (8), 108–115 (in Russian).
9. Kozlov V. N., Samokrutov A. A., Shevaldykin V. G. (1998) Concrete Control While Using Ultrasound Echo-Pulse Tomograph with Dry Contact. *Kontrol. Diagnostika* [Control. Diagnostics], (1), 49–51 (in Russian).
10. Samokrutov A. A., Kozlov V. N., Shevaldykin V. G., Meleshko I. A. (2002) Ultrasonic Defectoscopy of Concrete by Means of Pulse-Echo Technique. *Proceedings of 8th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT)*. Barcelona, 17–21 June, 2002.
11. Kachanov V. K., Sokolov I. V. (2007) *Issues of Ultrasonic Testing of Extended Complexly Structured Items with Strong Attenuation of Signals*. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 43 (8), 555–563. DOI. org/10.1134/S1061830907080086.

Received: 10.06.2016

Accepted: 23.08.2016

Published online: 28.07.2017

Методика гидравлического расчета обвалования рек и определения параметров оградительных дамб

Докт. техн. наук, проф. Э. И. Михневич¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Защита территорий от затопления паводковыми водами и создание польдерных систем осуществляются с помощью дамб обвалования. Одно из основных требований к компоновке польдерных систем в поймах рек – размещение оградительных дамб за пределами пояса меандрирования русла во избежание их размыва при развитии речных излучин. Ширина пояса меандрирования может быть установлена на основе анализа топографических съемок руслоформирования за многолетний период, а при отсутствии таких данных рассчитана по формуле Б. Ф. Снищенко. При обваловании речного русла пойменная емкость уменьшается, соответственно уровень воды в междамбовом пространстве и скорость прохождения паводкового потока значительно возрастают. Поэтому дамбы следует располагать на таком удалении от русла, чтобы не вызвать существенного повышения уровня воды и увеличения скоростей течения в междамбовом пространстве. Для обоснования проектных параметров систем обвалования, создания благоприятного гидравлического режима на этих системах и обеспечения устойчивости оградительных дамб разработана методика гидравлического расчета обвалования рек. Основными ее фрагментами являются расчеты пропускной способности обвалованного русла и подъема уровня воды в междамбовом пространстве, а также расстояния между дамбами и отметки их гребня. Особенность предлагаемых расчетных формул – учет взаимодействия руслового и пойменного потоков, в процессе массообмена между которыми происходят замедление потока в русле и ускорение потока на пойме. Это явление учитывается введением коэффициентов кинематического эффекта соответственно к составляющим расхода воды в русле и на пойме. Приведенные зависимости для определения отметки гребня оградительных дамб (соответственно их высоты) учитывают подъем уровня воды в междамбовом пространстве для двух типов польдерных систем: незатапливаемых (зимних) дамб при уровне максимального весеннего половодья и затапливаемых (летних) при уровне летне-осенних паводков. Предложенные расчетные формулы могут быть рекомендованы к применению в проектных организациях.

Ключевые слова: обвалование рек, польдерная система, оградительная дамба, взаимодействие потоков, уровень воды, гидравлический расчет

Для цитирования: Михневич, Э. И. Методика гидравлического расчета обвалования рек и определения параметров оградительных дамб / Э. И. Михневич // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 298–303. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-298-303

Methodology for Hydraulic Calculation of River Regulation and Determination of Dike Parameters

E. I. Mikhnevich¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Territory protection against flood water inundation and creation of polder systems are carried out with the help of protection dikes. One of the main requirements to the composition of polder systems in flood plains is a location of border dikes beyond meander belt in order to avoid their erosion when meander development occurs. Meander belt width can be

Адрес для переписки
Михневич Эдуард Иванович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 267-71-74
fes@bntu.by

Address for correspondence
Mikhnevich Eduard I.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 267-71-74
fes@bntu.by

determined on the basis of the analysis of multi-year land surveying pertaining top river-bed building and in the case when such data is not available this parameter is calculated in accordance with the Snishchenko formula. While banking-up a river bed a flooded area is decreasing and, consequently, water level in inter-dike space and rate of flood water are significantly increasing. For this reason it is necessary to locate dikes at a such distance from a river bed which will not cause rather high increase in water level and flow velocity in the inter-dike space. Methodology for hydraulic calculation of river regulation has been developed in order to substantiate design parameters for levee systems, creation of favourable hydraulic regime in these systems and provision of sustainability for dikes. Its main elements are calculations of pass-through capacity of the leveed channel and rise of water level in inter-dike space, and distance between dikes and their crest level. Peculiar feature of the proposed calculated formulae is an interaction consideration of channel and inundated flows. Their mass-exchanging process results in slowing-down of the channel flow and acceleration of the inundated flow. This occurrence is taken into account and coefficients of kinematic efficiency are introduced to the elements of water flow rate in the river channel and flood plain, respectively. The adduced dependencies for determination of a dike crest level (consequently their height) take into consideration a rise of water level in inter-dike space for two types of polder systems: non-inundable (winter) dikes with maximum spring flood rate and inundable (summer) dikes with summer-autumn flood rates. The proposed calculated formulae can be recommended for application at design organizations.

Keywords: river regulation, polder system, dike, flow inter-action, water level, hydraulic calculation

For citation: Mikhnevich E. I. (2017) Methodology for Hydraulic Calculation of River Regulation and Determination of Dike Parameters. *Science and Technique*. 16 (4), 298–303. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-298-303 (in Russian)

Введение

Обвалование рек широко применяют для создания польдерных систем, защиты населенных пунктов и территорий от затопления паводковыми водами, а также для улучшения гидрологического режима пойменных потоков. Расстояние от водоприемника до основания дамбы назначают с учетом требований землепользователей и обеспечения нормального функционирования природных экосистем. Во всех случаях это расстояние должно превышать ширину прибрежной водоохранной полосы и пояса меандрирования и не должно существенно нарушать режим потока воды в реке при прохождении паводков. Трассируют дамбы по возможности в общем направлении движения паводковых вод.

Обвалование бывает односторонним, когда дамбы (валы) возводятся вдоль одного берега, и двусторонним. Ширину русла между дамбами (при двустороннем обваловании) или между дамбой и берегом (при одностороннем обваловании) принимают по возможности постоянной, резких сужений и расширений избегают; прямолинейные участки дамб сопрягают между собой плавными кривыми [1].

Дамбы (валы) возводят из местного грунта с соблюдением рекомендаций и требований, предъявляемых к земляным плотинам. Отличие в работе дамб от земляных плотин состоит в том, что дамбы (откос и его основание) подвергаются воздействию продольного течения.

При обваловании речного русла значительно изменяется характер речного потока: при сжатии потока дамбами возрастают уровни и скорости перемещения паводковой волны вследствие уменьшения пойменной емкости; увеличивается расход потока как на участке обвалования, так и ниже по течению; повышается скорость потока, а следовательно, усиливается и его размывающая способность.

Для обеспечения устойчивости оградительных дамб и создания благоприятного гидрологического и гидравлического режимов на польдерных системах очень важными являются разработка и практическое использование надежной методики гидравлического расчета обвалования речных пойм, определения параметров оградительных дамб и оценки их устойчивости.

Гидравлический расчет обвалования рек

Обвалованное русло реки, с точки зрения гидравлического расчета, в принципе представляет собой сложно-составное сечение, в котором возникает необходимость разделения потока на отдельные фрагменты (русловой и пойменный) и учета взаимодействия этих фрагментов, отражающего особенности изменения их гидравлико-кинематических параметров по ширине русла. Существующие методы расчета пропускной способности русел с поймами предполагают параллельность динамических осей потоков в русле и пойме. При этом предполагается, что продольный уклон реки I

остается таким же, каким он был до обвалования.

Взаимодействие руслового и пойменного потоков учитывается введением поправочных коэффициентов K_p и K_n к составляющим расхода воды соответственно в русле Q_p и на пойме Q_n . Тогда общий расход реки

$$Q = K_p Q_p + K_n Q_n. \quad (1)$$

Для расчета коэффициентов K_p и K_n предложен ряд формул [2, 3], которые учитывают уменьшение расхода в русле под влиянием потока поймы и ускорение потока в пойме. Среди таких формул наиболее известны зависимости И. Ф. Карасева [2] и В. Н. Карнаухова [3]. Приближенные значения коэффициентов K_p и K_n могут быть приняты по табл. 1 [1].

Таблица 1

Значения коэффициентов K_p и K_n
Values of coefficients K_p and K_n

$(B_0 - B_p)/B_p$	K_p	K_n
1	1,00	1,00
1–5	0,95	1,03
5–10	0,90	1,07
Более 10	0,85	1,10

B_0 – расстояние между дамбами; B_p – средняя ширина русла по верху.

Одно из основных требований к компоновке пойменных систем в поймах рек – размещение оградительных дамб за пределами пояса меандрирования русла. В противном случае при развитии речных излучин произойдет размыв дамб и затопление территорий в паводковые периоды. Ширина пояса меандрирования B_n может быть установлена на основе анализа топографических съемок руслоформирования за многолетний период. При отсутствии таких данных ширину пояса меандрирования можно приближенно определить по формуле Б. Ф. Сениченко [4]

$$B_n = \left(\frac{K_{из} - 0,96}{0,04} B_p \right)^{0,714}, \quad (2)$$

где $K_{из}$ – коэффициент извилистости русла; B_p – ширина русла по верху, м.

Исходя из требований охраны природы, дамбы должны размещаться за пределами прибрежной водоохранной полосы, размеры которой регламентируются нормативно-правовыми документами в зависимости от величины реки

и рельефа местности на основании утвержденных проектов водоохранных зон и прибрежных полос. При отсутствии таких проектов минимальная ширина водоохранной прибрежной полосы устанавливается: для водоемов и малых рек 50 м, для больших и средних рек 100 м [5].

Наряду с указанными выше требованиями к компоновке систем обвалования необходимо учитывать также тот фактор, что дамбы следует располагать на значительном удалении от русла, чтобы не вызвать существенного стеснения паводкового потока, повышения уровня воды Δh_0 и соответственно увеличения скоростей течения в междамбовом пространстве. Большой подъем уровня Δh_0 потребует высоких дамб и креплений их от размыва.

Подъем уровня (дополнительный подпор) Δh_0 , возникающий при обваловании русла (рис. 1), является важной характеристикой, необходимой для назначения отметки гребня оградительной дамбы и ее высоты.

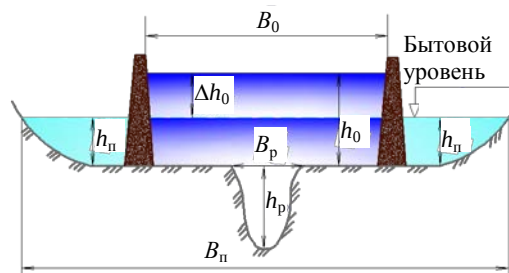


Рис. 1. Схема к расчету обвалования реки

Fig. 1. Scheme for calculation of river regulation

Нами предпринята попытка разработать методику определения значения подпора Δh_0 с учетом взаимодействия руслового и пойменного потоков, которое учитывается введением коэффициентов кинематического эффекта соответственно K_p и K_n к составляющим расхода воды в русле Q_p и на пойме Q_n . Общий расход реки Q определялся по формуле (1).

По данным [6], нестационарностью течения паводковых вод на равнинных реках можно пренебречь, так как дополнительный уклон, возникающий вследствие нестационарного прохождения паводка, оказывается очень малым, не превышающим 5 % от уклона, соответствующего равномерному режиму. Поэтому расход воды Q в реке обвалования (рис. 1) может быть выражен формулой Шези. Тогда,

принимая гидравлический радиус русла R_p равным средней глубине потока в русле $h_p = \omega_p/B_p$ ($R_p = h_p$) и гидравлический радиус пойменного потока R_n равным его глубине h_n (т. е. $R_n = h_n$), средние скорости соответственно в русле и на пойме будут вычисляться следующим образом:

$$v_p = K_p C_p \sqrt{h_p I}; \quad (3)$$

$$v_n = K_n C_n \sqrt{h_n I}, \quad (4)$$

где $v_p, v_n, h_p, h_n, B_p, B_n$ – средняя скорость, глубина и ширина потока соответственно в русле и на пойме; C_p, C_n – скоростной коэффициент потока в русле и на пойме; I – гидравлический уклон.

В процессе массообмена между русловым и пойменным потоками происходят замедление потока в русле и ускорение потока на пойме. Следовательно, значения коэффициентов будут: $K_p \leq 1$ и $K_n \geq 1$. Для прямолинейных русел с двусторонней симметричной поймой значения коэффициентов кинематического эффекта могут быть определены по формулам [3]:

$$K_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2C_p^2}{g} \frac{h_n}{B_p} K_{v_p}^2 A}}; \quad (5)$$

$$K_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2C_n^2}{g} \frac{h_p}{B_n} K_{v_n}^2 A}}; \quad (6)$$

$$K_{v_p} = \frac{v_p - v_n}{v_p}; \quad K_{v_n} = \frac{v_p - v_n}{v_n}, \quad (7)$$

где A – эмпирический коэффициент, учитывающий поперечный турбулентный массообмен между русловым и пойменным потоками в зоне их активного взаимодействия (среднее значение A по опытным данным [3] равно 0,053); h_n – глубина пойменного потока над бровкой русла.

Учитывая, что расход воды после обвалования в пойменной части реки практически не изменяется, подъем уровня в междамбовом пространстве Δh_0 можно определить из уравнения

$$K_n B_n h_n C_n \sqrt{h_n I} = K_0 B_0 h_0 C_0 \sqrt{h_0 I}, \quad (8)$$

где K_n, B_n, h_n, C_n – коэффициент кинематического эффекта, ширина, глубина, скоростной коэффициент пойменного потока в естественном состоянии (до обвалования русла); K_0, B_0, h_0, C_0 – то же после обвалования.

Уравнение (8) можно представить в виде

$$\frac{B_0}{B_n} = \frac{K_n h_n C_n \sqrt{h_n I}}{K_0 h_0 C_0 \sqrt{h_0 I}} \quad (9)$$

или

$$\frac{B_0^2}{B_n^2} = \frac{K_n^2 C_n^2 h_n^3}{K_0^2 C_0^2 h_0^3}, \quad (10)$$

откуда

$$h_0 = h_n \left(\frac{K_n C_n B_n}{K_0 C_0 B_0} \right)^{2/3}. \quad (11)$$

Величина подъема уровня

$$\Delta h_0 = h_0 - h_n = h_n \left[\left(\frac{K_n C_n B_n}{K_0 C_0 B_0} \right)^{2/3} - 1 \right]. \quad (12)$$

В том случае, когда максимальное значение подпора Δh_0 ограничено какими-либо условиями (например, обеспечением свободного прохода паводкового потока под мостами, снижением высоты дамб), при его заданном значении можно определить соответствующее ему расстояние между дамбами B_0 по следующей зависимости:

$$B_0 = \frac{K_n C_n B_n}{K_0 C_0 (\Delta h_0/h_n + 1)^{1.5}}. \quad (13)$$

Определение параметров оградительных дамб

Важнейшим параметром дамбы обвалования, получаемым на основании гидравлического расчета, является ее высота, т. е. отметка гребня дамбы H_r . Отметку гребня незатапливаемых (зимних) дамб, относящихся к IV классу сооружений, определяют для двух случаев: основного расчетного при уровне воды 5%-й

обеспеченности ($p = 5\%$) и поверочного при уровне 1%-й обеспеченности ($p = 1\%$) максимального весеннего половодья, а затопливаемых (летних) – для уровня летне-осеннего паводка [1]. Для основного расчетного случая ($p = 5\%$) отметку гребня незатопливаемых дамб (рис. 2а) рекомендуется определять по формуле

$$H_r = H_{5\%} + \Delta h_{05\%} + \Delta h_{5\%} + h_{н5\%} + a, \quad (14)$$

в которой предлагается учитывать подпор Δh_0 , возникающий при обваловании русла реки, определяемый по формуле (12), а для поверочного расчетного случая ($p = 1\%$) отметку гребня незатопливаемых дамб

$$H_r = H_{1\%} + \Delta h_{01\%} + \Delta h_{1\%} + h_{н1\%}, \quad (15)$$

где $H_{5\%}$, $H_{1\%}$ – отметка уровня воды максимального паводка соответствующей обеспеченности, м; $\Delta h_{5\%}$, $\Delta h_{1\%}$ – высота ветрового нагона воды, м; $\Delta h_{05\%}$, $\Delta h_{01\%}$ – подъем уровня в междамбовом пространстве при весеннем половодье 5%-й и 1%-й обеспеченности, м (определяется по (12)); $h_{н5\%}$, $h_{н1\%}$ – высота наката волны, м; a – величина запаса, равная 0,5 м.

Отметку гребня затопливаемых (летних) дамб находят по зависимости (рис. 2б)

$$H'_r = H_p + \Delta h'_0 + \Delta h + h_n + a_1, \quad (16)$$

где H_p – отметка уровня воды летне-осеннего паводка, м; Δh , h_n – высота ветрового нагона воды и наката волны на дамбу, м; a_1 – величина запаса, равная 0,3 м; $\Delta h'_0$ – подъем уровня воды в междамбовом пространстве при летне-осеннем паводке, м.

Отметку уровня воды летне-осенних паводков при использовании земель под сенокосы принимают 10%-й обеспеченности, а при использовании под пастбища – 5%-й. Высоту ветрового нагона воды Δh (м) [7] находили по преобразованной нами зависимости

$$\Delta h = \sqrt{H_b^2 + 2K_v v_{10}^2 L_b \cos \alpha / g} - H_b, \quad (17)$$

где L_b – длина разгона ветровой волны, м; H_b – средняя глубина водоема по направлению разгона, м; g – ускорение силы тяжести, м/с²; α – угол между господствующим направлением ветра и направлением максимальной длины разгона волны; v_{10} – максимальная расчетная скорость ветра на высоте 10 м над уровнем водоема, м/с; K_v – коэффициент, принимаемый в зависимости от скорости v_{10} : при $v_{10} = 20$ м/с $K_v = 2,1 \cdot 10^{-6}$; при $v_{10} = 30$ м/с $K_v = 3 \cdot 10^{-6}$.

Для пойм малых рек величина ветрового нагона Δh незначительна и в расчетах может не учитываться. Высоту наката h_n определяют по ТКП [7].

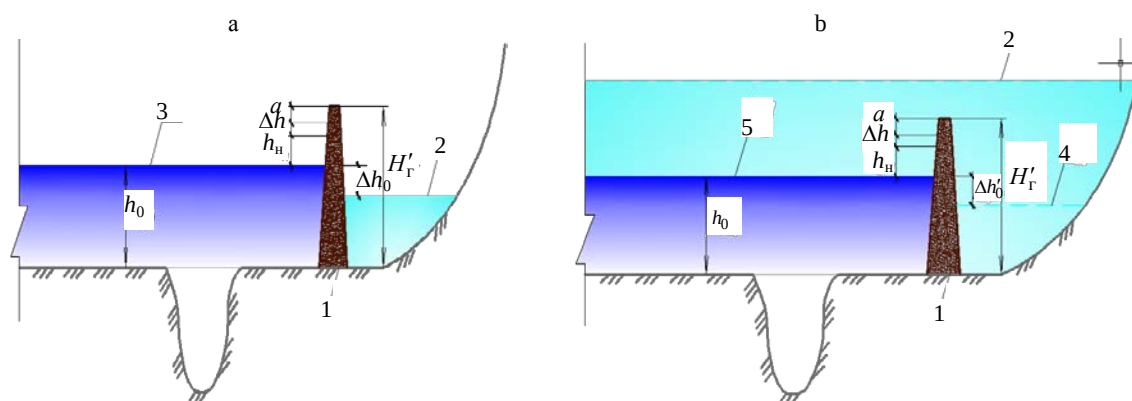


Рис. 2. Схемы к расчету отметки гребня (высоты) дамбы: а – незатопливаемой (зимней); б – затопливаемой (летней); 1 – дамба; 2, 4 – уровень воды максимального (весеннего) и летне-осеннего паводков; 3, 5 – уровень воды при обваловании незатопливаемыми (зимними) и затопливаемыми (летними) дамбами

Fig. 2. Scheme for calculation of dike crest level (height): а – non-inundable (winter); б – inundable (summer); 1 – dike; 2, 4 – water level of maximum (spring) and summer-autumn floods; 3, 5 – water level while using non-inundable (winter) and inundable (summer) dikes for banking-up

Важнейшим условием предупреждения аварийных ситуаций на польдерных системах является обеспечение устойчивости откосов оградительных дамб и магистральных каналов. Устойчивость откосов дамб и каналов обеспечивается соблюдением трех основных условий:

- при откачке воды на польдерах, сбросе воды из прудов скорость снижения уровня $U_{\text{сн}}$ не должна превышать допустимую $U_{\text{сн.доп}}$, определяемую по методике [8];
- скорость продольного потока вдоль откосов дамб и в каналах не должна превышать допускаемую на размыв, значения которой определяются по формуле для оценки устойчивости откосов к размыву [9];
- откосы должны быть устойчивы к воздействию волн [9, 10].

ВЫВОД

Для создания благоприятного гидравлического и гидрологического режимов на польдерных системах и соответственно обеспечения устойчивости оградительных дамб разработана методика гидравлического расчета обвалования речных пойм, в которой учитывается взаимодействие руслового и пойменного потоков. Эта методика позволяет определять подъем уровня (подпор) водного потока в обвалованных руслах рек и более обоснованно назначать расстояние между дамбами и их высоту. Расчетные формулы могут быть рекомендованы к практическому применению в проектных организациях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Польдерные мелиоративные системы. Правила проектирования: ТКП 45-3.04-179–2009 (02250). Минск: РУП «Стройтехнорм», 2009. 136 с.
2. Карасев, И. Ф. Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии / И. Ф. Карасев, В. В. Коваленко. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. 208 с.
3. Карнаухов, В. Н. Эрозионно-аккумулятивные процессы на открытой сети мелиоративных систем / В. Н. Карнаухов. Минск: Беларус. навука, 2013. 347 с.
4. Снисченко, Б. Ф. Типы руслового процесса и их возникновение / Б. Ф. Снисченко // Русловые процессы рек и динамика водоемов: тр. Гос. гидрологич. ин-та. Л.: Гидрометеиздат, 1980. Вып. 263. С. 4–40.
5. Водный кодекс Республики Беларусь: 30 апр. 2014 г. № 149-З: принят Палатой представителей 2 апр. 2014 г.: одобрен Советом Республики 11 апр. 2014 г. Минск: Национальный центр правовой информации Республики Беларусь, 2014. 78 с.

6. Мелиорация и освоение поймы Припяти / Е. А. Волков [и др.]; под ред. С. Г. Скоропанова и Г. Д. Горбутовича. Минск: Ураджай, 1982. 247 с.
7. Гидротехнические сооружения. Правила определения нагрузок и воздействий (волновых, ледовых и от судов): ТКП 45-3.04-170–2009 (02250). Минск: Минстройархитектуры, 2011. 74 с.
8. Михневич, Э. И. Твердый сток с польдерных систем и меры снижения его влияния на водоприемники / Э. И. Михневич, А. П. Русецкий // Вестник БНТУ. 2006. № 1. С. 15–21.
9. Михневич, Э. И. Обеспечение устойчивости откосов дамб для защиты от наводнений на реке Горыни / Э. И. Михневич, П. М. Богославчик, Е. А. Володько // Наука и техника. 2013. № 5. С. 39–44.
10. Левкевич, В. Е. Динамическая устойчивость берегов водохранилищ Беларуси / В. Е. Левкевич. Минск: Право и экономика, 2015. 306 с.

Поступила 18.01.2017

Подписана в печать 20.03.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. ТКП 45-3.04-179–2009 (02250). Polder Meliorative Systems. Design norms Minsk, Stroytekhnorm Publ., 2009. 136 (in Russian).
2. Karasev I. F., Kovalenko V. V. (1992) *Stochastic Methods for River Hydraulics and Hydrometry*. Saint Petersburg, Gidrometeoizdat Publ. 208 (in Russian).
3. Karnaukhov V. N. (2013) *Erosion-Accumulative Processes in the Open Network of Meliorative Systems*. Minsk, Belaruskaya Navuka Publ. 347 (in Russian).
4. Snishchenko B. F. (1980) Types of River Bed Evolutions and Their Origination. *Ruslovyje Protsessy Rek i Dinamika Vodoemov: tr. Gosud. Gidrologich. In-ta* [River Bed Evolutions and Water Reservoir Dynamics: Proceedings of State Hydrological Institute]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., (263), 4–40.
5. *Water Code of the Republic of Belarus*: 30 April 2014 No 149-3. Minsk, National Center for Legal Information of the Republic of Belarus. 78 (in Russian).
6. Volkov E. A., Moskovchenko V. F., Kozlov M. F. (et al.) Skoropanov S. G., Gorbutoyich G. D. (eds.) (1982) *Melioration and Reclamation of the Pripyat High-Water Bed*. Minsk, Uradzhay Publ. 247 (in Russian).
7. ТКП 45-3.04-170–2009 (02250). Hydraulic Engineering Structures. Rules for Determination of Loads and Effects (Wave, Glacial and Ship). Minsk: Publishing House "Minstroyarkhitektury", 2011. 74 (in Russian).
8. Mikhnevich E. I., Rusetsky A. P. (2006) Solid Discharge from Polder Systems and Measures on Reduction of its Influence on Water Intakes. *Vestnik BNTU* [Bulletin of the Belarusian National Technical University], (1), 15–21 (in Russian).
9. Michnevich E., Bogoslavchik P., Volodko E. (2013) Provision of Dike Slope Stability for Territory Protection against Goryn River Floods. *Nauka i Tekhnika* [Science and Technique], (5), 39–44 (in Russian).
10. Levkevich V. E. (2015) *Dynamic Stability for Water Reservoir Banks in Belarus*. Minsk, Pravo i Ekonomika Publ. 306 (in Russian).

Received: 18.01.2017

Accepted: 20.03.2017

Published online: 28.07.2017

Влияние стохастических характеристик свойств материалов, изделий и процессов на оценку нормативных параметров

Докт. техн. наук, проф. С. Н. Осипов¹⁾

¹⁾ГП «Институт жилища – НИПТИС имени Атаева С. С.» (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. За последние 100 лет развитие математической статистики достигло высокого уровня. Для практических расчетов, анализа и сравнения различных стохастических процессов широко используется универсальный относительный и безразмерный показатель, называемый коэффициентом вариации. При малом количестве измерений (менее 30) изучаемого параметра до сих пор используются разные методики оценки возможных колебаний определяемых величин, основанные на свойствах закона распределения Гаусса. При этом количество измерений, выполняемых с помощью этих закономерностей, может значительно увеличиваться, что позволяет надежно (правильно) оценивать числовые характеристики изучаемых параметров. Однако согласно ГОСТ 21153.2–84, несмотря на корректировку методики определения минимально необходимого количества измерений (менее 30), этого оказалось недостаточно для получения надежного обеспечения безопасности, например, в области строительства (катастрофические аварии: в Москве – Трансвааль-парк и Басманный рынок; в Польше, Франции – зрелищные сооружения и др.). В 2007 г. предложено использовать критерий хи-квадрат при определении необходимого количества измерений в случае, если их менее 30, на что получены патенты Евразийского патентного ведомства и Республики Беларусь. При этом использовалось предложение К. А. Браунли, поддержанное создателем точной математической теории вероятности А. Н. Колмогоровым по оценке доверительных пределов величины дисперсии при помощи критерия хи-квадрат. Приведены результаты расчетов необходимого количества измерений по четырем методикам и сравнение этих результатов. Оказалось, что в случае использования критерия хи-квадрат для уровня надежности 0,9 и более необходимо самое большое количество измерений (определений). С ростом коэффициента вариации и расчетного уровня надежности увеличивается необходимое количество измерений. Сделана попытка применения «робастной» методики как не зависящей от формы закона распределения для определения минимально необходимого количества измерений. На основании многолетнего практического использования стохастических характеристик различных параметров и процессов предложена классификация нестабильности на базе величин коэффициентов вариации.

Ключевые слова: стохастические характеристики, нормативные параметры, количество измерений, уровень надежности, коэффициент вариации, классификация, «робастная» методика

Для цитирования: Осипов, С. Н. Влияние стохастических характеристик свойств материалов, изделий и процессов на оценку нормативных параметров / С. Н. Осипов // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 304–314. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-304-314

Influence of Stochastic Characteristics of Properties for Materials, Products and Processes on Evaluation of Regulatory Parameters

S. N. Osipov¹⁾

¹⁾UE “Institute of Housing – NIPTIS named after Ataev S. S.” (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. For the last one hundred years development of mathematical statistics has reached rather high level. A universal relative and non-dimensional factor which is known as a coefficient of variation is widely used for practical calculations, analysis and comparison of various stochastic processes. A variety of methodologies for evaluation of possible variations

Адрес для переписки

Осипов Сергей Николаевич
ГП «Институт жилища – НИПТИС имени Атаева С. С.»
ул. Ф. Скорины, 156,
220114, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 263-81-91
up-niptis@rambler.ru

Address for correspondence

Osipov Sergey N.
UE “Institute of Housing – NIPTIS named after Ataev S. S.”
15b F. Skoriny str.,
220114, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 263-81-91
up-niptis@rambler.ru

in definienda is used in case when a small amount of measurements (less than 30) is made in order to study the required parameter. While doing that a number of measurements executed with the help of these regularities can be significantly increased that permits reliably (correctly) to assess numerical characteristics of the investigated parameters. However according to GOST (All Union State Standard) 21153.2–84 some corrections in methodology for determination of minimum required number of measurements (less 30) have appeared to be insignificant for obtaining a reliable safety, for example, in the field of civil construction (catastrophic accidents: in Moscow – Transvaal Park and Basmany Market; assembly and other constructions: in Poland, France and others). In 2007 it has been proposed to use chi-square criterion for determination of the required number of measurements when their number is less than 30 and appropriate patents of Eurasian Patent Organization and the Republic of Belarus have been obtained for the proposal. For this purpose Brownlie's proposal has been used to assess confidence limits of dispersion values with the help of the chi-square criterion and the proposal has been supported by A. N. Kolmogorov who is an originator of exact mathematical probability calculus. The paper presents results of calculations for the required number of measurements in accordance with four methodologies and comparative analysis of the obtained results. It has appeared that in case when we are using chi-square criterion for the reliability level of 0.9 or even more it is necessary to make the largest number of measurements (determinations). While increasing variation coefficient and predicted reliability level the number of the required measurements is also increased. An effort has been made to apply a robust methodology, which does not depend on the form of a distribution law, for determination of minimum number of the required measurements. Having multi-year experience on practical usage of stochastic characteristics for various parameters classification of non-stability has been proposed on the basis of variation coefficient values.

Keywords: stochastic characteristics, regulatory parameters, number of measurements, reliability level, variation coefficient, classification, "robust" methodology

For citation: Osipov S. N. (2017) Influence of Stochastic Characteristics of Properties for Materials, Products and Processes on Evaluation of Regulatory Parameters. *Science and Technique*. 16 (4), 304–314. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-304-314 (in Russian)

К середине XX в. сложилось убеждение о необходимости построения математической статистики на основе теории вероятностей [1, с. 9], что впервые было предложено А. Н. Колмогоровым [2]. Следует отметить, что в начале XX в. в Российской империи и СССР уже существовал значительный интерес к теории вероятностей, свидетельством чего является учебник А. А. Маркова, 4-е издание которого вышло в 1924 г. [3].

Так как измерения – единственный способ получения количественной информации о величинах, характеризующих те или иные явления и процессы, правильная количественная оценка этих измерений совершенно необходима для обеспечения надежности их использования. Для характеристики частоты появления различных значений случайной величины теория вероятностей предлагает пользоваться указанием закона распределения вероятностей различных значений этой величины.

Известно множество (300–400) вероятностных (стохастических) функций распределения значений случайной величины. Наиболее часто применяемые описаны в [4]. В качестве практического примера анализа эмпирических распределений прочности горных пород можно привести исследования [5], в которых статистическому анализу подвергнуто 129 эмпирических распределений различных прочностных

характеристик горных пород. Однако только 73 результата этого анализа при количестве измерений $n > 70$ использовано для сравнения с теоретическими кривыми одновершинных распределений [5, с. 128, рис. 6.2]. Из этих эмпирических распределений около 70 % имеют значения асимметрии $\beta_1 \leq 0,75$ и коэффициента эксцесса $\beta_2 \leq 0,75$, что в первом приближении позволяет использовать нормальный вид (Гаусса) распределения.

Основные требования к кривым распределения для описания прочностных свойств горных пород заключаются в следующем [5]:

- 1) наличие единственного максимума у плотности распределения;
- 2) надежная аппроксимация в области не только средних значений прочности, но и маловероятных значений;
- 3) нижний предел кривой должен быть отрицательной величиной;
- 4) верхний предел прочности может быть как ограниченной, так и неограниченной величиной;
- 5) наличие у кривой небольшого (2–3) числа параметров и простых методов определения;
- 6) функции плотности и распределения должны иметь простой аналитический вид, без сложных интегральных выражений и специальных функций.

Если испытания производятся при неизменных условиях и имеют «аномальные» (резко отличающиеся от основной массы) наблюдения, необходимо использовать соответствующий статистический критерий для выявления и исключения резко выделяющихся значений [6]. Установлено [5], что технические измерения являются «засоренными» аномальными наблюдениями примерно до 10 %, а производственные – до 20 %. Однако по [7, с. 43] отбрасывание даже одного «аномального» отсчета с края распределения при нормальном законе распределения и доверительной вероятности 95 % (квантиль распределения 0,95) требует производства не менее 40 определений искомого параметра.

В случае проведения измерений параметров, изменяющихся во времени, например суточных колебаний температуры атмосферного воздуха [7, с. 230–234], стохастическая оценка даже математического ожидания (средних значений измеряемого параметра) значительно усложняется. При нормальном распределении параметров прочности, исходя из пункта 3 основных требований, нижний предел кривой должен быть неотрицательной величиной, что обуславливает предельное практическое значение коэффициента вариации $K_v \leq 33\%$ [5, с. 126] и одно-сторонний квантиль при трехкратной величине $\Phi(t) = 0,0013$ [1, с. 401], т. е. вероятность реализации менее 0,013 %. Следовательно, при $K_v > 33\%$ (0,33) полный нормальный закон распределения не применим для описания вероятностных значений прочностных свойств. Однако если величины коэффициентов вариации значений прочности по пробе на сжатие и растяжение не превышают 18–32 %, то по месторождению существенно их превышают, достигая 85–90 % [5, с. 126].

В оценке возможных величин K_v для прочностных свойств (одноосное растяжение и сжатие) всех видов горных пород основным источником информации является «Справочник (кадастр) физических свойств горных пород», в котором при испытании более трех образцов приведено 485 и 405 значений коэффициентов вариации на сжатие и растяжение соответственно [8]. При этом для одноосного сжатия 33 группы и одноосного растяжения 81 группа характеризуются $K_v > 0,33$.

Таким образом, при сжатии и растяжении соответственно около 7 и 20 % групп определения прочностных свойств горных пород даже по критерию максимальных значений $K_v \leq 0,33$ не могут аппроксимироваться кривыми нормального распределения вероятностей значений прочности. Необходимо отметить, что только в 11 группах образцов из 890 количество испытанных образцов составляло $n \geq 75$, по которым испытатели могли эмпирически определить вид распределения случайных значений.

Использование данных кадастра [8] позволило построить гистограммы распределения значений коэффициентов вариации групп измерений прочности образцов горных пород на одноосное сжатие [9, рис. 1] и одноосное растяжение [9, рис. 2]. Впервые [9] полученные общие стохастические закономерности прочности образцов горных пород на одноосное сжатие и растяжение позволили уточнить взаимодействие различных схем разрушения. Примерно «нормальное» распределение прочности значений коэффициентов вариации групп испытаний образцов на одноосное растяжение свидетельствует о преобладании общей стохастической схемы разрушения. Необходимо отметить совпадение превышения средней величины всех коэффициентов вариации прочности образцов на одноосное растяжение по сравнению с таковым на сжатие в 1,4 раза, что совпадает с результатами исследований пород угольных месторождений [5, 6, 8–10]. Однако при этом разброс значений K_v относительно средней величины для прочности на сжатие существенно (в 1,6 раза) больше, чем при растяжении [9].

В связи с небольшим количеством (около 20 % от общего) распределений значений прочностных свойств горных пород, удовлетворяющих критериям подобия (доверительные границы [11]) соответствия эмпирического распределения нормальному закону (Гаусса) для компенсации возможных несоответствий одновершинных распределений нормальному образцу, рекомендуется [6, 10] объем выборки увеличивать на 20–30 % по сравнению с расчетным. Как показал анализ результатов определения прочности на одномерное сжатие образцов силвинита и каинитовой породы [12], с ростом влажности величина коэффициента

вариации существенно увеличивается. Так, при росте влажности с 1 до 3 % K_b увеличивается в 1,5–2 раза.

Пластические свойства и структура горных пород также оказывают большое влияние на разброс значений различных параметров [13] и существенно зависят от трещиноватости. При необходимости оценки количества определений (реализаций) параметра до настоящего времени используются различные варианты нормального закона распределения, в основе которых находится общеизвестная формула

$$n = \frac{t^2 K_b^2}{P_n^2}, \quad (1)$$

где t – критерий Стьюдента (псевдоним английского ученого-статистика В. С. Госсета [1, с. 148]; K_b – коэффициент вариации; P_n – допустимая погрешность определения искомой величины.

Однако происшедшие уже в XXI в. обрушения крупных по площади наружных перекрытий различных спортивных (спортзал школы в Краснопольске (Беларусь, 2004 г.), Трансвааль-парк (Москва, 2004 г.), бассейн (Москва, 2005 г.)), торговых (Басманный рынок (Москве, 2006 г.)), зрелищных (г. Катовице (ПНР, 2005 г.)) и других сооружений в разных странах (Франция, ФРГ и др.) с большими человеческими жертвами свидетельствуют об определенных недостатках в нормативно-технической документации, в которой зачастую содержалась методика определения расчетных величин прочностных свойств материалов и конструкций. Обычно рекомендованное количество определений расчетных значений показателей прочности составляло 3–10 при возможном коэффициенте вариации до 30 %.

Из приведенного выше анализа результатов определения прочностных свойств пород следует практическая необходимость увеличения количества реализаций, рассчитанных в соответствии с (1), на 20–30 %, что также является следствием отклонения реальных одновершинных законов распределения измеряемых величин от нормального закона. Как указывал еще более 70 лет назад К. А. Браунли [14, с. 48], вероятный доверительный предел истинного значения дисперсий при определенном уровне

значимости для любых объемов выборок, в том числе малых ($n < 30$), можно вычислить по формуле

$$d = \frac{n-1}{\chi^2} \sigma_k^2, \quad (2)$$

где d – дисперсия значений определяемого параметра, полученных при испытаниях, $d = \sigma_m^2$; σ_m – вероятная максимальная величина среднеквадратического отклонения значений, полученных при испытаниях определяемого параметра; σ_k^2 – дисперсия, подсчитанная по данным выборки результатов испытаний с $(n-1)$ степенями свободы; n – количество полученных значений параметра; χ^2 – значение критерия χ^2 (хи-квадрат) Е. Пирсона, верхний доверительный предел которого в зависимости от поставленной задачи принимается в уровне значимости, аналогичном вероятности реализации $P = 0,90–0,99$, что соответствует 1–10 % вероятности появления, более высоких, чем расчетные значения σ_m .

Однако с учетом возможных стохастических колебаний коэффициента вариации можно получить [15, с. 5]

$$n = \frac{\sigma_1^2 K_b^2}{P_n^2} \frac{n-1}{\chi^2}, \quad (3)$$

где σ_1 – количество стандартных отклонений в зависимости от вероятности реализации значений определяемого параметра.

Откуда для нормального закона распределения значений измеряемого параметра

$$n = \frac{1}{1 - \frac{P_n^2 \chi^2}{t_1^2 K_b^2}}. \quad (4)$$

Как видно из (4), количество необходимых испытаний при учете возможного вероятностного разброса значений K_b , по крайней мере при небольшом количестве испытаний ($n < (10–20)$ в зависимости от условий), существенно больше по сравнению с отсутствием учета стохастических колебаний коэффициентов вариации. Для других видов закона распределения измеряемых (определяемых) величин можно получить [15]

$$n = 1 + \chi^2 \left[\frac{1 \mp \frac{x_m}{\bar{x}}}{\delta_1 K_b} \right]^2, \quad (5)$$

где x_m – минимально (максимально) допустимая расчетная нормативная величина; $\bar{x}$ – средняя величина в результате испытаний.

Анализ применения (5) приведен в [16, 17]. Однако многие особенности использования патента [15] по сравнению с (1) до сих пор не описаны. При этом необходимо учесть ГОСТ 21153.2–84 [18], в котором в некоторой мере учтены описанные выше рекомендации увеличения необходимого количества измерений (экспериментов) при определении прочностных свойств горных пород. Кроме того, в строительной отрасли большой интерес вызывает работа Б. М. Колотилкина [19], которая посвящена важнейшему вопросу надежности функционирования жилых зданий, где имеется оценка необходимого количества измерений.

Учитывая сравнение четырех методик определения необходимого количества измерений, для них вводятся следующие условные обозначения (индексы): n_1 – в соответствии с (1) (распределение Гаусса); n_2 – в соответствии с (3) или (5) при учете критерия χ^2 ; n_3 – в соответствии с [18]; n_4 – в соответствии с рекомендацией [19]. В первую очередь следует сравнить необходимое количество измерений согласно распределению по закону Гаусса (n_1) и с учетом χ^2 (n_2), что наглядно представлено на рис. 1 при $K_b = 0,25$. На рис. 1 в качестве базового значения принято $n_1 = 10$, а направленные вниз стрелки показывают эквивалентные значения n_2 .

Как видно из рис. 1, при $K_b = 0,25$ необходимое количество измерений с учетом критерия χ^2 увеличивается при надежности $V = 80\%$ на 50 % (в 1,5 раза), при $V = 90\%$ – на 75 % (в 1,75 раза), при $V = 95\%$ – на 90 % (в 1,9 раза), при $V = 98\%$ – на 135 % (в 2,35 раза). При меньших значениях коэффициента вариации это абсолютное увеличение количества необходимых измерений n_2 по сравнению с n_1 уменьшается, но относительное остается высоким. Следует отметить, что надежность определения характеристик пород порядка $V = 0,80$ признается

достаточной в горном деле [18; 20, с. 125], что для строительной и многих других отраслей является неприемлемым, где обычно используется уровень надежности не менее 0,95.

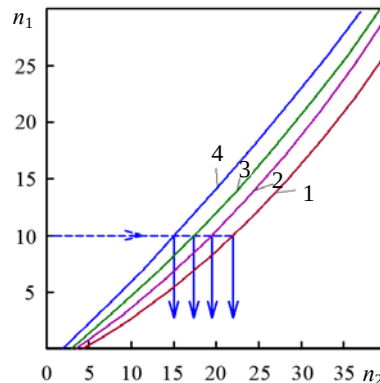


Рис. 1. Количество необходимых измерений (определений) исследуемого параметра при нормальном законе распределения (n_1) и с учетом критерия χ^2 (n_2) в зависимости от уровня надежности V : 1 – 0,98; 2 – 0,95; 3 – 0,90; 4 – 0,80

Fig. 1. Number of required measurements (determinations) or investigated parameter with normal distribution law (n_1) and due account of criterion χ^2 (n_2) according to reliability level V : 1 – 0.98; 2 – 0.95; 3 – 0.90; 4 – 0.80

Существенный интерес представляет сравнение роста необходимого количества измерений с увеличением коэффициента вариации при надежности V , равной 0,90; 0,95 и 0,98, что представлено на рис. 2, 3.

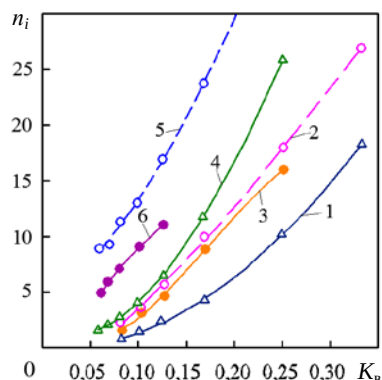


Рис. 2. Влияние величины коэффициента вариации K_b на необходимое количество измерений при использовании различных методик: при $V = 0,90$: 1 – n_1 ; 2 – n_2 ; 3 – n_3 ; при $V = 0,98$: 4 – n_1 ; 5 – n_2 ; 6 – n_3

Fig. 2. Influence of variation coefficient value K_b on required number of measurements while using various methodologies: at $V = 0.90$: 1 – n_1 ; 2 – n_2 ; 3 – n_3 ; at $V = 0.98$: 4 – n_1 ; 5 – n_2 ; 6 – n_3

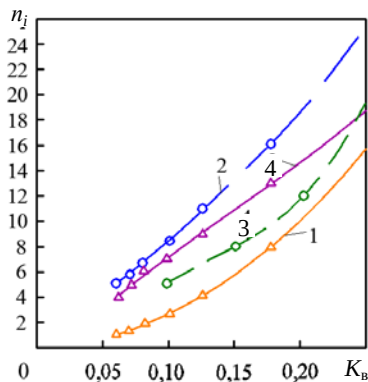


Рис. 3. Влияние величины коэффициента вариации K_b при надежности $V = 0,95$ на необходимое количество измерений при использовании различных методик: 1 – n_1 ; 2 – n_2 ; 3 – n_3 ; 4 – n_4

Fig. 3. Influence of variation coefficient value K_b with reliability $V = 0.95$ on required number of measurements while using various methodologies: 1 – n_1 ; 2 – n_2 ; 3 – n_3 ; 4 – n_4

Все кривые на рис. 2, 3 построены по точкам значений, взятых из рекомендованных или представленных разными авторами. Следует отметить, что все кривые, построенные для нормального закона распределения при соответствующих надежности V (0,90; 0,95 и 0,98), располагаются в нижних частях групп кривых, т. е. эта методика в чистом виде дает минимальные количества необходимых измерений (испытаний). Во всех группах кривых на втором месте снизу расположены зависимости $n_3 = f(K_b, V)$, построенные в соответствии с [18]. Выше них располагается зависимость $n_4 = f(K_b, V)$ (рис. 3, кривая 3), построенная по методике [19]. Выше всех – зависимость $n_2 = f(K_b, V)$ (рис. 3), в которой учитывается критерий χ^2 [15]. Если рассмотреть рекомендованные методики исторически, то определению n_1 уже около 100 лет, n_3 – 30–40 лет, n_4 – 30 лет, а n_2 с учетом критерия χ^2 – всего пять лет. Такой прогресс в первую очередь можно объяснить тяжелыми авариями, происходящими с крупными зданиями со сложными сборными металлическими конструкциями, которые свидетельствовали о неблагополучии, в частности при определении прочностных показателей материалов и конструкций.

Следует отметить разную интенсивность роста необходимого количества измерений (уг-

лов наклона кривых или производных $\partial n_i / \partial K_b$) с нарастанием величины коэффициента вариации при постоянных значениях надежности. При $K_b > (0,15–0,20)$ заметна параллельность нарастания значений n_1 и n_2 . На рис. 3 видно, что результаты расчетов методики необходимого количества измерений по [18] и [19] постепенно сближаются и даже пересекаются при $K_b \approx 0,25$. При малых значениях коэффициента вариации ($K_b < 0,05$) различные методики дают разные интенсивности уменьшения необходимых значений n_i , но при использовании критерия χ^2 количество измерений (испытаний) должно быть не менее четырех ($n_2 \geq 4$) [15].

Как показывает анализ результатов расчетов, разность $(n_2 - n_3)$ (рис. 4) с увеличением коэффициента вариации при постоянных значениях надежности существенно возрастает. Если при $V = 0,90$ эта зависимость (рис. 4, линия 1) примерно линейна, то при V , равном 0,95 и 0,98, выражается параболической кривой (рис. 4, кривые 2, 3), кривизна которой с ростом значений надежности увеличивается.

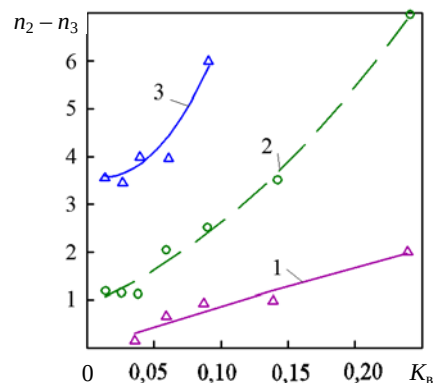


Рис. 4. Зависимость разности $(n_2 - n_3)$ от величины коэффициента вариации K_b при различных значениях надежности V : 1 – 0,90; 2 – 0,95; 3 – 0,98

Fig. 4. Dependence of difference $(n_2 - n_3)$ on variation coefficient value K_b at various reliability values V : 1 – 0.90; 2 – 0.95; 3 – 0.98

Также интересно проследить влияние параметра надежности V на необходимое количество измерений (испытаний) n_2 при разных значениях K_b (рис. 5) в случае учета критерия χ^2 . Следует отметить, что с ростом коэффициента вариации средняя кривизна $(\partial n_2 / \partial V)_{cp}$ возрастает и при этом значительно увеличивается n_2 , выходя в итоге за границу «малого» количества измерений.

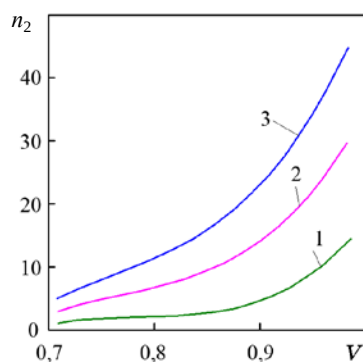


Рис. 5. Влияние показателя надежности на минимально необходимое количество измерений n_2 (испытаний) с учетом критерия χ^2 при разных значениях K_b : 1 – 0,1; 2 – 0,2; 3 – 0,3

Fig. 5. Influence of reliability index on minimum required number of measurements n_2 (tests) with due account of criterion χ^2 at various values of K_b : 1 – 0.1; 2 – 0.2; 3 – 0.3

Отношение необходимых количеств измерений (испытаний) при учете критерия χ^2 и без него также представляет определенный интерес (рис. 6).

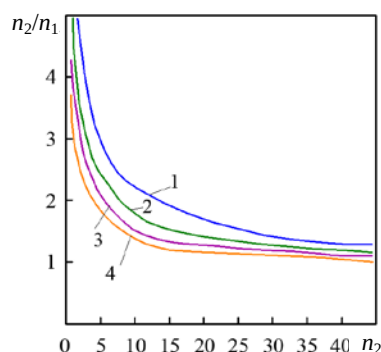


Рис. 6. Зависимость отношения n_2/n_1 от необходимой надежности определения параметра и минимального количества измерений с учетом критерия χ^2 при $K_b = 0,25$ для V : 1 – 0,98; 2 – 0,95; 3 – 0,90; 4 – 0,80

Fig. 6. Dependence of ratio n_2/n_1 on required reliability for determination of parameter and minimum number of measurements with due account of criterion χ^2 at $K_b = 0.25$ for V : 1 – 0.98; 2 – 0.95; 3 – 0.90; 4 – 0.80

Как видно из рис. 6, при $K_b = 0,25$ кривые $n_2/n_1 = f(n_2, V)$ имеют гиперболический вид и резко возрастают при уменьшении n_2 от 30 до нескольких единиц, что свидетельствует о резком усилении влияния учета критерия χ^2 , особенно при малом количестве измерений ($n \leq 10$).

Поэтому при измерениях, испытаниях и определениях искомых параметров при $n \leq 30$ обязательно нужно учитывать критерий χ^2 в случае использования одновышинных законов распределения, похожих на нормальный закон распределения Гаусса.

Учитывая вышеизложенное, основная трудность в правильной и надежной оценке исследуемого параметра лежит в области определения его закона распределения. Однако за последние 30 лет [21–24] для многофакторных экспериментов разработана «робастная», т. е. не зависящая от закона распределения, устойчивая методика оценки параметров модели и исключения промахов [7, с. 240]. В этой методике [24] использованы понятия «сигнал» (управляемый фактор) и «шум» (неуправляемый, т. е. случайный фактор). Для экспериментатора определяемая средняя величина $\bar{x}$ является сигналом (с), чему мешает ее стохастичность, характеризующая шум (ш). Отношение сигнала к шуму по [24] описывается формулой

$$\frac{с}{ш} = 10 \lg \left(\frac{\bar{x}^2}{\sigma^2} \right), \quad (6)$$

где $\bar{x}$ – средняя измеряемая величина (центр рассеивания); σ – среднеквадратическое отклонение, имеющее размерность измеряемой величины.

С учетом изложенного в [25], при использовании нормального закона распределения можно записать

$$\frac{с}{ш} = 10 \lg \left(\frac{1}{K_b^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2n}} \right)} \right), \quad (7)$$

что существенно ограничивает применение (7) для других видов законов распределения. Однако для малых выборок с учетом (2) можно записать

$$\frac{с}{ш} = 10 \lg \left(K_b^2 \left(\frac{n-1}{\chi^2} \right) \right)^{-1}, \quad (8)$$

откуда

$$\lg \chi^2 = \lg(n-1) + 2 \lg K_b - \frac{1}{10} \frac{с}{ш}. \quad (9)$$

Согласно [14, с. 20], критерий χ^2 является функцией вероятности ψ и числа степеней свободы $m = (n - 1)$, т. е. объема выборки (количества измерений). Поэтому для численного определения показателя надежности (вероятности реализации) необходимо по известным значениям n , K_b и с/ш вычислить χ^2 и $\lg \chi^2$, а затем из $\chi^2 = f(\psi, n)$ найти ψ . Если обозначить:

$$A_1 = \frac{n-1}{\chi^2}; A_2 = \left(K_b^2 10^{\frac{1}{10} \lg \chi^2} \right)^{-1}, \quad (10)$$

то должно удовлетворяться равенство $A_1 = A_2$. Но в явном виде решить это уравнение относительно показателя надежности ψ и количества измерений не представляется возможным. Поэтому для определения необходимого количества измерений n при условии принятия в качестве с/ш отношения минимально (максимально) допустимого значения измеряемой величины к среднему ($x_m / \bar{x}$) следует использовать компьютерные расчеты или графоаналитические способы (номограммы) [26]. Такое («робастное») направление оценки надежности экспериментального определения искомого параметра, безусловно, требует дальнейших теоретических и практических исследований.

В связи с важностью учета величины коэффициента вариации, предложенного К. Пирсоном около 100 лет назад в качестве относительной меры рассеяния стохастической величины вокруг среднего значения, представляется необходимым предложить классификацию возможных колебаний значения определяемого параметра по величине коэффициента вариации. Это тем более необходимо вследствие безразмерности K_b , что позволяет сравнить возможные колебания значений самых различных параметров.

Основываясь на многочисленных определениях величин коэффициентов вариации [27], предлагаются следующие варианты нестабильности определяемого параметра по классам:

- 1-й: незначительная при $K_b \leq 0,05$;
- 2-й: малая при $0,05 \leq K_b \leq 0,10$;
- 3-й: средняя при $0,10 \leq K_b \leq 0,20$;
- 4-й: сильная при $0,20 \leq K_b \leq 0,30$;
- 5-й: очень сильная при $0,30 \leq K_b \leq 0,40$;
- 6-й: катастрофическая при $K_b > 0,40$.

Как показывает анализ реальных результатов многочисленных определений коэффициентов вариации прочностных свойств горных пород [17] и концентраций метана в горных выработках шахт Донбасса [27], т. е. совершенно различных природных источников, абсолютные величины K_b очень редко (менее 1 % от общего количества групп измерений) превышают величину 0,40, что уже соответствует очень сильной нестабильности. Следует отметить, что для прочности на сжатие некоторых пород покровной толщи Старобинского месторождения калийных солей (I и II Солигорские рудники) $K_b > 0,40$ (мергель – при $n = 18$ $K_b = 0,44$; глинистый доломит – при $n = 9$ $K_b = 0,45$) [28].

Для металлов и бетонов величины коэффициентов вариаций прочностных показателей обычно не выходят за пределы $K_b \leq 0,20$. Однако даже при этих значениях K_b на основании данных длительной практики конструирования, расчета и эксплуатации машин и сооружений величина запаса прочности для сталей при статической нагрузке принимается равной 1,4–1,6 [29, с. 116]. Для хрупких материалов при статических нагрузках запас прочности следует принимать в размере 2,5–3,0, а для пластичных материалов он должен составлять 2,4–2,6 [29, с. 117].

Ориентировочную оценку величин коэффициентов вариаций, использованных при определении приведенных коэффициентов запаса, можно получить, исходя из приведенного в [5, с. 126, 139, 144] условия $K_b \leq 0,33$ при нормальном законе распределения (Гаусса), так как значения параметров прочности должны быть положительными. При этом эксцесс (островершинность) должен характеризоваться коэффициентом $2,5 \leq b_2 \leq 3,5$ [5, с. 144]. При $K_b \leq 0,45$ и $1,5 \leq b_2 \leq 2,5$ рекомендуется применять параболическое распределение, при $K_b \leq 0,25–0,30$ и $3,5 \leq b_2 \leq 6$ – логистическое распределение.

Исходя из предельной величины коэффициента вариации $K_b \approx 0,33$, для закона Гаусса минимальная величина показателя прочности породы около нуля. Поэтому при $x_m = \bar{x} (1 - 3K_b)$ учтенные величины коэффициентов вариации при определении коэффициентов запаса составляют:

- для сталей при статической нагрузке $K_b \approx 0,10-0,12$;
- для хрупких материалов при статической нагрузке $K_b \approx 0,20-0,22$;
- для пластичных материалов $K_b \approx 0,19-0,21$.

Важность надежного определения величины измеряемого параметра в очередной раз подтверждается Законом Республики Беларусь «Об энергосбережении» от 26.02.2015 [30], в котором предусмотрено каждые пять лет обязательное энергетическое обследование (энергоаудит) юридических лиц с годовым потреблением топливно-энергетических ресурсов 1,5 тыс. т у. т. и более. В этом законе также предусмотрены многие мероприятия по энергосбережению. Понятно, что для эффективного исполнения закона [30] необходимы многочисленные измерения и правильное определение различных параметров объектов обследования, для чего нужна надежная методика. Поэтому описанная в данной статье проблема требует проведения дальнейших исследований.

ВЫВОДЫ

1. Любые количественные измерения определяемых параметров сопровождаются погрешностями, а при разных величинах этих параметров, изменяющихся во времени и пространстве, требуют учета вероятностей их проявления. При случайном воздействии погрешностей необходим учет стохастических закономерностей для их количественной оценки.

2. При малом количестве измерений (определений) изучаемого параметра (менее 30) до сих пор используются различные методики оценки возможных колебаний измеряемых величин, основанных на применении закономерностей распределения Гаусса. При этом практическое использование этих закономерностей для определения количества измерений приводит к необходимости их увеличения для надежного (правильного) нахождения числовых характеристик изучаемых параметров.

3. До 2007 г. по непонятным причинам для малых выборок (менее 30) не использовалось предложение К. А. Браунли по оценке доверительных пределов для величины дисперсии

при помощи критерия χ^2 , применение которого при надежности более 0,8 увеличивает количество необходимых измерений более всех методик на основе закона Гаусса.

4. Все ныне действующие и предлагаемые методики с критерием χ^2 определения количественных (в том числе стохастических) характеристик изучаемого параметра предназначены для одновершинных распределений, похожих на закон Гаусса. Однако для достаточно надежной оценки необходимого количества измерений следует разработать такую методику определения стохастических характеристик, при использовании которой вид закона распределения либо не будет оказывать решающего влияния, либо будет аналитически запрещать проведение этих расчетов.

5. В последнее время большой практический интерес представляют «робастные», т. е. не зависящие от вида закона распределения, устойчивые методы оценки стохастических параметров измеряемого параметра, которые получили применение в основном при многофакторном эксперименте. Необходимо реально оценить условия и возможность применения «робастного» метода при определении количественных характеристик изучаемого объекта.

6. На основе многолетнего практического использования стохастических характеристик различных параметров и процессов впервые предложена классификация нестабильности на базе величин коэффициентов вариации.

7. Насущная необходимость повышения надежности определения количественных характеристик с целью предотвращения катастрофических аварий требует проведения специальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван дер Варден, Б. Л. Математическая статистика / Б. Л. Ван дер Варден. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1960. 436 с.
2. Колмогоров, А. Н. Основные понятия теории вероятностей / А. Н. Колмогоров. М.: ОНТИ, 1936. 324 с.
3. Марков, А. А. Исчисление вероятностей / А. А. Марков. М.: ГИЗ, 1924. 236 с.
4. Хастингс, Н. А. Справочник по статистическим распределениям / Н. А. Хастингс, Дж. Б. Пикок. М.: Статистика, 1980. 96 с.

5. Глушко, В. Т. Оценка напряженно-деформированного состояния массивов горных пород / В. Т. Глушко, С. П. Гавеля. М.: Недра, 1986. 222 с.
6. Баклашов, И. В. Механика горных пород / И. В. Баклашов, Б. А. Картозия. М.: Недра, 1975. 264 с.
7. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зорграф. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.
8. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород. М.: Недра, 1975. 280 с.
9. Осипов, С. Н. О распределении значений коэффициентов вариации прочности групп образцов горных пород / С. Н. Осипов, Е. А. Смычник, Р. Г. Шваб // Горная механика и машиностроение. 2013. № 2. С. 52–62.
10. Чирков, С. Е. Влияние на прочность и деформируемость горных пород напряженного состояния и масштабного эффекта / С. Е. Чирков. М.: МГИ, 1974. 56 с.
11. Длин, А. М. Математическая статистика в технике / А. М. Длин. М.: Советская наука, 1958. 426 с.
12. Осипов, С. Н. Влияние летнего увлажнения атмосферы калийных рудников на прочностные свойства пород контура горных выработок / С. Н. Осипов, Е. А. Смычник, Р. Г. Шваб // Горная механика и машиностроение. 2012. № 4. С. 40–49.
13. Осипов, С. Н. О надежности оценки физических свойств водозащитной толщи при подземной разработке солей / С. Н. Осипов, Е. А. Смычник, Р. Г. Шваб // Горная механика и машиностроение. 2012. № 2. С. 23–24.
14. Браунли, К. А. Статистические исследования в производстве / К. А. Браунли; под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1949. 228 с.
15. Способ определения минимального количества испытаний преимущественно строительных материалов и изделий: Евразийский пат. № 0143390 / С. Н. Осипов, В. М. Пилипенко; заявл. 12.12.2007, опубл. 29.10.2010. 8 с.
16. Осипов, С. Н. Об оценке надежности результатов испытаний физических свойств строительных материалов / С. Н. Осипов // Наука и техника. 2014. № 5. С. 18–24.
17. Осипов, С. Н. Некоторые стохастические особенности использования результатов определения свойств горных пород / С. Н. Осипов, Е. А. Смычник, Р. Г. Шваб // Горная механика и машиностроение. 2013. № 3. С. 16–24.
18. Порода горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии: ГОСТ 21153.2–84. М.: Изд-во стандартов, 1985. 16 с.
19. Колотилкин, Б. М. Надежность функционирования жилых зданий / Б. М. Колотилкин. М.: Стройиздат, 1989. 374 с.
20. Зборщик, М. П. Охрана выработок глубоких шахт в выработанном пространстве / М. П. Зборщик. Киев: Техника, 1978. 176 с.
21. Хьюбер, П. Робастность в статистике / П. Хьюбер; пер. с англ. М.: Мир, 1984. 304 с. DOI: 10.1002/0471725250.
22. Taguchi, G. System of Experimental design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs / G. Taguchi. New York: UNIPUB / Kraus International, 1987. Vol. 1, 2.
23. Taguchi, G. Taguchi methods. Case Studies from the U.S. and Europe / G. Taguchi, Yuiin Wo. American Supplier Institute, 1989. Vol. 6.
24. Серенков, П. С. Концепция робастного проектирования процессов в рамках системы менеджмента качества / П. С. Серенков, В. М. Романчук, Э. М. Короневич // Стандартизация и сертификация. 2004. № 2. С. 64–67.
25. Осипов, С. Н. О некоторых особенностях использования коэффициента вариации при статистической обработке экспериментальных данных / С. Н. Осипов // Вестник БНТУ. 2005. № 4. С. 9–12.
26. Осипов, С. Н. О стохастической оценке результатов волнового просвечивания твердых материалов при малом количестве измерений / С. Н. Осипов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2015. № 3. С. 60–68.
27. Осипов, С. Н. Метановыделение при разработке полых угольных пластов / С. Н. Осипов. М.: Недра, 1964. 254 с.
28. Атрашкевич, А. А. Исследование основных физико-механических свойств пород Старобинского месторождения калийных солей / А. А. Атрашкевич, О. П. Шокин, А. С. Севрюков // Вопросы добычи и переработки галургического сырья. М.; Л.: Химия, 1968. С. 107–118.
29. Соппротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. 3-е изд. Киев: Вища шк., 1973. 672 с.
30. Об энергосбережении [Электронный ресурс]: Закон Респ. Беларусь, 8 января 2015 г., № 239-3 // Национальный правовой интернет-портал Республики Беларусь. Режим доступа: http://minenergo.gov.by/dfiles/000437_303862_ob_energoberezenii_2015.pdf. Дата доступа: 26.03.2017.

Поступила 28.06.2016

Подписана в печать 01.09.2016

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Van der Waerden B. L. (1957) *Mathematical Statistics*. Berlin u. a., Springer-Verl. (Russ. ed.: Van der Waerden B. L. (1960) *Matematicheskaya Statistika*. Moscow, Inostrannaya Literatura Publ. 436).
2. Kolmogorov A. N. (1936) *Fundamental Concepts of Probability Theory*. Moscow, Joint Scientific and Technical Publishing House. 324 (in Russian).
3. Markov A. A. (1924) *Probability Calculations*. Moscow, State Publishing House. 236 (in Russian).
4. Hastings N. A., Peacock J. B. (1975) *Statistical Distributions: a Handbook for Students and Practitioners*. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons. (Russ. ed.: Hastings N. A., Peacock J. B. (1980) *Spravochnik po Statisticheskim Raspredeleniyam*. Moscow, Statistika Publ. 96).
5. Glushko V. T., Gavelya S. P. (1986) *Evaluation of Stress and Deformed State in Rock Massif*. Moscow, Nedra Publ. 222 (in Russian).
6. Baklashov I. V., Kartoziya B. A. (1975) *Rock Mechanics*. Moscow, Nedra Publ. 264 (in Russian).
7. Novitskiy P. V., Zorgraf I. A. (1985) *Estimated Accuracy of Measurement Results*. Leningrad, Energoatomizdat Publ. 248 (in Russian).

8. *Reference Book (Cadastre) on Physical Properties of Rock* (1975). Moscow, Nedra Publ. 280 (in Russian).
9. Osipov S. N., Smychnik E. A., Shvab R. G. (2013) On Distribution of Ratio Values in Strength Variations for Rock Sample Groups. *Gornaya Mekhanika i Mashinostroyeniye* [Mining Mechanics and Mechanical Engineering], (2), 52–62 (in Russian).
10. Tchirkov S. E. (1974) *Influence on Strength and Deformability of Rocks Being in Stress State and Scale Effect*. Moscow, Moscow Mining Institute. 56 (in Russian).
11. Dlin A. M. (1958) *Mathematical Statistics in Engineering*. Moscow, Sovetskaya Nauka Publ. 426 (in Russian).
12. Osipov S. N., Smychnik E. A., Shvab R. G. (2012) Influence of Summer Humidification in Atmosphere of Potash Mines on Rock Strength Properties in Mining Contour. *Gornaya Mekhanika i Mashinostroyeniye* [Mining Mechanics and Mechanical Engineering], (4), 40–49 (in Russian).
13. Osipov S. N., Smychnik E. A., Shvab R. G. (2012) On Reliability in Evaluation of Physical Properties for Water-Protective Rock Mass While Executing Underground Salt Exploitation. *Gornaya Mekhanika i Mashinostroyeniye* [Mining Mechanics and Mechanical Engineering], (2), 23–24 (in Russian).
14. Brownlee K. A. (1949) *Statistical Investigations in Industry*. Moscow, Inostrannaya Literatura. 228 (in Russian).
15. Osipov S. N., Pilipenko V. M. (2010) *Method for Determination of Minimum Test Number Mainly for Construction Materials and Products*. Euroasian Patent No 0143390 (in Russian).
16. Osipov S. N. (2014) On Reliability Evaluation of Test Results for Physical Properties of Construction Materials. *Nauka i Tekhnika* [Science and Technique], (5), 18–24 (in Russian).
17. Osipov S. N., Smychnik E. A., Shvab R. G. (2013) Some Stochastic Peculiarities in Usage of Results for Determination of Rock Properties. *Gornaya Mekhanika i Mashinostroyeniye* [Mining Mechanics and Mechanical Engineering], (3), 16–24 (in Russian).
18. State Standard 21153.2–84. Rocks. Methods for Determination of Yield Value in Case of Simple Compression. Moscow, Publishing House for Standards, 1985. 16 (in Russian).
19. Kolotilkin B. M. (1989) *Reliability in Operational Behavior of Residential Buildings*. Moscow, Stroyizdat Publ. 374 (in Russian).
20. Zborshchik M. P. (1978) *Protection of Outputs in Deep Mines Within Mined-Out Area*. Kiev, Tekhnika Publ. 176 (in Russian).
21. Huber P. (1981) *Robust Statistics*. Wiley. DOI: 10.1002/0471725250.
22. Taguchi G. (1987) *System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs*. Vol. 1, 2. New York, UNIPUB / Kraus International.
23. Taguchi G., Yuin Wo (1989) *Taguchi Methods. Case Studies from the U.S. and Europe*. Vol. 6. American Supplier Institute.
24. Serenkov P. S., Romanchak V. M., Koronevich E. M. (2004) Concept for Robust Process Design in the Framework of Quality Management System. *Standartizatsiya i Sertifikatsiya* [Standardization and Certification], (2), 64–67 (in Russian).
25. Osipov S. N. (2005) On Some Peculiar Features of Variation Factors Usage at Statistical Experimental Data Processing. *Vestnik BNTU* [Bulletin of the Belarusian National Technical University], (4), 9–12 (in Russian).
26. Osipov S. N. (2015) On Stochastic Estimation of Results on Undulatory Transillumination of Solid Materials with Paucity of Measurements. *Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (3), 60–68 (in Russian).
27. Osipov S. N. (1964) *Methane Release While Exploiting Flat-Lying Coal Seams*. Moscow, Nedra Publ. 254 (in Russian).
28. Atrashkevich A. A., Shokin O. P., Sevryukov A. S. (1968) Investigations on Main Physical and Mechanical Properties of Rocks at the Starobinsky Potash Salt Deposit. *Issues on Mining and Processing of Halurgical Raw Material*. Moscow-Leningrad, Khimiya Publ., 107–118 (in Russian).
29. Pisarenko G. S., Agarev V. A., Kvitka A. L., Popkov V. G., Umanskii E. S. (1973) *Material Resistance*. 3rd edition. Kiev, Vishcha Shkola. 672 (in Russian).
30. *On Energy Conservation: Law of the Republic of Belarus Dated on 8 January 2015 No 239-3*. The National Legal Internet Portal of the Republic of Belarus. Available at: http://minenergo.gov.by/dfiles/000437_303862_ob_energo_sberezhenii_2015.pdf (Accessed 26 March 2017) (in Russian).

Received: 28.06.2016

Accepted: 01.09.2016

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-315-323

УДК 691.168

Перспективы применения комплексно-модифицированного песчаного асфальтобетона в дорожном строительстве

Асп. Д. Ю. Александров¹⁾¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Рассматривается возможность использования песчаного асфальтобетона в качестве материала для защиты как асфальтобетонных, так и цементобетонных дорожных покрытий от воздействия внешних разрушающих факторов. Определены недостатки и преимущества дорожных покрытий из песчаного асфальтобетона. Приведены рекомендации по улучшению свойств песчаного асфальтобетона. Проанализированы возможные варианты использования комплексно-модифицированных песчаных асфальтобетонов в дорожном строительстве. Отмечено, что по своим потенциально возможным физико-механическим свойствам активированные кварцевые пески совместно с микроармированием их дисперсными отходами промышленности являются эффективным компонентом для создания конструктивных слоев дорожных асфальтобетонных покрытий. В статье затронуты лишь отдельные аспекты эффективного применения кварцевых песков в дорожном асфальтобетоне. Тема представляет интерес для регионов, где отсутствуют месторождения горных пород для получения щебня, но имеется значительное распространение местных кварцевых песков. Их успешное применение связано с необходимостью создания специального оборудования для физико-химической активации поверхности зерен песка, позволяющей резко усилить адгезионную прочность на разделе фаз в системе «битум–SiO₂». Рассматриваемая проблема актуальна: ее решение позволит максимально использовать местные пески и частично исключить применение щебня в дорожном строительстве.

Ключевые слова: песчаный асфальтобетон, дисперсное армирование, активационные технологии, отходы промышленности, модификация полимерами, полиэтилен

Для цитирования: Александров, Д. Ю. Перспективы применения комплексно-модифицированного песчаного асфальтобетона в дорожном строительстве / Д. Ю. Александров // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 315–323. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-315-323

Prospects for Application of Complex-Modified Sand Asphalt Concrete in Road Construction

D. Yu. Alexandrov¹⁾¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper considers a possibility to use sand asphalt concrete as a material for protection of asphalt concrete and cement concrete road pavements against affection of external destructive factors. Advantages and disadvantages of sand asphalt concrete road pavements have been determined in the paper. The paper provides recommendations on improvement of sand asphalt concrete properties and contains an analysis of possible variants for usage of complex-modified sand asphalt concrete in the road construction. It has been noted that according to its potentially possible physical and mechanical properties activated quartz sand being micro-reinforced by dispersive industrial wastes is considered as an efficient component for creation of constructive layers in road asphalt concrete pavements. The paper reveals only specific aspects of the efficient application of quartz sand in road asphalt concrete. The subject of the paper looks rather interesting for regions where there

Адрес для переписки

Александров Дмитрий Юрьевич
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 267-93-89
ftk75@bntu.by

Address for correspondence

Alexandrov Dmitriy Yu.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 267-93-89
ftk75@bntu.by

are no rock deposits for obtaining broken-stone ballast but there is rather significant spreading of local quartz sand. Its successful application is connected with the necessity to develop special equipment for physical and chemical activation of sand grain surface that permits strongly to increase an adhesive strength in the area of phase separation within the “bitumen–SiO₂” system. The considered problem is a topical one and its solution will make it possible to local sand in a maximum way and partially to exclude application of broken stone in road construction.

Keywords: sand asphalt concrete, dispersive reinforcement, activation technologies, industrial wastes, polymer modification, polyethylene

For citation: Alexandrov D. Yu. (2017) Prospects for Application of Complex-Modified Sand Asphalt Concrete in Road Construction. *Science and Technique*. 16 (4), 315–323. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-315-323 (in Russian)

Введение

Значительный объем финансирования дорожной отрасли на сегодняшний день приходится на восстановление, поддержание и совершенствование существующей сети автомобильных дорог. В то же время не прекращаются работы по строительству новых автомобильных дорог различных технических категорий. Возрастающие осевые нагрузки автомобилей приводят к возникновению деформаций дорожных покрытий, не рассчитанных на такие воздействия. Максимальная расчетная нагрузка на одиночную ось автомобиля на сегодняшний день составляет 11,5 тс. Вероятно, что в ближайшее время в расчетах для дорог высоких технических категорий с интенсивным движением транзитных транспортных средств расчетная нагрузка составит 14–15 тс. Наиболее интенсивно асфальтобетонные покрытия под нагрузкой деформируются в летний период. Снижение ровности автомобильных дорог влечет за собой увеличение затрат как на транспортировку груза, так и на эксплуатацию транспортного средства.

Общая протяженность дорожной сети Республики Беларусь составляет почти 90 тыс. км, около 55 % ее протяженности имеют асфальтобетонные покрытия. Но уже к 2020 г. планируется широко строить дороги с цементобетонным покрытием.

Асфальтобетонные и цементобетонные покрытия со временем теряют свои эксплуатационные качества. Согласно современным представлениям о создании надежной и долговечной дорожной одежды, несущие ее слои должны быть перекрыты тонким, плотным, стойким к истирающим нагрузкам и агрессивному воздействию внешней среды защитным слоем. Одним из вариантов такого защитного состава может стать песчаный модифицированный дорожный асфальтобетон, основным минеральным сырьем для которого является

повсеместно распространенный кварцевый песок, а также различные техногенные отходы промышленности.

Факторы, влияющие на прочность асфальтобетонных покрытий

Асфальтобетонные покрытия, работающие в сложных климатических условиях Республики Беларусь и средней полосы Российской Федерации, в большей степени подвержены преждевременному разрушению, чем такие же покрытия, работающие в климатических условиях центральной Европы (Германия, Франция, Бельгия и др.). Преждевременное их разрушение по сравнению со странами Европы обусловлено, во-первых, значительно меньшим температурным интервалом, в котором может без разрушения работать асфальтобетон, а во-вторых, большим числом циклов замораживания-оттаивания. Например, согласно европейскому стандарту [1] на дорожные битумы температура хрупкости по Фраасу составляет не менее минус 8 °С или не нормируется, в то время как по белорусским стандартам [2] и [3] температура хрупкости для битумов с сопоставимыми показателями пенетрации – минус 17 и минус 20 °С соответственно. Причем температура размягчения по кольцу и шару приблизительно одинакова (45–50 °С).

Для асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог характерны следующие дефекты:

- шелушение и выкрашивание – результат нарушения технологии приготовления, укладки и уплотнения асфальтобетонной смеси;
- пластические деформации (колея, волны, сдвиги, наплывы) – следствие низкой сдвигоустойчивости асфальтобетона, проявляющейся при высоких летних температурах и интенсивном движении тяжелых транспортных средств;
- усталостные трещины – результат несоответствия несущей способности дорожных

одежд величине и интенсивности разрушающего воздействия;

- отраженные трещины – образуются после проведения ремонта нижележащих слоев асфальтобетона, а также над деформационными швами цементобетонных покрытий при перекрытии их слоями асфальтобетона;

- температурные трещины, сетка трещин – в первые годы эксплуатации температурные трещины вызваны недостаточной устойчивостью битума к температурному воздействию, в последующие годы эксплуатации причиной интенсивного трещинообразования является процесс старения битума (частота их появления увеличивается, расстояние между ними уменьшается, что постепенно приводит к образованию сетки трещин).

Существуют различные способы ликвидации и предупреждения образования существенных дефектов асфальтобетонных покрытий. Для предотвращения дальнейшего разрушения покрытия при его шелушении и выкрашивании необходимо проведение защитных мероприятий: устройство слоя износа или обработка пропиточными составами. Пластических деформаций можно избежать, используя асфальтобетонные смеси с высоким содержанием щебня, например щебеночно-мастичные композиции. Правильный учет и прогнозирование изменения интенсивности движения и нагрузки на дорожную одежду, а также своевременное проведение ремонтных мероприятий позволят предотвратить появление температурных и усталостных трещин. Для предупреждения образования отраженных трещин между существующим покрытием и новыми асфальтобетонными слоями обычно устраивается трещино-прерывающая прослойка из геосинтетического материала или крупнозернистой смеси на органическом вяжущем. Процесс старения битума неизбежно вызывает интенсивное трещинообразование через три-четыре года эксплуатации. Старение битума можно замедлить путем устройства тонких защитных слоев износа, а также пропитки покрытия различными химическими композициями.

В зарубежных странах межремонтный интервал для асфальтобетонных покрытий составляет пять-семь лет. В этот период предусмотрено проведение поддерживающих ремонтов в зависимости от степени разрушения покрытия [4]. В начале эксплуатации – это герметизация образовавшихся трещин и пропитка

покрытия специальными гидрофобными составами с целью замедления процесса старения битума. Обычно при незначительных по объему дефектах устраиваются защитные слои по типу Slurry Seal. Предусмотрено также устройство тонких защитных слоев из органоминеральных смесей (микропокрытий). В качестве вяжущего в таких смесях используются полимер-модифицированные эмульсии, что позволяет снизить стоимость строительства. Однако поверхностная обработка во многих странах применяется лишь в незначительных объемах или на дорогах невысоких категорий. В Республике Беларусь поверхностная обработка – наиболее распространенный способ текущего ремонта автомобильных дорог. Причем работы производятся как машинами с синхронным распределением вяжущего и щебня, так и по традиционной технологии. Недостатком поверхностной обработки является ее низкое качество при любом нарушении технологии производства работ. Поверхностная обработка по сравнению с технологией Slurry Seal не позволяет существенно повысить ровность, ликвидировать колею и законсервировать очаги дефектообразования дорожных покрытий.

Цементобетонные покрытия также подвержены разрушению и деформациям (вертикальное смещение плит, шелушение, выкрашивание, истираемость и др.). Наиболее неблагоприятный период для эксплуатации цементобетонных дорожных покрытий – зимний. Низкая коррозионная стойкость к воздействию солей, попеременное замораживание-оттаивание, использование шипованной резины приводят к появлению различных микроразрушений поверхностного слоя дорожного бетона.

Применение технической соли при зимнем содержании цементобетонных покрытий приводит к возникновению термического удара [5]. Техническая соль снижает температуру замерзания воды и вызывает таяние льда при отрицательной температуре. Этот процесс сопровождается поглощением теплоты, т. е. снижением температуры поверхностного слоя бетона. В случае термического удара возникает значительный температурный градиент (от 2,5 до 9,0 °C) в поверхностных слоях бетона в течение первых 2–3 мин. Происходит замерзание воды в мелких порах поверхностного слоя бетона, приводящее к значительному повышению льдистости. Следствие этого – температурные деформации и напряжения, которые могут вы-

звать преждевременное разрушение поверхностного слоя бетона.

Исследования, проведенные в МАДИ [6], свидетельствуют о том, что совместное применение при зимнем содержании противогололедных реагентов и шипованной резины приводит к образованию поверхностных деформаций в первые несколько лет эксплуатации. Замедлить этот процесс можно, лишь используя защитные гидрофобизирующие составы.

На эксплуатационную долговечность цементобетонных покрытий также оказывают влияние процессы, происходящие при твердении цементобетонной смеси в период строительства покрытия [7]. Истираемость и прочность поверхностного слоя цементобетона в первую очередь зависят от величины влагопотерь при твердении бетона. Влагопотери крупнозернистого щебеночного бетона значительно больше, чем мелкозернистого. Для уменьшения потерь влаги при твердении используются защитные пленочные или гидрофобизирующие пропиточные материалы.

Срок службы цементобетонных покрытий теоретически может составлять до 50 лет. Но воздействие климатических и эксплуатационных факторов снижает этот показатель. Цементобетонные покрытия практически не вырабатывают свой теоретический ресурс службы. Для поддержания транспортно-эксплуатационных качеств таких покрытий чаще всего используется их обработка кольматирующими составами. Периодичность обработки зависит от величины истирающей нагрузки и погодно-климатических воздействий. Использование кольматирующих составов позволяет замедлить процесс поверхностного разрушения цементобетона, но не предохраняет поверхностный слой от термического удара в зимний период.

На цементобетонных покрытиях возможно устройство двойной поверхностной обработки, но это далеко не лучший вариант. В развитых европейских странах наблюдается тенденция к устройству на различных дорожных покрытиях сверхтонких защитных слоев из органоминеральных смесей. Такие слои периодически обновляются раз в несколько лет, что позволяет существенно защитить несущие слои дорожных одежд, поскольку защитные слои воспринимают на себя агрессивное воздействие внешней среды. Препятствием для широкого применения тонкослойных защитных слоев на органическом вяжущем при усилении существующих

покрытий может стать их недостаточная устойчивость к образованию отраженных трещин.

Песчаный асфальтобетон: преимущества и недостатки

К основным положительным качествам дорожных песчаных асфальтобетонов относятся [8]: коррозионная стойкость, износостойкость, гигиеничность, более низкая стоимость по сравнению со щебеночными смесями. По сравнению с любым другим видом асфальтобетона песчаный асфальтобетон обладает наиболее однородной структурой, благодаря чему возникающие в нем напряжения распределяются в объеме равномерно, в то время как в щебеночных асфальтобетонах отдельные щебенки являются опасными «концентраторами» напряжений. Этим фактом объясняется более высокая коррозионная износостойкость песчаных асфальтобетонов.

К основным недостаткам песчаных асфальтобетонов относятся низкая сдвигоустойчивость при высоких летних температурах и высокая «чувствительность» к нарушению состава смеси при приготовлении. Согласно общей теории строительного материаловедения, материалам с более однородной структурой соответствуют более высокие прочностные показатели. Теоретически прочность песчаных асфальтобетонов может быть больше, чем прочность щебеночных, но при существующей технологии производства асфальтобетонных смесей пока невозможно получить сдвигоустойчивый песчаный асфальтобетон вследствие следующих причин.

В структуре песчаного асфальтобетона можно выделить объемный и структурированный битумы. Структурированный битум образует на поверхности частиц минерального материала тонкую непрерывную пленку, через которую зерна минерального материала контактируют между собой для образования прочной адгезионной связи. Но такого количества битума будет явно недостаточно для качественного перемешивания смеси. Объемный битум, который необходим для приготовления смеси, впоследствии занимает межзерновое пространство, увеличивая толщину битумной прослойки между зернами песка. В таком случае структурная прочность асфальтобетона характеризуется лишь незначительной величиной сцепления зерен песка друг с другом через тон-

кую битумную пленку, а основную нагрузку несет асфальтоявляющее вещество. Немаловажным фактором, влияющим на прочность песчаного асфальтобетона, является низкая адгезия битума к поверхности кварцевых зерен песка, обусловленная природой его минералогической структуры (содержание SiO_2 в песке более 95 %). Учитывая эти особенности песчаных асфальтобетонов, любое, даже незначительное, изменение соотношения составляющих смеси оказывает большое негативное влияние на их основные эксплуатационные показатели.

Песчаный асфальтобетон в дорожном строительстве широко применялся в СССР до 60-х гг. прошлого века. В послевоенные годы использование данного материала было обусловлено невысокой интенсивностью движения и низкой нагрузкой на ось автомобиля, а также нехваткой прочного крупного заполнителя, который был в первую очередь необходим для послевоенного восстановления разрушенных зданий и сооружений. Однако с ростом интенсивности движения песчаный асфальтобетон вытеснили более прочные щебеночные асфальтобетоны. В настоящее время песчаный асфальтобетон в основном используется лишь для устройства пешеходных дорожек и тротуаров. Возможность широкого применения песчаных асфальтобетонов обусловлена повсеместным распространением песков и легкостью их добычи. Широкое использование песчаных асфальтобетонов в качестве материала для несущих слоев дорожной одежды, т. е. устройства толстых слоев, в настоящее время не представляется возможным, но применение их в качестве защитного слоя с толщиной не более 1–2 см при условии улучшения физико-механических свойств этого материала – экономически целесообразно.

Улучшение свойств песчаных асфальтобетонов

За многолетний период эксплуатации покрытий из песчаных асфальтобетонов накоплен достаточный опыт и намечены пути улучшения его свойств за счет: оптимизации гранулометрического состава, дисперсного армирования, физико-химической активации поверхности заполнителя, модификации битума полимерами, совершенствования приготовления смеси.

В качестве минерального заполнителя в песчаных асфальтобетонах можно использовать

как природный песок, так и отсеивы дробления [8]. Песчаные асфальтобетоны на природном песке имеют высокую плотность и шероховатость, на основе отсеива дробления – более высокие сцепные качества, что объясняется увеличением числа контактов колеса с покрытием. К основным недостаткам можно отнести низкие значения сдвигоустойчивости в связи с малой адгезионной прочностью системы «битум – кварцевый песок».

Практика показала [9], что наиболее целесообразно проводить обогащение смеси из природных песков отсеивами дробления. Известно, что процентное содержание отсеива в смеси необходимо в каждом случае устанавливать экспериментально, потому что до сих пор не существует достаточно убедительных теоретических исследований по этому вопросу. В различных рекомендациях по улучшению свойств песчаных асфальтобетонов доля отсеива колеблется от 10 до 50 %. Корректируя гранулометрический состав, необходимо исходить из условия достижения наибольшей плотности готовой смеси. С целью снижения стоимости песчаного асфальтобетона в состав минеральной части целесообразно вводить отработанные формовочные смеси (ОФС). Однако решение об использовании ОФС того или иного литейного производства может быть принято только после тщательного исследования этого материала. Как правило, пока на большом количестве литейных производств ОФС просто вывозятся в отвалы в виде отходов.

Установлено, что дисперсное армирование является одним из наиболее эффективных способов улучшения прочностных свойств мелкозернистых материалов. Исследования дисперсно-армированных асфальтобетонов, проведенные в различных странах, подтверждают этот вывод. Например, в [10–14] отмечается, что содержание волокна в структуре асфальтобетона даже в пределах не более 1 % повышает транспортно-эксплуатационные свойства дорожных покрытий, однако на эффективность армирования также оказывает влияние тип применяемого волокна. Наиболее важным показателем, определяющим возможность использования волокна в составе асфальтобетона, является степень гидрофобности его поверхности.

Проведенные автором статьи исследования показали, что в качестве армирующих волокон

перспективно использовать отходы, образующиеся, например, при производстве минераловатных плит «БЕЛТЭП» (ОАО «Гомельстройматериалы»). Ежегодно такой отход собирается в объеме 13000 т в виде базальтового волокна. В исследованиях, проведенных в БНТУ [14], для дисперсного армирования использовали лавсановое, вискозное, капроновое, базальтовое и стекловолокно. Установлено, что увеличить адгезию битума к поверхности волокнистой добавки можно при помощи обработки волокна гидрофобизирующими составами, которые подбираются в зависимости от происхождения волокон. Такая обработка необходима, чтобы не допустить раскручивание и разбиение волокнистого пучка на отдельные волокна. Наилучшие результаты были достигнуты при армировании стекловолокном, обработанным анионным ПАВ. Значение предела прочности на сжатие при 50 °С превысило минимально допускаемое на 80 %. Количество вводимого в смесь волокна составляло не более 2 %. Дисперсное армирование позволило увеличить сдвигоустойчивость на 20–40 % и трещиностойкость – на 100–200 %, что особенно необходимо для предупреждения образования отраженных трещин. Следует отметить, что в приведенном исследовании [14] в состав минеральной части материала входил гравий, что не дает возможности в полной мере оценить влияние дисперсного армирования на свойства именно песчаных бетонов.

Предусмотренные существующими нормативными документами испытания асфальтобетонов не позволяют оценить их работоспособность во времени. Дополнительными показателями качества песчаных армированных асфальтобетонов могут служить динамический модуль упругости и величина остаточной деформации при постоянной нагрузке [15]. Динамический модуль упругости был включен в Руководство AASHTO по подбору состава асфальтобетонных смесей в качестве нормируемого показателя в 1993 г. Значения динамического модуля упругости песчаных асфальтобетонов, армированных фиброволокном (1 %), превысили значения неармированного песчаного асфальтобетона на 10–40 % в зависимости от частоты нагружения. При испытании на статическую ползучесть неармированный асфальтобетон разрушился через 20 мин, а дисперсно-армированный выдержал до разрушения 206 мин, что в 8,6 раза больше.

Дисперсное армирование позволяет повысить сдвигоустойчивость, трещиностойкость, коррозионную стойкость, прочность и износостойкость песчаных асфальтобетонов. На прочность армированного композита оказывают влияние следующие факторы: происхождение волокон, процентное содержание волокна в смеси, соотношение длины к диаметру волокна, ориентация волокна в смеси и др. Эффективность дисперсного армирования именно песчаных асфальтобетонов обусловлена структурой материала. Наполнение короткими прочными волокнами позволит повысить прочность асфальто вяжущего, которое воспринимает значительную нагрузку в песчаных асфальтобетонах, но это, в свою очередь, приводит к некоторому увеличению расхода битума.

Для смачивания битумом большой удельной поверхности заполнителей песчаного асфальтобетона необходимо понизить вязкость вяжущего, без изменения его эксплуатационных качеств. Установлено, что при использовании серобитумных вяжущих можно сократить время перемешивания смеси на 1–2 мин, а также снизить температуру приготовления на 10 °С [16]. Оптимальное процентное содержание серы для песчаных асфальтобетонов по результатам указанного исследования составляет 30 %. При таком показателе сера является также структурообразующей добавкой. Использование серобитумных вяжущих позволяет повысить температурную устойчивость песчаных асфальтобетонов.

Один из самых распространенных способов повышения эксплуатационных качеств битумо-минеральных смесей – модификация вяжущего полимерами [17]. В качестве модифицирующих добавок используются высокомолекулярные соединения в виде эластомеров, термопластов, термоэластопластов и реактопластов [18, 19].

При изучении влияния модифицированных битумов на физико-механические свойства асфальтобетонов в абсолютном большинстве случаев изготавливались многощебенистые асфальтобетонные смеси типа Б или В. При этом свойства таких битумов значительно улучшались. Поэтому можно предположить, что применение модифицированных битумов позволит также повысить физико-механические свойства и песчаных асфальтобетонов.

Следуя общей концепции максимально возможного использования в составе песчаного

асфальтобетона отходов промышленности и местных материалов, наиболее целесообразно применять в качестве модифицирующей добавки полиэтилен. Материалы на основе полиэтилена широко распространены, а большая часть отходов от него не перерабатывается, что ухудшает экологическую обстановку. Перспективно использование полиэтилена как низкого, так и высокого давления, полученного в виде крошки, агломерата или хлопьев из пленки сельскохозяйственного назначения, упаковочной тары и других материалов. Получить полиэтиленовую крошку размерами 3–5 мм из толстостенного пластика можно при помощи роторного ножевого измельчителя. Хлопья из полиэтиленовой пленки получают путем резания ее на средних скоростях в коническо-ножевом измельчителе. Полиэтилен может быть введен в асфальтобетонную смесь в виде крошки или хлопьев по линии подачи волокнистых материалов, а также использоваться для приготовления полимербитумного вяжущего, что подразумевает его отдельное приготовление [18]. Во втором случае при высокотемпературной гомогенизации происходит химическое соединение нафтенных компонентов с полимерной матрицей. Формируется новая структура с прочным соединением структурированного и свободного битумов с неполярным структурно-вязким полиэтиленом. Недостаточную растяжимость битумов с добавкой полиэтилена можно компенсировать дисперсным армированием асфальтобетона.

При введении полиэтиленовой крошки непосредственно в смеситель при приготовлении смеси полиэтилен практически не вступает в химическое взаимодействие с битумом, а изменение свойств асфальтобетона обусловлено эффектом структурирования битумного вяжущего полиэтиленовыми частицами, так как прочность песчаного асфальтобетона обусловлена прочностью асфальтовяжущего. В таком случае добавка 1,0–1,5 % полиэтилена от массы минеральных материалов при времени перемешивания смеси 2–3 мин и температуре 140–180 °C позволяет повысить прочность асфальтобетона на 25–30 %, сдвигоустойчивость – на 10 % и трещиностойкость – на 5 %.

Минеральная часть песчаных асфальтобетонов может быть представлена как природным кварцевым песком, так и отсевом дробления кислых горных пород. Для данных материалов характерно наличие слабого отрицательного

потенциала на поверхности их частиц. Слабым отрицательным потенциалом обладает также битум, что приводит к низкой его адгезии к поверхности минерального материала. В связи с указанным возникает необходимость в изменении заряда поверхности минерального заполнителя. В БНТУ разработана технология трибоактивации природного кварцевого песка [20]. Установлено, что трибоактивация песка известковым раствором и последующее введение в смесь до 50 % такого песка позволяют повысить значения прочности асфальтобетона в два раза. К упрощенным методам активационных технологий относится простая обработка песков известковым раствором. В отличие от метода трибоактивации обработка песков известковым раствором вполне осуществима и не требует создания специальных модулей на асфальтобетонных заводах.

Возможным способом снижения количества свободного битума в асфальтобетонной смеси является ее двухступенчатая технология приготовления [21]. Данная технология предусматривает раздельное приготовление асфальтовяжущего (органическое вяжущее и минеральный порошок) и последующее введение в него зерен песка. Согласно результатам исследования, двухступенчатая технология позволяет снизить потребность в битуме на 10 %. Совместное применение при приготовлении асфальтобетонных смесей ПАВ и вибрации уменьшает потребность в битуме до 35 %. Наибольший интерес в перспективе представляет газовая технология приготовления асфальтобетонной смеси. Для этого в конструкцию асфальтосмесительной установки необходимо ввести агрегат для предварительной обработки зерен песка аэрозольным битумом.

Улучшение деформационных и усталостных показателей песчаных асфальтобетонов позволит использовать их не только как защитный слой цемента- и асфальтобетонных покрытий (рис. 1а), но и как трещинопрерывающую прослойку (рис. 1б) при капитальном ремонте дорожных одежд. В настоящее время в качестве трещинопрерывающих прослоек используются геосинтетические материалы или крупнозернистые пористые смеси на органическом вяжущем. Однако эти же функции может выполнять комплексно-модифицированный песчаный асфальтобетон с добавкой полимера, одновременно являясь еще и выравнивающим слоем.

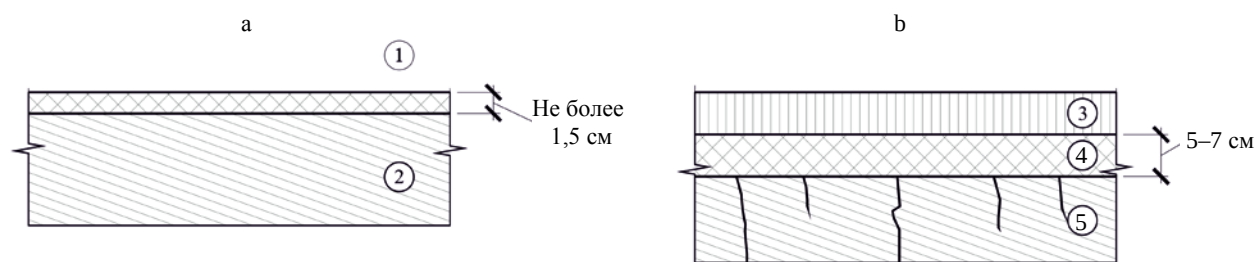


Рис. 1. Варианты применения комплексно-модифицированного песчаного асфальтобетона: а – в качестве защитного слоя; б – в качестве трещинопрерывающей прослойки; 1 – комплексно-модифицированный песчаный асфальтобетон; 2 – конструктивный слой асфальто- или цементобетонного покрытия; 3 – новый слой усиления из асфальто- или цементобетона; 4 – трещинопрерывающий слой из комплексно-модифицированного песчаного асфальтобетона; 5 – существующее асфальто- или цементобетонное покрытие с развитыми трещинами

Fig. 1. Variants for application of complex-modified sand asphalt concrete: а – as protective layer;

б – as cracks stopping layer; 1 – complex-modified sand asphalt concrete;

2 – constructive layer of asphalt- and cement-concrete pavement; 3 – new reinforcement asphalt- or cement-concrete layer;

4 – cracks stopping layer made of complex-modified sand asphalt concrete;

5 – existing asphalt- or cement-concrete pavement with developed cracks

ВЫВОДЫ

1. Песчаный асфальтобетон в настоящее время не используется для устройства конструктивных слоев дорожных покрытий, что обусловлено в основном его низкой сдвигоустойчивостью. Большинство исследователей пытались решить эту проблему различными способами. Однако это оказалось невозможным при данном техническом состоянии асфальтобетонных заводов: для решения проблемы требуется разработка усовершенствованного технологического процесса приготовления песчаных асфальтобетонных смесей на основе газовой технологии.

2. Широкое применение песчаного асфальтобетона в конструктивных слоях дорожных одежд возможно только при обеспечении следующих условий: максимального увеличения его структурной сдвигоустойчивости и максимального увеличения гидрофобной водонепроницаемости.

3. В Республике Беларусь исследования в области комплексной модификации песчаных асфальтобетонов на сегодняшний день не проводятся. Комплексная модификация позволит применять песчаный асфальтобетон с пониженной ресурсоемкостью и повышенными физико-механическими свойствами при значительном экономическом эффекте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Битумы дорожные. Технические требования и методы испытаний: СТБ EN 12591–2010 (EN 12591:2009, IDT). Введ. 01.08.2010. Минск: Госстандарт, 2010. 22 с.

2. Битумы нефтяные для верхнего слоя дорожного покрытия. Технические условия: СТБ 1062–97. Введ. 01.07.97. Минск: Минстройархитектуры Республики Беларусь, 1997. 16 с.
3. Битумы модифицированные дорожные. Технические условия: СТБ 1220–2009. Взамен СТБ 1220–2000; введ. 01.01.2010. Минск: Госстандарт, 2009. 18 с.
4. Опанасенко, О. Н. Свойства и применение битумных дисперсий и битумно-эмульсионных материалов / О. Н. Опанасенко, Н. П. Крутько. Минск: Беларуская навука, 2014. 269 с.
5. Пшембаев, М. К. Процессы, протекающие на поверхности бетонных покрытий при их химической защите от зимней скользкости / М. К. Пшембаев, Я. Н. Ковалев, В. Н. Яглов / Наука и техника. 2016. Т. 15, № 4. С. 265–270. DOI: 10.21122/2227-1031-2016-15-4-265–270.
6. Ушаков, В. В. Исследование истираемости цементобетонных покрытий автомобильных дорог / В. В. Ушаков, Г. Г. Дьяков // Наука и техника в дорожной отрасли. 2014. № 1. С. 31–32.
7. Толмачев, С. Н. Развитие теории разрушения и стойкости дорожных цементных бетонов при действии агрессивных факторов / С. Н. Толмачев. Харьков, 2013. 427 с.
8. Дорожный асфальтобетон / А. М. Богуславский [и др.]; под ред. Л. Б. Гезенцвея. М.: Транспорт, 1985. 350 с.
9. Предложения по повышению качества песчаного асфальтобетона: сб. / М-во трансп. стр-ва СССР. Гос. всесоюз. дор. науч.-исслед. ин-т «СоюздорНИИ». Балашиха, 1970. 24 с.
10. Jahromi, S. Gh. Carbon Fiber Reinforced Asphalt Concrete / S. Gh. Jahromi, A. Khodaii // The Arabian Journal for Science and Engineering. 2008. Vol. 33, No 2B. P. 355–364.
11. Evaluation of Fiber-Reinforced Asphalt Mixtures Using Advanced Material Characterization Tests / M. R. Mitchell [et al.] / Journal of Testing and Evaluation. 2010. Vol. 38, No 4. P. 12. DOI: 10.1520/jte102442.
12. Ye, Qunshan. Rheological Properties of Fiber Reinforced Asphalt Binders / Qunshan Ye, Shaopeng Wu // Indian

- Journal of Engineering & Materials Sciences. 2009. Vol. 16. P. 93–99.
13. Lee, S. J. Fatigue Cracking Resistance of Fiber-Reinforced Asphalt Concrete / S. J. Lee // *Textile Research Journal*. 2005. Vol. 75. No 2. P. 123–128.
 14. Акулич, А. В. Структура и свойства дисперсно-армированных асфальтобетонов / А. В. Акулич. Минск: Белорус. политех. ин-т, 1987. 17 с.
 15. Полякова, С. В. Дисперсно-армированный асфальтобетон с применением синтетических волокон / С. В. Полякова // *Мир дорог*. 2014. № 70. С. 56–61.
 16. Галдина, В. Д. Серобитумные вяжущие / В. Д. Галдина. Омск: СибАДИ, 2011. 124 с.
 17. Тарасов, Р. В. Модификация битумов полимерами [Электронный ресурс] / Р. В. Тарасов, Л. В. Макарова, А. А. Кадомцева // *Современные научные исследования и инновации*. 2014. № 5 [Электронный ресурс]. Режим доступа: URL:<http://web.snauka.ru/issues/2014/05/34687>. Дата доступа: 07.10.2015.
 18. Бонченко, Г. А. Асфальтобетон. Сдвигоустойчивость и технология модифицирования полимером / Г. А. Бонченко. М.: Машиностроение, 1994. 176 с.
 19. Галдина, В. Д. Модифицированные битумы / В. Д. Галдина. Омск: СибАДИ, 2009. 228 с.
 20. Ковалев, Я. Н. Активационные технологии дорожных композиционных материалов / Я. Н. Ковалев. Минск: Белар. энцыкл., 2002. 334 с.
 21. Ларина, Т. А. Двухступенчатая технология песчаного асфальтобетона / Т. А. Ларина. М., 1989. 21 с.
 7. Tolmachev S. N. (2013) *Development of Theory on Deterioration and Resistance of Road Cement Concrete in Case of Aggressive Factor Actions*. Kharkov. 427 (in Russian).
 8. Gezentsvei L. B., Gorelyshev N. V., Boguslavskii A. M., Korolev I. V. (1985) *Road Asphalt Concrete*. Moscow, Transport Publ. 350 (in Russian).
 9. USSR Ministry of Transport Construction. State All-Union Road Scientific Research Institute "SoyuzDorNII" (1970). *Proposals for Quality Improvement of Sand Asphalt Concrete*. Collected Book. Balashikha. 24 (in Russian).
 10. Jahromi S. Gh., Khodaii A. (2008) Carbon Fiber Reinforced Asphalt Concrete. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 33 (2B), 355–364.
 11. Mitchell M. R., Link R. E., Kaloush K. E., Biligiri K. P., Zeiada W. A., Rodezno M. C., Reed J. X. (2010) Evaluation of Fiber-Reinforced Asphalt Mixtures Using Advanced Material Characterization Tests. *Journal of Testing and Evaluation*, 38 (4), 102442. DOI: 10.1520/jte102442.
 12. Ye Qunshan, Wu Shaopeng (2009) Rheological Properties of Fiber Reinforced Asphalt Binders. *Indian Journal of Engineering & Materials Sciences*, 16, 93–99.
 13. Lee S. J. (2005) Fatigue Cracking Resistance of Fiber-Reinforced Asphalt Concrete. *Textile Research Journal*, 75 (2), 123–128. DOI: 10.1177/004051750507500206.
 14. Akulich A. V. (1987) *Structure and Properties of Dispersed and Reinforced Asphalt Concrete*. Minsk, Belarusian Polytechnical Institute. 17 (in Russian).
 15. Polyakova S. V. (2014) Dispersed and Reinforced Asphalt Concrete with Application of Synthetic Fibre. *Mir Dorog [the World of Roads]*, (70), 56–61 (in Russian).
 16. Galdina V. D. (2011) *Sulfur Bitumen Binders*. Omsk, Siberian Automobile and Highway University (SIBADI). 124 (in Russian).
 17. Tarasov R. V., Makarova L. V., Kadomtseva A. A. (2014) Modification of Bitumen by Polymers. *Sovremennye Nauchnye Issledovaniya i Innovatsii [Modern Scientific Investigations and Innovations]*, (5). Available at: <http://web.snauka.ru/issues/2014/05/34687> (Accessed 7 October 2015).
 18. Bonchenko G. A. (1994) *Asphalt Concrete. Shear Resistance and Technology for Polymer Modification*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ. 176 (in Russian).
 19. Galdina V. D. (2009) *Modified Bitumen*. Omsk, Siberian Automobile and Highway University (SIBADI). 228 (in Russian).
 20. Kovalev Ya. N. (2002) *Activation Technologies for Road Composite Materials*. Minsk, Belaruskaya Entsiklopediya Publ. 334 (in Russian).
 21. Larina T. A. (1989) *Two-Stage Technology of Sand Asphalt Concrete*. Moscow. 21 (in Russian).

Поступила 08.12.2016

Подписана в печать 14.02.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. STB [Standards of the Republic of Belarus] EN 12591–2010. *Road Bitumen. Technical Requirements and Test Methods*. Minsk, Gosstandart, 2010. 22 (in Russian)
2. STB [Standards of the Republic of Belarus] 1062–97. *Oil Bitumen for Top Layer of Roadway Paving. Technical Requirements*. Minsk: Ministry of Architecture and Construction of Belarus, 1997. 16 (in Russian).
3. STB [Standards of the Republic of Belarus] 1220–2009. *Modified Road Bitumen. Technical Requirements*. Minsk, Gosstandart, 2009. 18 (in Russian).
4. Opanasenko O. N., Krutko N. P. (2014) *Properties and Application of Bitumen Dispersions and Bitumen-Emulsion Materials*. Minsk, Belaruskaya Navuka Publ. 269 (in Russian).
5. Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Yaglov V. N. (2016) Processes Occurring on the Surface of Concrete Pavement While Ensuring Chemical Protection Against Winter Slip. *Nauka i Tekhnika [Science and Technique]*, 15 (4), 265–270. DOI: 10.21122/2227-1031-2016-15-4-265-270.
6. Ushakov V. V., Diakov G. G. (2014) Investigations on Dusting of Cement-Concrete Pavements for Motor Roads. *Nauka i Tekhnika v Dorozhnoi Otrastli [Science and Engineering for Highways]*, (1), 31–32.

Received: 08.12.2016

Accepted: 14.02.2017

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-324-334

УДК 662/997:697.1

Гелиосистемы жилых домов для эксплуатационных условий Республики Беларусь

Инж. М. А. Рутковский¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. В Европе для теплоснабжения зданий активно используются гелиосистемы. Использование солнечной энергии в нашей стране также эффективно, поскольку общее количество прямой и рассеянной солнечной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность, в климатических условиях Беларуси равно средневропейскому. В статье проанализирована существующая зависимость для определения эффективности гелиосистемы и предложена измененная формула расчетов при проектировании систем солнечного потребления, правомочность которой доказана экспериментом. Приведены разработанная схема экспериментальной установки с пояснениями и кратким описанием проведения опытов и основные результаты выполненных исследований. Эксперименты проводили для гелиосистем с естественной и вынужденной циркуляцией теплоносителя. Уделено внимание получению максимально возможного температурного потенциала теплоносителя при работе гелиосистемы в периоды высокой и низкой интенсивности солнечного излучения. Даны рекомендации по практическому применению гелиосистем для многоэтажных жилых домов и домов усадебного типа. Показаны технологические принципы построения «пассивных» устройств солнечного отопления. Для эксплуатационных условий Беларуси выполнено сравнение гелиосистем традиционно применяемого и предлагаемого альтернативного решений. Предложена гелиосистема горячего водоснабжения многоэтажных зданий, впервые реализованная в республике при проектировании и возведении в г. Могилеве энергоэффективного демонстрационного десятиэтажного жилого дома в рамках Проекта Программы развития ООН и Глобального экологического фонда «Повышение энергетической эффективности жилых зданий в Республике Беларусь».

Ключевые слова: гелиосистема, гелиоколлектор, возобновляемый источник энергии, дома усадебного типа, экспериментальная установка, многоэтажные жилые дома

Для цитирования: Рутковский, М. А. Гелиосистемы жилых домов для эксплуатационных условий Республики Беларусь / М. А. Рутковский // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 324–334. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-324-334

Solar Systems for Residential Buildings in Accordance with Operating Conditions of the Republic of Belarus

M. A. Rutkowski¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Solar systems are actively applied for heat supply of buildings in Europe. Usage of solar energy for heat supply of residential buildings is considered as rather efficient for the Republic of Belarus because total amount of direct and scattered solar radiation entering horizontal surface is equivalent to an average European index for the climate of Belarus. The paper analyzes an existing dependence on determination of solar system efficiency and proposes an amended formula for calculations while designing solar consumption systems and its legitimacy has been experimentally proved. A scheme of an experimental unit with explanations and a brief description for execution of experiments and main results of the completed investigations have been presented in the paper. Experiments have been carried out for solar systems with natural and forced coolant circulation. Attention has been paid to obtaining maximum possible temperature potential of the coolant during operation

Адрес для переписки

Рутковский Максим Антонович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 150,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 265-97-29
tg_v_fes@bntu.by

Address for correspondence

Rutkowski Maxim A.
Belarusian National Technical University
150 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 265-97-29
tg_v_fes@bntu.by

of the solar system within periods of high and low solar radiation intensity. Recommendations on practical application of solar systems for multi-storey residential buildings houses and mansion-type houses have been given in the paper. The paper presents technological principles of constructing “passive” solar heating devices. A comparison of traditionally applied and proposed alternative solar systems has been made for operational conditions in Belarus. The paper proposes a solar system for hot water supply of multi-storey buildings. The proposed system has found its first realization in the Republic while designing and constructing an energy-efficient demonstration 10-storey residential building in Mogilev within the framework of the UN Development Program project and Global Environment Fund “Improvement of energy efficiency for residential buildings in the Republic of Belarus”

Keywords: solar system, solar collector, renewable energy source, mansion-type houses, experimental unit, multi-storey residential buildings

For citation: Rutkowski M. A. (2017) Solar Systems for Residential Buildings in Accordance with Operating Conditions of the Republic of Belarus. *Science and Technique*. 16 (4), 324–334. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-324-334 (in Russian)

В Европе существует уже устоявшееся мнение о бессмысленности строительства домов, теплоснабжение которых осуществляется только от традиционных невозобновляемых источников энергии [1–5]. Исключением, как правило, являются страны, продающие нефть и газ. Например, в Турции повсеместно применяются гелиосистемы горячего водоснабжения, в то же время в соседнем Азербайджане они практически отсутствуют. В Европе активно используются гелиосистемы теплоснабжения зданий, из них на жилой сектор приходится около 90 % от общего количества установленных гелиоколлекторов. В Испании в 2006 г. правительство одобрило закон, который предусматривает установку гелиосистем теплоснабжения во всех новостройках.

Эффективное количество полезно получаемой зданием солнечной энергии определяется тепловой эффективностью гелиоколлектора, которая зависит от его типа, схемы и геометрических размеров, параметров гелионосителя, климата зоны эксплуатации. В климатических условиях Республики Беларусь целесообразно использовать плоские гелиоколлекторы [6, 7]. Общее количество прямой и рассеянной солнечной радиации, поступающей на горизонтальную поверхность в Беларуси, равно средневропейскому – 1000–1400 кВт·ч/м² (в Беларуси – 1100 кВт·ч/м²) [5–7].

Для получения максимального (или близкого к максимальному) количества солнечной энергии тепловоспринимающие элементы (гелиоколлекторы) должны иметь соответствующий наклон и быть определенным образом ориентированы. На основании анализа радиационного климата Беларуси автором построена диаграмма, позволяющая выявить, во сколько

раз уменьшаются сезонные поступления суммарной солнечной энергии на поверхность (или на гелиоколлектор) в зависимости от угла ее наклона при различных азимутах относительно южного направления (рис. 1) [6].

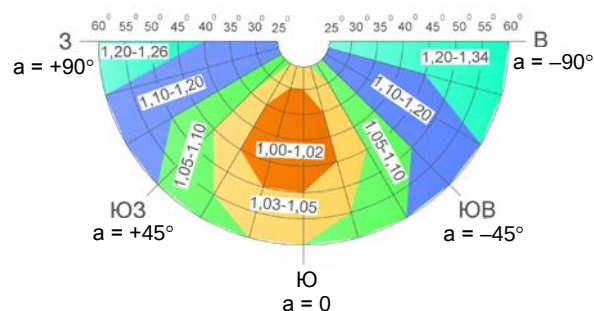


Рис. 1. Диаграмма для определения коэффициента уменьшения поступления суммарной солнечной энергии на наклонную поверхность в зависимости от угла ее наклона при различных азимутах (для осенне-весенне-летнего периода Беларуси)

Fig. 1. Diagram for determination of reduction coefficient on total solar energy input to inclined surface according to its inclination angle at various azimuths (for autumn-spring-summer period of Belarus)

Тепловая эффективность водяного гелиоколлектора зависит от комплексного определяющего параметра, который принято выражать зависимостью

$$\frac{q_n}{q_c} = f\left(\frac{(t_k + t_b)/2 - t_n}{q_c}\right), \quad (1)$$

где q_n – теплопроизводительность коллектора, приведенная на 1 м² его площади, Вт/м²; q_c – интенсивность падающего солнечного излучения в площади коллектора, Вт/м²; t_k , t_b – температура теплоносителя на выходе из гелиоколлектора и на входе в него; t_n – то же окружающего гелиоколлектор наружного воздуха.

Зависимость (1) получают на основании тепловых испытаний для каждого вида гелиоколлекторов и применяют при проектировании систем с естественной и насосной циркуляцией теплоносителя. Структурная тепловая схема гелиосистемы и графическая зависимость тепловой эффективности водяного гелиоколлектора разных видов от комплексного определяющего параметра показаны на рис. 2 [3–6].

В ранее выполненных теоретических и экспериментальных исследованиях с воздушными гелиосистемами [5, 8, 9] показано, что при естественной циркуляции комплексный определяющий параметр является более полным по количеству определяющих параметров, чем в (1):

$$\frac{q_{\text{п}}}{q_{\text{с}}} = f \left(\frac{\theta_{\text{к}}}{\theta_{\text{н}}} g \sqrt{\frac{h^3}{SF^2 q_{\text{с}} \nu}} \right) = f(B), \quad (2)$$

где $\theta_{\text{к}} = t_{\text{к}} - t_{\text{в}}$ – разность температур теплоносителя на выходе из коллектора и на входе в него, °C; $\theta_{\text{н}} = (t_{\text{к}} + t_{\text{в}})/2 - t_{\text{н}}$ – то же между температурой теплоносителя в коллекторе и температурой окружающей среды, °C; h – то же отметок центров нагрева и охлаждения гелиосистемы, м; S – характеристика сопротивления, Па/(кг/ч)²; F – площадь гелиоколлектора, м²; ν – кинематическая вязкость теплоносителя, принимаемая по средней температуре теплоносителя в гелиоколлекторе, м²/с.

Следует предположить, что аналогичным образом характеризуется процесс теплообмена также и для водяных гелиосистем при естественной циркуляции. Для испытаний приме-

няли водяной гелиоколлектор, разработанный в Белорусском государственном аграрном техническом университете. Коллектор имел одинарное остекление, полимерные трубчатые тепловоспринимающие элементы и обладал (в сравнении с металлическими аналогами) настолько незначительным гидравлическим сопротивлением, что его величиной можно было пренебречь на фоне гидравлического сопротивления гелиоконтура в целом. Именно этот отличительный фактор позволил исключить влияние гидравлических характеристик гелиоколлектора при исследовании его тепловой эффективности в зависимости от типа создаваемой при экспериментах циркуляции теплоносителя – естественной или насосной. Для экспериментов был создан лабораторный стенд [5], общий вид и принципиальная схема которого показаны на рис. 3.

Испытуемый гелиоколлектор помещали в термостатическую камеру, в которой имитировали температурные и радиационные условия внешней среды с помощью воздухоохладителей и имитаторов солнечного излучения в диапазоне (5–30) °C и 200–900 Вт/м². Испытания проводили при стационарном тепловом режиме. Потребителем теплоты являлся бак-аккумулятор, в котором поддерживался задаваемый стационарный температурный режим с помощью циркуляционного контура через теплообменник 16 путем двухпозиционного автоматического управления насосом. Предусматривается возможность испытаний гелиоколлектора при насосной и естественной циркуляции.

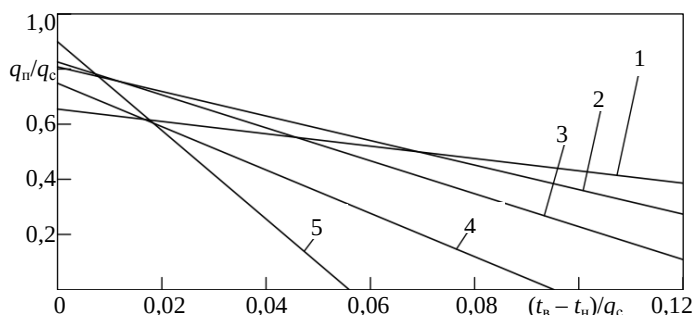
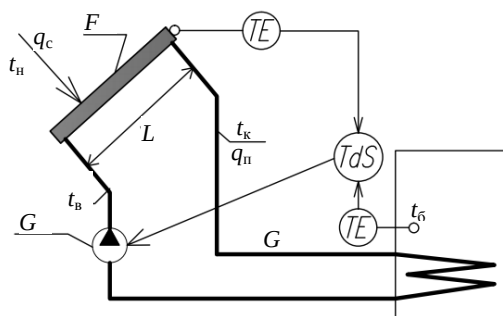


Рис. 2. Структурная тепловая схема и графическая зависимость тепловой эффективности водяного гелиоколлектора от комплексного определяющего параметра: 1, 2 – вакуумированного трубчатого и вакуумированного плоского; 3 – селективного плоского с одинарным остеклением; 4, 5 – неселективного плоского с одинарным остеклением и без остекления

Fig. 2. Structural thermal scheme and graphical dependence of thermal efficiency for water solar collector on complex determining parameter: 1, 2 – evacuated tube and evacuated flat collectors; 3 – selective flat collector with single glazing; 4, 5 – nonselective flat collector with single glazing and without glazing

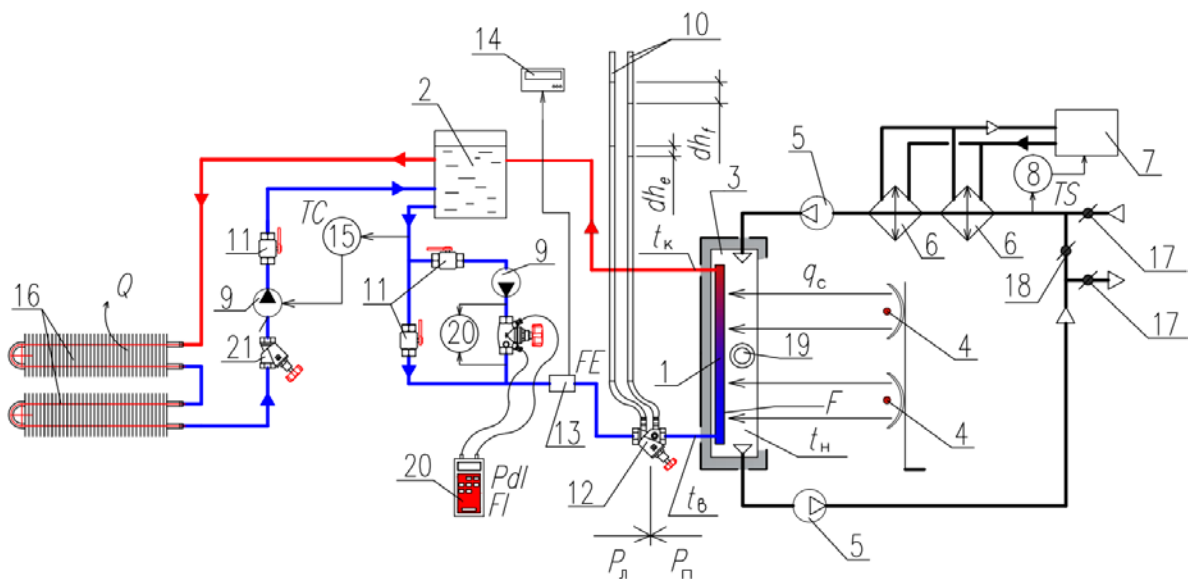


Рис. 3. Схема лабораторной установки для испытания гелиоколлектора: 1 – плоский гелиоколлектор; 2 – бак-аккумулятор; 3 – термостатическая камера; 4 – имитатор солнечного излучения (галогенная лампа); 5 – вентилятор; 6 – воздухоохладитель; 7 – холодильная установка; 8 – регулятор температуры в термостатической камере; 9 – циркуляционный насос; 10 – пьезометрическая трубка; 11 – шаровый кран; 12 – балансовый клапан с измерительными штуцерами с краном для слива; 13 – ультразвуковой расходомер счетчика коммерческого учета теплоты; 14 – электронный блок счетчика коммерческого учета теплоты; 15 – пропорциональный регулятор температуры; 16 – водоохладитель (в виде двух конвекторов, соединенных последовательно); 17 – воздушная заслонка (в закрытом положении); 18 – воздушная заслонка на байпасе (в открытом положении); 19 – пиранометр; 20 – компьютер для измерения перепада давления и расхода; 21 – запорный вентиль

Fig. 3. Diagram of laboratory installation for testing solar collector: 1 – flat solar collector; 2 – storage tank; 3 – thermostatic chamber; 4 – solar simulator (halogen lamps); 5 – fan; 6 – air cooler; 7 – refrigeration unit; 8 – temperature regulator in thermostatic chamber; 9 – circulation pump; 10 – piezometer tube; 11 – ball valve; 12 – balance valve with measuring nipples and drain valve; 13 – ultrasonic flow-meter of counter for commercial heat accounting; 14 – electronic block of counter for commercial heat accounting; 15 – proportional temperature controller; 16 – water cooler (in the form of two convectors connected in series); 17 – air damper (in closed position); 18 – air damper on bypass (in open position); 19 – pyranometer; 20 – computer for measuring differential pressure and flow; 21 – shut-off valve

При насосной циркуляции применяли насос с последовательно установленным балансовым вентилем для изменения задаваемого расхода теплоносителя через гелиоколлектор. Расход теплоносителя измеряли ультразвуковым рас-

ходомером, при этом вентиль 12 находился в полностью открытом положении. При естественной циркуляции использовали байпас, параллельный насосу. Для получения величины естественного циркуляционного давления при-

меняли дифманометр 10 и вентиль 12, который по достижении стационарного теплового режима закрывали для измерения перепада давления, соответствующего величине естественного циркуляционного давления.

Измерения температур в термостатической камере и контрольных точках циркуляционных контуров производили с помощью хромель-копелевых термопар, схема размещения которых показана на рис. 4.

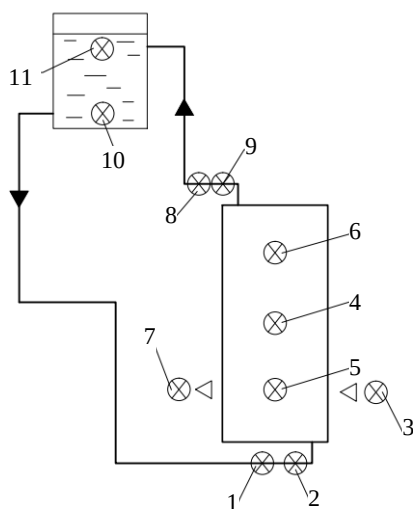


Рис. 4. Схема установки с размещением термопар:

1, 2 – для измерения температуры воды на входе в гелиоколлектор; 3, 7 – в термостатической камере для измерения температуры воздуха на входе и выходе из нее; 4, 5, 6 – в термостатической камере для определения температуры воздуха в ней на различной высоте с фронта и тыла испытуемого гелиоколлектора; 8, 9 – для измерения температуры воды на выходе из гелиоколлектора; 10, 11 – в баке-аккумуляторе

Fig. 4. Diagram of laboratory installation with thermocouple arrangement: 1, 2 – for measuring water temperature at solar collector inlet; 3, 7 – in thermostatic chamber for measuring air temperature at its inlet and outlet; 4, 5, 6 – in thermostatic chamber for determination of air temperature in it at various height from front and rear of tested solar collector; 8, 9 – for measuring water temperature at solar collector outlet; 10, 11 – in storage tank

В случае насосной циркуляции испытания проводили при интенсивности излучения 580; 770; 950 Вт/м² и удельном расходе теплоносителя 20,1; 29,2; 38,9 кг/(ч·м²). Результаты обработки экспериментальных данных в виде графической зависимости тепловой эффективности водяного гелиоколлектора от комплексного опре-

деляющего параметра при насосной циркуляции теплоносителя приведены на рис. 5 [1, 3–6].

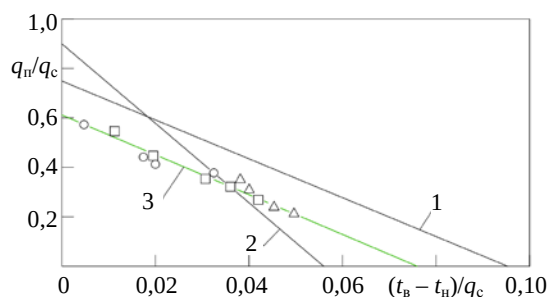


Рис. 5. Зависимость тепловой эффективности гелиоколлектора от комплексного определяющего параметра: 1, 2 – водяного неселективного плоского гелиоколлектора с одинарным остеклением и без него; 3 – экспериментальная зависимость водяного полимерного гелиоколлектора с одинарным остеклением: □ – интенсивность излучения 580 Вт/м² и удельный расход воды 20,1; 29,2; 38,9 кг/(ч·м²); Δ – 770 Вт/м² и 20,1; 38,9 кг/(ч·м²); ○ – 950 Вт/м² и 29,2; 38,9 кг/(ч·м²)

Fig. 5. Dependence of thermal efficiency for solar collector on complex determining parameter: 1, 2 – water nonselective flat solar collector with single glazing and without glazing; 3 – experimental dependence of water polymer solar collector with single glazing: □ – radiation intensity 580 W/m² and specific water consumption 20.1; 29.2; 38.9 kg/(h·m²); Δ – 770 W/m² and 20.1; 38.9 kg/(h·m²); ○ – 950 W/m² and 29.2; 38.9 kg/(h·m²)

Полученная экспериментальная зависимость 3 (рис. 5) для полимерного гелиоколлектора с одинарным остеклением располагается между характерными зависимостями 1 и 2 для металлического гелиоколлектора с одинарным остеклением и без него.

При естественной циркуляции эксперименты с полимерным гелиоколлектором проводили в различных температурных и радиационных условиях. Гидравлические характеристики циркуляционного контура варьировались путем изменения гидравлического сопротивления балансового вентиля 12 (рис. 3). В результате обработки экспериментальных данных по вышеприведенной методике (рис. 5) получены характеристики, показанные на рис. 6 в виде экспериментальных точек (линией обозначена графическая аппроксимация результатов эксперимента при насосной циркуляции – рис. 5, линия 3).

Для рис. 6 приняты условные обозначения, приведенные в табл. 1.

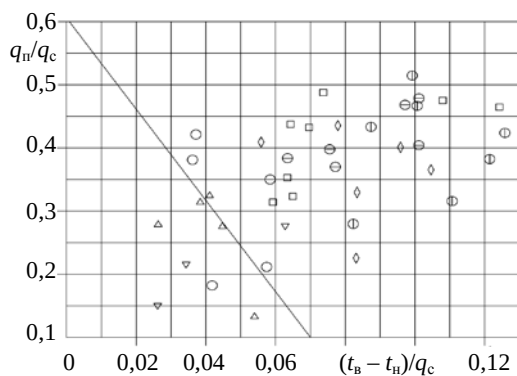


Рис. 6. Зависимость тепловой эффективности водяного полимерного гелиоколлектора от комплексного определяющего параметра при естественной циркуляции теплоносителя

Fig. 6. Dependence of thermal efficiency for water polymer solar collector on complex determining parameter with natural coolant circulation

Таблица 1

Обозначение	h , м	F , м ²	S , Па/(кг/ч) ²	q_c , Вт/м ²	θ_n , °С
○	1,13	0,72	0,2266	280–580	10–20
Φ	1,13	0,72	0,2154	280–580	10–20
⊖	1,13	0,72	0,2216	280–580	10–20
▽	1,48	0,72	0,2344	290–550	5–25
△	1,48	0,72	0,2266	290–550	5–25
□	1,48	0,72	0,2154	290–550	5–25
◇	1,48	0,72	0,2216	290–550	10–15

В отличие от графика на рис. 5, для водяного полимерного гелиоколлектора при естественной циркуляции теплоносителя (рис. 6) невозможно выявить обобщающей функциональной закономерности. Это объясняется тем, что при естественной циркуляции на эффективность гелиоколлектора оказывают влияние такие параметры, как характеристика сопротивления гелиоконтуров и естественное гравитационное давление. Аналогичная ситуация наблюдалась при испытании воздушного гелиоколлектора [5, 8, 9]. Поэтому автором статьи выполнена обработка экспериментальных исследований водяного плоского гелиоколлектора при естественной циркуляции теплоносителя в виде критериальной зависимости (2), учитывающей в том числе характеристику сопротивления и условия формирования естественного циркуляционного давления. Результаты вычислений представлены на рис. 7.

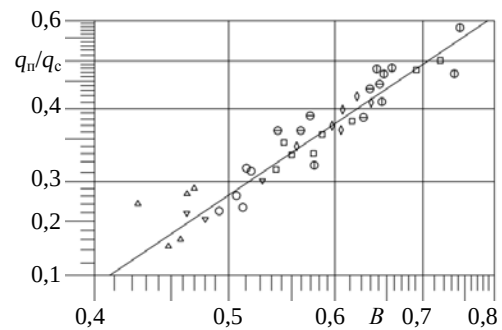


Рис. 7. Зависимость эффективности водяного плоского гелиоколлектора от параметра B

Fig. 7. Dependence of efficiency for water flat solar collector on B parameter

На графике рис. 7 можно отметить обобщающий характер параметра B , с использованием которого результаты эксперимента аппроксимируются выражением

$$\frac{q_n}{q_c} = 0,863B^{1,615}. \quad (3)$$

Таким образом, выполненные исследования показали, что характеристику гелиоколлектора следует представлять различным образом в зависимости от его назначения – для системы с естественной циркуляцией или для системы с насосной циркуляцией теплоносителя. В технических решениях гелиосистем надо уделять внимание получению максимально возможного температурного потенциала теплоносителя. Как показали исследования, в системах с естественной циркуляцией теплоносителя максимально возможный потенциал достигается за счет свойств саморегулирования, присущих данным системам [5, 9]. В системах с насосной циркуляцией теплоносителя потенциал увеличивается с уменьшением его удельного расхода. Как правило, рекомендуется задавать расход в гелиоконтуре в диапазоне 30–100 кг/(ч·м²). Учитывая климат Беларуси, для получения максимального эффекта при малой интенсивности солнечного излучения следует принимать минимально возможный расчетный расход теплоносителя, например 20 кг/(ч·м²). Однако в периоды высокой интенсивности солнечного излучения такое малое значение расхода теплоносителя не позволит получать максимальное количество тепловой энергии.

Для выявления оптимальных режимов эксплуатации были выполнены исследования по изучению распределения температуры теплоносителя в коллекторе в зависимости от удельных расходов теплоносителя и интенсивности излучения. Чтобы исключить влияние естественной конвекции, создавали движение теплоносителя в коллекторе в направлении сверху вниз. Применение гелиоколлектора с пластиковыми трубками позволило исключить влияние теплопроводности трубок на показания термодатчиков. Термодатчики крепили с тыльной стороны гелиоколлектора. Схема расположения термодатчиков и результаты экспериментов при насосной циркуляции теплоносителя представлены на рис. 8 [10].

На рис. 8b показаны результаты при минимально возможном удельном расходе теплоносителя $20 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$. В этом случае на выходе из коллектора получен наиболее высокий потенциал. При интенсивности излучения $580 \text{ Вт}/\text{м}^2$ распределение температуры имеет линейный характер, что характеризует полноту полезного восприятия теплового излучения, но при более высокой интенсивности излучения – $770 \text{ Вт}/\text{м}^2$ и $950 \text{ Вт}/\text{м}^2$ – проявляется нелинейность распределения температуры, характеризующая неполноту тепловосприятия, а потому требующая увеличения расхода теплоносителя.

На рис. 8c приведены результаты при удельном расходе теплоносителя $39 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$. По сравнению с данными рис. 8b получены значительно более низкие температурные потенциалы, но максимальное количество тепло-

вой энергии, так как распределение температуры имеет линейный характер при любой интенсивности излучения. Таким образом, можно признать значение $40 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$ оптимально достаточным для проектного предложения.

Солнечную энергию на нужды отопления следует использовать с применением так называемых «пассивных» устройств, которые являются конструктивными элементами самого здания и проектируются при формировании его общестроительных конструкций. Такие принципы архитектурно-строительного проектирования требуют от проектировщиков соответствующего специализированного профессионального уровня и интуиции. В упрощенном виде на рис. 9 показаны технологические принципы построения «пассивных» устройств солнечного отопления.

На рис. 9a показана тепловая модель построения «пассивных» устройств, состоящая из обязательной последовательности отдельных элементов. Отсутствие любого из этих элементов или нарушение последовательности их расположения полностью исключает получение требуемого эффекта. Приведенные на рис. 9b–d технические решения соответствуют по своему построению тепловой модели рис. 9a. Для схемы рис. 9d следует использовать результаты исследований и рекомендации, изложенные в [6, 7].

Традиционно применяемое в настоящее время и предлагаемое альтернативное решения для эксплуатационных условий Беларуси показаны на рис. 10.

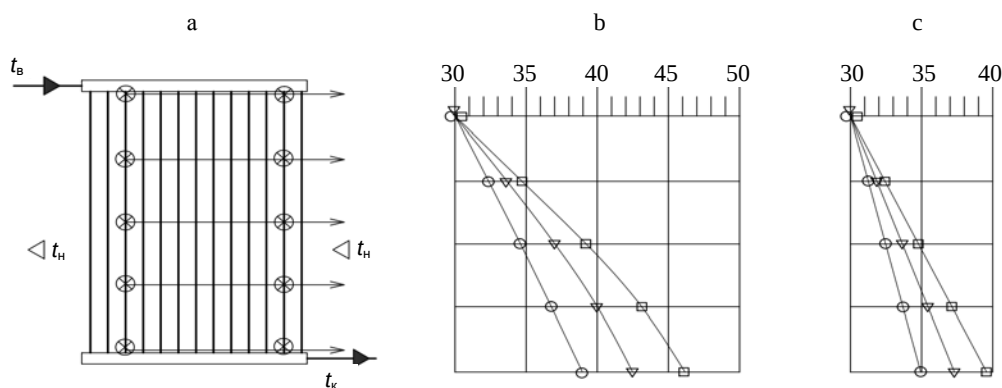


Рис. 8. Схема расположения термодатчиков (a) и распределение температуры ($t_n = 14^\circ\text{C}$) теплоносителя в коллекторе при удельном расходе теплоносителя $20,1 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$ (b) и $39 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$ (c);
○, ▽, □ – интенсивность излучения 580, 770 и $950 \text{ Вт}/\text{м}^2$ соответственно

Fig. 8. Scheme of thermocouple arrangement (a) and distribution of coolant temperature ($t_n = 14^\circ\text{C}$) in solar collector at specific coolant flow rate of $20.1 \text{ kg}/(\text{h} \cdot \text{m}^2)$ (b) and $39 \text{ kg}/(\text{h} \cdot \text{m}^2)$ (c);
○, ▽, □ – radiation intensity 580, 770 and $950 \text{ W}/\text{m}^2$, respectively

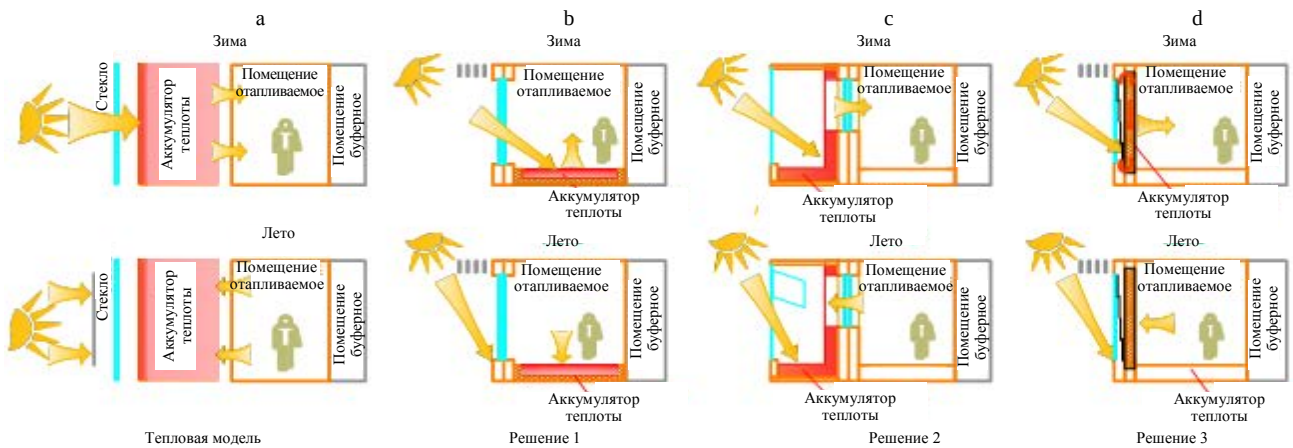


Рис. 9. Технологические принципы построения «пассивных» устройств солнечного отопления жилых зданий: а – тепловая модель построения «пассивных» устройств; б – наиболее популярное в Европе техническое решение; с – техническое решение за счет применения «зимнего сада» для индивидуального дома или реконструкции лоджий южного фасада многоквартирного жилого дома [6, 7]; д – техническое решение с использованием гелиосистемы воздушного отопления [5–9]

Fig. 9. Technological principles for development of “passive” devices for solar heating in residential buildings: a – thermal model for development of “passive” devices; b – most popular technical solution in Europe; c – technical solution due to application of “winter garden” for individual house or reconstruction of loggias in southern facade of multi-apartment residential building [6, 7]; d – technical solution using air heating solar system [5–9]

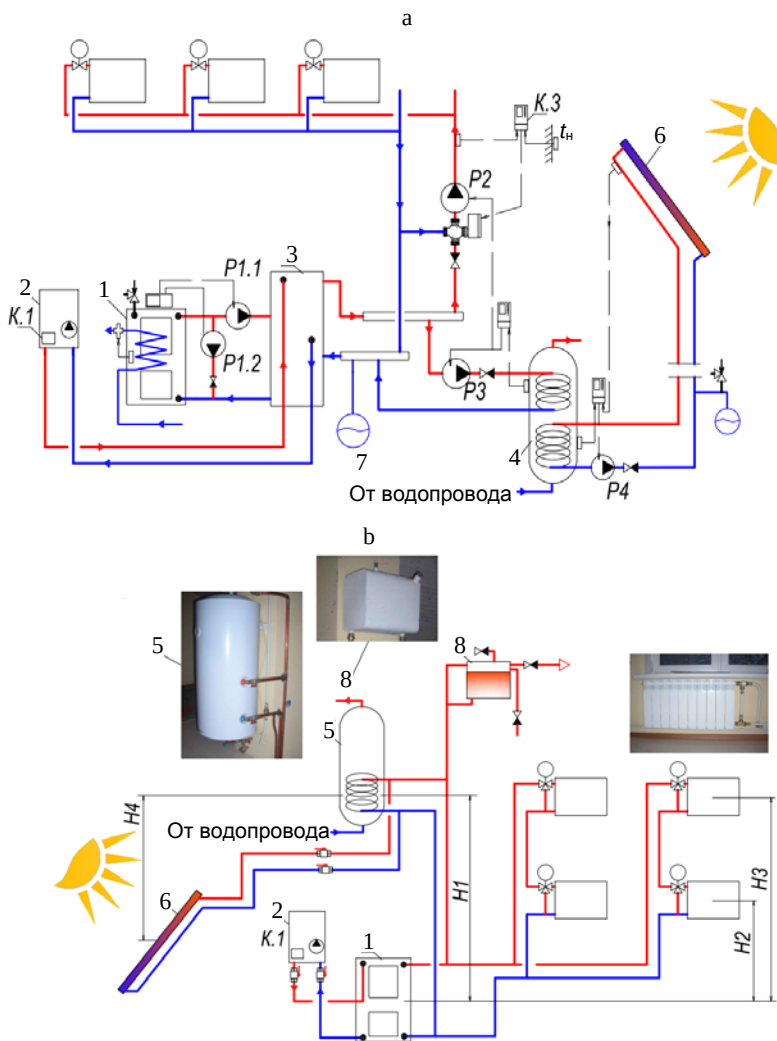


Рис. 10. Теплоснабжение жилого дома усадебного типа: а – традиционное проектное решение, применяемое в настоящее время в Европе и Беларуси; б – предлагаемое проектное решение для эксплуатационных условий Беларуси (на схеме фрагментарно показаны фотографии реализованного проекта предлагаемого решения); 1 – дровяной котел; 2 – котел на природном газе; 3 – буферный бак-разделитель; 4, 5 – двухконтурный и одноконтурный бойлер горячего водоснабжения; 6 – гелиоколлектор; 7, 8 – мембранный и «открытый» расширительный бак

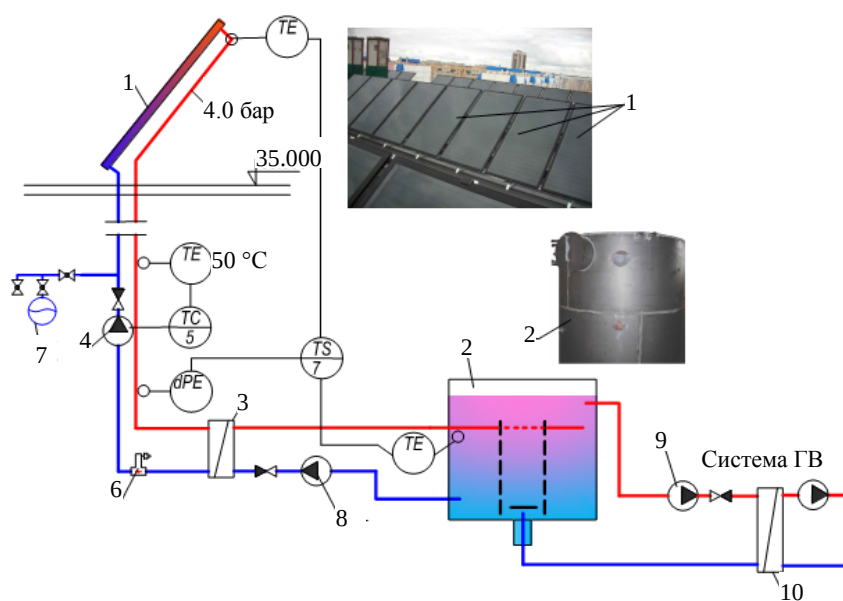
Fig. 10. Heating supply of mansion-type house: a – traditional design solution which is currently used in Europe and Belarus; b – proposed design solution for operational conditions in Belarus (scheme fragmentarily shows photos of the implemented project for the proposed solution); 1 – wood burning boiler; 2 – natural gas boiler; 3 – buffer tank separator; 4 – double-circuit hot water supply boiler; 5 – single-loop hot water supply boiler; 6 – solar collector; 7, 8 – membrane and “open” expansion tank

Система (рис. 10а) имеет пять насосов, три контроллера и мембранные расширительные баки, требующие обязательного двухразового обслуживания за сезон. Кроме проблем с обслуживанием, имеются проблемы при перерывах в электроснабжении, а также вероятность замораживания системы при отсутствии жильцов в течение некоторого количества дней. Стоимость такой системы настолько высока, что не может рассматриваться в качестве альтернативы для жилых домов в агрогородках.

Предлагаемая автором система, показанная на рис. 10b, идентична по своим тепловым и качественным показателям системе рис. 10а, но при этом не имеет недостатков [11], в ней нет насосов и контроллеров. Стоимость системы не превышает стоимость традиционных систем с естественной циркуляцией, широко эксплуатируемых в Беларуси. Применяется гелиосистема с естественной циркуляцией, для рас-

чета и проектирования которой следует использовать рекомендации, изложенные в настоящей публикации. Используются единый для гелиосистемы и системы отопления гидравлический контур, заполненный незамерзающей жидкостью; одноконтурный бойлер с естественной циркуляцией от котла и гелиоколлектора с тепловым приоритетом последнего. Дровяной котел имеет функцию разделителя для газового отопления, что предопределяет его тепловой приоритет перед газовым котлом. Применяется традиционный «открытый» расширительный бак, но специальной конструкции [12], исключающий испарение воды из системы и предназначенный для сброса пара без сброса воды в случае ее закипания в дровяном котле.

На схеме рис. 11 показана предложенная автором для эксплуатационных условий Беларуси гелиосистема горячего водоснабжения.



с плавным изменением частоты вращения под действием электронного регулятора 5; 6 – воздушный фланцевый сепаратор; 7 – мембранный расширительный бак и система автоматической подпитки; 8, 9 – циркуляционные насосы контуров теплоносителя бака-аккумулятора; 10 – скоростной теплообменник между контуром теплоносителя бака-аккумулятора и системой горячего водоснабжения

Рис. 11. Схема крупной гелиосистемы горячего водоснабжения для эксплуатационных условий Беларуси (на схеме фрагментарно показаны фотографии элементов гелиосистемы реализованного проекта энергоэффективного демонстрационного десятиэтажного жилого дома в г. Могилеве): 1 – два контура гелиоколлекторов общей площадью 413 м² (по 116 шт. в контуре, всего 232 шт.); 2 – буферный бак-аккумулятор объемом 14,2 м³ с функцией расширительного бака с температурным расслоением по его высоте, работающий под атмосферным давлением; 3 – скоростной теплообменник между гелиоконтуром и теплоносителем бака-аккумулятора; 4 – насос

Fig. 11. Scheme of large hot water supply solar system for operational conditions in Belarus (scheme fragmentarily shows photos of solar system elements pertaining to the implemented project of an energy-efficient demonstration 10-storey residential building in Mogilev): 1 – two circuits of solar collectors with total area of 413 m² (116 items per circuit, total number: 232); 2 – buffer storage tank in volume of 14.2 m³ with function of expansion tank having temperature stratification along its height, operating at atmospheric pressure; 3 – high-speed heat exchanger between solar circuit and coolant of storage tank; 4 – pump with smooth rotary speed change under action of electronic regulator 5; 6 – flanged air separator; 7 – membrane expansion tank and automatic recharge system; 8, 9 – circulating pumps for coolant circuits of storage tank; 10 – high-speed heat exchanger between coolant circuit of storage tank and hot water supply system

Эта гелиосистема впервые реализована при проектировании и возведении в г. Могилеве энергоэффективного демонстрационного десятиэтажного жилого дома в рамках Проекта Программы развития ООН и Глобального экологического фонда «Повышение энергетической эффективности жилых зданий в Республике Беларусь». Национальное исполняющее агентство – Департамент по энергоэффективности Госстандарта Республики Беларусь, основные партнеры проекта – Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь, Могилевский облисполком [13]. Руководитель проекта – Александр Гребеньков, у которого более 20 лет опыта в управлении и консультировании 26 международных проектов в области повышения энергетической эффективности.

Основные показатели гелиосистемы:

- годовая теплопроизводительность в виде эквивалентной величины «сэкономленного» за год условного топлива: $249000/8160 = 30,5$ т у. т. (или 249 МВт·ч, или 214,2 Гкал);
- годовой расход электроэнергии 7008 кВт·ч;
- в годовом цикле компенсируется до 40 % требуемой тепловой энергии для горячего водоснабжения.

ВЫВОДЫ

Результаты выполненных исследований позволяют применительно к эксплуатационным условиям Республики Беларусь сформировать следующие выводы.

1. В Беларуси отсутствуют специализированные сервисные службы по обслуживанию гелиосистем многоквартирных жилых зданий в отличие от большинства европейских стран. Поэтому необходимо создавать такие гелиосистемы многоквартирных жилых домов, обслуживать которые смогут специалисты ЖЭС. В домах усадебного типа системы теплоснабжения, в том числе и гелиосистемы, могут обслуживаться непосредственно жильцами на базе существующих и сложившихся у них навыков работы с традиционными системами отопления.

2. Для домов усадебного типа нужны гелиосистемы с естественной циркуляцией теплоносителя с применением плоских гелиокол-

лекторов типа «арфа» с одинарным остеклением. Для расчета и проектирования следует использовать рекомендации, изложенные в настоящей публикации.

3. Для многоэтажных жилых зданий рекомендуется применять крупные гелиосистемы с буферными баками-аккумуляторами и скоростными теплообменниками в теплообменных контурах «до» и «после» бака-аккумулятора [6]. Следует использовать плоские гелиоколлекторы типа «меандр» с одинарным остеклением. Для суточного аккумулирования теплоты лучше применять буферный бак-аккумулятор с температурным расслоением по его высоте, работающий под атмосферным давлением и сочетающий в себе функции расширительного бака. Расчетный удельный расход теплоносителя должен быть $40 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$ при максимальной интенсивности солнечного излучения с плавным автоматическим снижением до $20 \text{ кг}/(\text{ч} \cdot \text{м}^2)$ при уменьшении солнечного излучения в пасмурные дни и в утренние и вечерние периоды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sorensen, B. Renewable Energy: its Physics, Engineering, Use, Environmental Impacts, Economy and Planning Aspects / B. Sorensen. Third ed. Denmark. 2004. 927 p.
2. Яунземс, Д. Политика, нормы и стандарты энергетической эффективности зданий: справ. пособие / Д. Яунземс. Минск, 2015. 56 с.
3. Patel, M. R. Wind and Solar Power Systems / M. R. Patel. USA, New York: U.S. Merchant Marine Academy, Kings Point, 1999. 348 p. DOI: 10.1201/9781420039924.
4. Armstrong, F. Energy. Beyond Oil. / F. Armstrong, K. Blundell. Oxford University Press, 2007. 240 p.
5. Хрусталева, Б. М. Гелиосистемы теплоснабжения в жилищном строительстве в условиях климата Беларуси / Б. М. Хрусталева, В. В. Покотилов, М. А. Рутковский // Строительство и реконструкция. 2014. № 5 (55). С. 111–117.
6. Покотилов, В. В. Использование солнечной энергии для повышения энергоэффективности жилых зданий: справ. пособие / В. В. Покотилов, М. А. Рутковский. Минск: ПРООН/ГЭФ, Департамент по энергоэффективности Госстандарта Респ. Беларусь, 2015. 64 с.
7. Покотилов, В. В. Комплексное тепловое проектирование энергоактивных жилых зданий и энергоэффективных инженерных систем / В. В. Покотилов // Тепломассообмен – ММФ-2000: тр. IV Минск. Междунар. форума по тепломассообмену, 22–26 мая 2000 г. Минск: ИТМО имени А. В. Лыкова НАН Беларуси, 2000. Т. 10: Тепломассообмен в энергетических устройствах. С. 280–288.

8. Гелиосистема воздушного отопления: пат. СССР № 1333995: МПК F24J 2/42 / А. А. Арутюнян, В. П. Николаенко, В. В. Покотилов, Б. М. Хрусталева, Л. Б. Сагал'чик; дата публ.: 30.08.1987.
9. Гелиосистема: пат. АС СССР № 1663343: МПК F24J 2/42 / В. В. Покотилов; дата публ.: 15.07.1991.
10. К вопросу проектирования водонагревательных гелиосистем с плоскими коллекторами для домов усадебного типа / Б. М. Хрусталева [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2011. № 4. С. 32–39.
11. Покотилов, В. В. Теплоснабжение усадебного дома с использованием возобновляемых источников энергии без контроллеров и насосов / В. В. Покотилов, М. А. Рутковский // Архитектура и строительство. 2016. № 2. С. 36–37.
12. Покотилов, В. В. Регулирующие клапаны автоматизированных систем тепло- и холодоснабжения / В. В. Покотилов. Вена: Фирма Herz Armaturen, 2010. 176 с.
13. Проект ПРООН/ГЭФ «Повышение энергетической эффективности жилых зданий в Республике Беларусь» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://effbuild.by/news/396.html>. Дата доступа: 06.01.2017.

Поступила 22.12.2016

Подписана в печать 24.02.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Sorensen B. (2004) *Renewable Energy. Its Physics, Engineering, Use, Environmental Impacts, Economy and Planning Aspects*. Third ed. Denmark. 927.
2. Yaunzems D. (2015) *Policy, Norms and Standards on Energy Efficiency of Buildings*. Minsk. 56 (in Russian).
3. Patel M. R. *Wind and Solar Power Systems*. New York, CRS Press. 348. DOI: 10.1201/9781420039924.
4. Armstrong F., Blundell K. (2007) *Energy. Beyond Oil*. Oxford University Press. 240.
5. Khroustalev B. M., Pokotilov V. V., Rutkowski M. A. (2014) Solar System of Heat Supply in Building Construction under Climatic Conditions of Belarus. *Stroitel'stvo i Rekonstruktsiya* [Construction and Reconstruction], (5), 111–117 (in Russian).
6. Pokotilov V. V., Rutkowski M. A. (2015) *Usage of Solar Energy for Improvement of Energy Efficiency in Residential Buildings*. Minsk: United Nations Development Program [UNDP]/Global Environment Fund [GEF], Department on Energy Efficiency, State Committee for Standardization of the Republic of Belarus. 64 (in Russian).
7. Pokotilov V. V. (2000) Complex Heating Design of Energy-Active Residential Buildings and Energy-Efficient Engineering Systems. *Teplomassoobmen – MMF-2000: tr. IV Minsk. Mezhdunar. Foruma po Teplomassoobmenu* [Heat-and-Mass Transfer – Minsk International Forum – 2000: Proceedings of the IV Minsk International Forum on Heat-and-Mass Transfer, May 22–26, 2000. Vol. 10. Heat-and-Mass Transfer in Energy Devices]. Minsk, A.V. Luitkov Heat-and-Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, 2000. P. 280–288.
8. Arutiunian A. A., Nikolaenko V. P., Pokotilov V. V., Khroustalev B. M., Sagal'chik L. B. (1987) *Solar System for Air Heating*: Patent USSR No 1333995 (in Russian).
9. Pokotilov V. V. (1991) *Solar System*. Patent USSR No 1663343 (in Russian).
10. Khroustalev B. M., Pokotilov V. V., Rutkovsky M. A., Nguen T. (2011) To the Problem of Designing Water Heating Solar Systems with Flat Collectors for Individual Dwellings. *Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (4), 32–39 (in Russian).
11. Pokotilov V. V., Rutkovsky M. A. (2016) Heat Supply of Mansion-Type Buildings while Using Renewable Energy Sources Without Controllers and Pumps. *Arkhitektura i Stroitel'stvo* [Architecture and Construction], (2), 36–37 (in Russian).
12. Pokotilov V. V. (2010) *Regulating Valves of Automatic Systems for Heat- and Cold Supply*. Vienna, Firm Herz Armaturen. 176 (in Russian).
13. Project of United Nations Development Program [UNDP] / Global Environment Fund [GEF] “Improvement of Energy Efficiency for Residential Buildings in the Republic of Belarus”. Available at: <http://effbuild.by/news/396.html> (Accessed 6 January 2017) (in Russian).

Received: 22.12.2016

Accepted: 24.02.2017

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-335-342

УДК 539.3

Условие равновесия остаточного краевого клиновидного нанодвойника в постдеформированном твердом теле

Докт. физ.-мат. наук, проф. Ю. В. Василевич¹⁾, канд. физ.-мат. наук, доц. О. М. Остриков²⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь),

²⁾Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого (Гомель, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Выведено условие равновесия остаточного краевого клиновидного нанодвойника в деформированном твердом теле. Вывод условия основан на необходимости равновесия баланса сил, действующих на каждую двойникующую дислокацию со стороны остальных дислокаций двойника. При этом не учитывали дислокационную структуру и напряженное состояние у устья нанодвойника. Использовали результаты теории дислокаций, полученные в рамках теории упругости и механики сплошных сред. Рассматривали составляющую результирующей силы, действующую в плоскости двойникового направления, в рамках допущения отсутствия движения двойникующих дислокаций в перпендикулярном плоскости двойникового направления. В модели принимали дискретное распределение двойникующих дислокаций на двойниковых границах. Для уменьшения громоздкости расчетов рассматривали ограниченное число двойникующих дислокаций и принимали допущение о малости величины винтовой составляющей вектора Бюргерса, т. е. рассматривали краевой нанодвойник. Для уменьшения количества уравнений в системе условий равновесия использовали симметричность сдвиговой компоненты тензора напряжений. Вводили ограничение на порядок расположения двойникующих дислокаций на двойниковых границах. При этом полагали расположение пар двойникующих дислокаций разных двойниковых границ в одной плоскости, перпендикулярной плоскости двойникового направления. Учитывали, что в одной плоскости двойникового направления может находиться только одна двойникующая дислокация. Расчеты показали, что в идеальном ненагруженном кристалле возможно устойчивое и неустойчивое равновесие краевого нанодвойника. Устойчивое равновесие обеспечивается выстраиванием двойникующих дислокаций в стенку. Это приводит к исчезновению двойника в результате аннигиляции дислокаций границ двойника с его дислокациями у устья. Для обеспечения неустойчивого равновесия клиновидного краевого нанодвойника необходимо, чтобы вдоль длины двойника расстояние между двойникующими дислокациями равнялось межплоскостному расстоянию.

Ключевые слова: механическое двойникование, остаточный нанодвойник, условие равновесия, двойникующая дислокация, краевой двойник

Для цитирования: Василевич, Ю. В. Условие равновесия остаточного краевого клиновидного нанодвойника в постдеформированном твердом теле / Ю. В. Василевич, О. М. Остриков // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 335–342. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-335-342

Адрес для переписки

Василевич Юрий Владимирович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 293-92-36
smat@bntu.by

Address for correspondence

Vasilevich Yuriy V.
Belarusian National Technical University
65 Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-92-36
smat@bntu.by

Equilibrium Condition of Residual Edge Wedge-Type Nanotwin in Post-Deformed Solid Body

Yu. V. Vasilevich¹⁾, O. M. Ostrikov²⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus),

²⁾P. O. Sukhoi State Technical University of Gomel (Gomel, Republic of Belarus)

Abstract. An equilibrium condition of residual edge wedge-type nanotwin in a deformed solid body has been derived in the paper. The condition conclusion is based on the necessity to ensure an equilibrium of force balance acting on every twinning dislocation from the side of the rest twin dislocations. In this case dislocation structure and stress condition at nanotwin mouth have not been taken into account. Results of dislocation theory obtained in the framework of elasticity theory and continuum mechanics have been used in the paper. The paper has considered a component of the resultant force acting in a twinning plane under an assumption that there is no motion of twinning dislocations in the direction which is perpendicular to the twinning plane. The following condition has been made in the model: a discrete distribution of twinning dislocations at twin boundaries. In order to reduce cumbersome calculations a limited number of twinning dislocations has been considered in the paper and an assumption has been made about small value of a helical component in the Burgers vector, in other words the paper has considered an edge nanotwin. In order to decrease a number of equations in the system of equilibrium conditions a symmetric property of a shear component in a stress tensor has been used in the paper. The paper contains description how restrictions on the order of twinning dislocation arrangement on twin boundaries have been imposed. In this case it has been assumed that an arrangement of twinning dislocation pairs in different twin boundaries is in one plane which is perpendicular to the twinning plane. It is necessary to keep in mind that only one twinning dislocation can be located in one twinning plane. Calculations have shown that it is possible to ensure a stable and unstable equilibrium of an edge nanotwin in an ideal unloaded crystal. Sustainable balance is provided by alignment of twinning dislocations in a wall. This leads to a twin disappearance due to annihilation of twin boundary dislocations with its dislocations at the mouth. In order to ensure an unstable equilibrium of a wedge edge nanotwin it is necessary that the distance between twinning dislocations along the length of the twin is equal to interplanar distance.

Keywords: mechanical twinning, residual nanotwin, equilibrium condition, twinning dislocation, edge twin

For citation: Vasilevich Yu. V., Ostrikov O. M. (2017) Equilibrium Condition of Residual Edge Wedge-Type Nanotwin in Post-Deformed Solid Body. *Science and Technique*. 16 (4), 335–342. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-335-342 (in Russian)

Введение

Нанодвойникование – новое физическое явление, научный интерес к которому постоянно растет [1–10]. В настоящее время экспериментально оно изучено достаточно хорошо. Назрела необходимость в математическом описании процесса нанодвойникования и разработке метода прогнозирования поведения нанодвойников в деформируемом или деформированном твердом теле. В особый класс моделей нанодвойников можно выделить модели, использующие методы механики деформируемого твердого тела. Такие модели открывают возможности в решении прикладных технических задач, например по повышению точности прогнозирования областей зарождения разрушения деформируемых твердых тел. В этом плане в [11, 12] уже предложен метод расчета напряженно-деформированного состояния, обусловленного нанодвойником.

Целью исследований авторов стало теоретическое рассмотрение в рамках механики сплошных сред возможности существования остаточного краевого нанодвойника в предварительно деформированном твердом теле.

Постановка задачи

Рассмотрим краевой нанодвойник. Двойникующие дислокации краевого двойника не

имеют винтовой составляющей вектора Бюргерса, либо эта составляющая по величине близка к нулю. Детальное экспериментальное изучение такого типа двойников приведено в [13].

Схематическое изображение клиновидного нанодвойника с произвольным расположением двойникующих дислокаций на двойниковых границах представлено на рис. 1. Построение схемы рис. 1 аналогично подходам, использованным в [13]. При этом линии двойникующих дислокаций прямолинейны, бесконечны и параллельны друг другу и оси OZ , перпендикулярной плоскости. Такой подход использовался в [9, 10, 14, 15] для моделирования нанозерен и нанодвойников, имеющих конечные размеры вдоль оси OZ . Это связано с тем, что в большинстве случаев решается плоская задача, когда поля напряжений и связанные с ними силовые поля рассматриваются только в плоскости $ХОУ$. При этом полагается, что отрезки дислокаций, находящиеся вблизи плоскости $ХОУ$, имеют малую кривизну, либо двойник симметричен относительно данной плоскости, что способствует малым погрешностям в расчетах полей напряжений в рассматриваемой плоскости.

Пусть краевая составляющая вектора Бюргерса двойникующих дислокаций краевого нанодвойника направлена вдоль оси $ОХ$ (рис. 1). Очевидно, что двойник образован двумя типа-

ми дислокаций, отличающихся своим знаком. Пусть дислокации обратного знака вместе с концентратором напряжений, благодаря которому образовался нанодвойник, находятся у его устья. Не будем рассматривать данные источники напряжений в статье либо будем считать их роль незначительной. Ограничимся рассмотрением только двойнивающих дислокаций двойниковых границ.

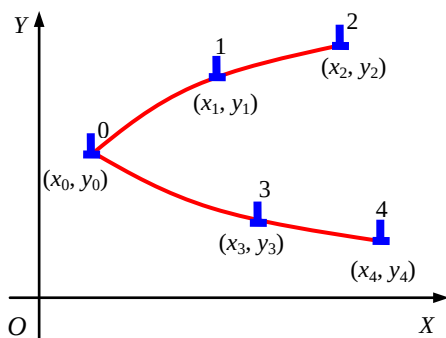


Рис. 1. Схематическое изображение клиновидного нанодвойника с произвольным расположением двойнивающих дислокаций на двойниковых границах

Fig. 1. Schematic diagram of wedge-type nanotwin with random arrangement of twinning dislocations at twin boundaries

Координаты каждой двойнивающей дислокации зададим как (x_i, y_i) , где i изменяется от нуля до N . Для уменьшения громоздкости вычислений примем $N = 4$. Тогда количество двойнивающих дислокаций, образующих двойник, равно пяти.

Результаты расчетов и их обсуждение

При произвольном распределении дислокаций на границах двойника каждая дислокация создает поле сдвиговых напряжений, в общем случае определяемое по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy}^{(0)} &= \sigma_{xy}^{(0)}(x - x_0, y - y_0); \\ \sigma_{xy}^{(1)} &= \sigma_{xy}^{(1)}(x - x_1, y - y_1); \\ \sigma_{xy}^{(2)} &= \sigma_{xy}^{(2)}(x - x_2, y - y_2); \\ \sigma_{xy}^{(3)} &= \sigma_{xy}^{(3)}(x - x_3, y - y_3); \\ \sigma_{xy}^{(4)} &= \sigma_{xy}^{(4)}(x - x_4, y - y_4),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\sigma_{xy}^{(i)} = \sigma_{xy}^{(i)}(x - x_i, y - y_i)$ – сдвиговая компонента тензора напряжений, создаваемых i -й дислокацией нанодвойника.

Для нахождения нанодвойника в равновесии необходимо [16], чтобы силы, действующие на каждую двойнивающую дислокацию со стороны других дислокаций, были равны нулю:

$$\begin{aligned}F_0 &= b_{кр} \left(\sigma_{xy}^{(1)}(x_0 - x_1, y_0 - y_1) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_0 - x_2, y_0 - y_2) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_0 - x_3, y_0 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_0 - x_4, y_0 - y_4) \right) = 0; \\ F_1 &= b_{кр} \left(\sigma_{xy}^{(0)}(x_1 - x_0, y_1 - y_0) + \sigma_{xy}^{(2)}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_1 - x_3, y_1 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_1 - x_4, y_1 - y_4) \right) = 0; \\ F_2 &= b_{кр} \left(\sigma_{xy}^{(0)}(x_2 - x_0, y_2 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{xy}^{(3)}(x_2 - x_3, y_2 - y_3) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_2 - x_4, y_2 - y_4) \right) = 0; \\ F_3 &= b_{кр} \left(\sigma_{xy}^{(0)}(x_3 - x_0, y_3 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_3 - x_1, y_3 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{xy}^{(2)}(x_3 - x_2, y_3 - y_2) + \sigma_{xy}^{(4)}(x_3 - x_4, y_3 - y_4) \right) = 0; \\ F_4 &= b_{кр} \left(\sigma_{xy}^{(0)}(x_4 - x_0, y_4 - y_0) + \sigma_{xy}^{(1)}(x_4 - x_1, y_4 - y_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{xy}^{(2)}(x_4 - x_2, y_4 - y_2) + \sigma_{xy}^{(3)}(x_4 - x_3, y_4 - y_3) \right) = 0,\end{aligned}\quad (2)$$

где F_i – сила, действующая на i -ю двойнивающую дислокацию со стороны остальных дислокаций нанодвойника; $b_{кр}$ – модуль краевой составляющей вектора Бюргерса двойнивающей дислокации.

Выше рассматривали только сдвиговую компоненту тензора напряжений, так как, согласно [16], проекция силы F_i на ось OX определяется по формуле

$$F_x = b_{кр} \sigma_{xy}, \quad (3)$$

которая также может быть представлена в виде

$$F_x = \frac{\mu b_{кр}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (4)$$

где μ – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона.

Рассмотрение проекции силы F_i на ось OY (т. е. F_y) нецелесообразно, поскольку каждая двойнивающая дислокация перемещается только в своей плоскости двойнирования вдоль оси OX , а вдоль оси OY движение рассматриваемых дислокаций не осуществляется.

Полагая далее $F_i = (F_i)_x$ и учитывая (4), из (2) получим:

$$\begin{aligned}
F_0 &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{(x_0 - x_1)((x_0 - x_1)^2 - (y_0 - y_1)^2)}{((x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2)^2} + \frac{(x_0 - x_2)((x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2)}{((x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(x_0 - x_3)((x_0 - x_3)^2 - (y_0 - y_3)^2)}{((x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2)^2} + \frac{(x_0 - x_4)((x_0 - x_4)^2 - (y_0 - y_4)^2)}{((x_0 - x_4)^2 + (y_0 - y_4)^2)^2} \right\} = 0; \\
F_1 &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{(x_1 - x_0)((x_1 - x_0)^2 - (y_1 - y_0)^2)}{((x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2)^2} + \frac{(x_1 - x_2)((x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2)}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(x_1 - x_3)((x_1 - x_3)^2 - (y_1 - y_3)^2)}{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)^2} + \frac{(x_1 - x_4)((x_1 - x_4)^2 - (y_1 - y_4)^2)}{((x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2)^2} \right\} = 0; \\
F_2 &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{(x_2 - x_0)((x_2 - x_0)^2 - (y_2 - y_0)^2)}{((x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2)^2} + \frac{(x_2 - x_1)((x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2)}{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(x_2 - x_3)((x_2 - x_3)^2 - (y_2 - y_3)^2)}{((x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2)^2} + \frac{(x_2 - x_4)((x_2 - x_4)^2 - (y_2 - y_4)^2)}{((x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2)^2} \right\} = 0; \\
F_3 &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{(x_3 - x_0)((x_3 - x_0)^2 - (y_3 - y_0)^2)}{((x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2)^2} + \frac{(x_3 - x_1)((x_3 - x_1)^2 - (y_3 - y_1)^2)}{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(x_3 - x_2)((x_3 - x_2)^2 - (y_3 - y_2)^2)}{((x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2)^2} + \frac{(x_3 - x_4)((x_3 - x_4)^2 - (y_3 - y_4)^2)}{((x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2)^2} \right\} = 0; \\
F_4 &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{(x_4 - x_0)((x_4 - x_0)^2 - (y_4 - y_0)^2)}{((x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2)^2} + \frac{(x_4 - x_1)((x_4 - x_1)^2 - (y_4 - y_1)^2)}{((x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2)^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(x_4 - x_2)((x_4 - x_2)^2 - (y_4 - y_2)^2)}{((x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2)^2} + \frac{(x_4 - x_3)((x_4 - x_3)^2 - (y_4 - y_3)^2)}{((x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2)^2} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Введем обозначения:

$$a_{01} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_1)((x_0 - x_1)^2 - (y_0 - y_1)^2)}{((x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2)^2}; \quad a_{02} = \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_2)((x_0 - x_2)^2 - (y_0 - y_2)^2)}{((x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2)^2};$$

$$\begin{aligned}
 a_{03} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_3)((x_0 - x_3)^2 - (y_0 - y_3)^2)}{((x_0 - x_3)^2 + (y_0 - y_3)^2)^2}; & a_{04} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_4)((x_0 - x_4)^2 - (y_0 - y_4)^2)}{((x_0 - x_4)^2 + (y_0 - y_4)^2)^2}; \\
 a_{12} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_2)((x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2)}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^2}; & a_{13} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_3)((x_1 - x_3)^2 - (y_1 - y_3)^2)}{((x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2)^2}; \\
 a_{14} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_4)((x_1 - x_4)^2 - (y_1 - y_4)^2)}{((x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2)^2}; & a_{23} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_2 - x_3)((x_2 - x_3)^2 - (y_2 - y_3)^2)}{((x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2)^2}; \\
 a_{24} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_2 - x_4)((x_2 - x_4)^2 - (y_2 - y_4)^2)}{((x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2)^2}; & a_{34} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_3 - x_4)((x_3 - x_4)^2 - (y_3 - y_4)^2)}{((x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2)^2}; \\
 a_{10} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_0)((x_1 - x_0)^2 - (y_1 - y_0)^2)}{((x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2)^2}; & a_{20} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_2 - x_0)((x_2 - x_0)^2 - (y_2 - y_0)^2)}{((x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2)^2}; \\
 a_{30} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_3 - x_0)((x_3 - x_0)^2 - (y_3 - y_0)^2)}{((x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2)^2}; & a_{40} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_4 - x_0)((x_4 - x_0)^2 - (y_4 - y_0)^2)}{((x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2)^2}; \\
 a_{21} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_2 - x_1)((x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2)}{((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^2}; & a_{31} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_3 - x_1)((x_3 - x_1)^2 - (y_3 - y_1)^2)}{((x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2)^2}; \\
 a_{41} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_4 - x_1)((x_4 - x_1)^2 - (y_4 - y_1)^2)}{((x_4 - x_1)^2 + (y_4 - y_1)^2)^2}; & a_{32} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_3 - x_2)((x_3 - x_2)^2 - (y_3 - y_2)^2)}{((x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2)^2}; \\
 a_{42} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_4 - x_2)((x_4 - x_2)^2 - (y_4 - y_2)^2)}{((x_4 - x_2)^2 + (y_4 - y_2)^2)^2}; & a_{43} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_4 - x_3)((x_4 - x_3)^2 - (y_4 - y_3)^2)}{((x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2)^2}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Это позволяет из (5) получить систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}
 a_{01} + a_{02} + a_{03} + a_{04} = 0; \\
 a_{10} + a_{12} + a_{13} + a_{14} = 0; \\
 a_{20} + a_{21} + a_{23} + a_{24} = 0; \\
 a_{30} + a_{31} + a_{32} + a_{34} = 0; \\
 a_{40} + a_{41} + a_{42} + a_{43} = 0,
 \end{cases} \tag{7}$$

в которой:

$$\begin{aligned}
 a_{01} &= -a_{10}; & a_{02} &= -a_{20}; & a_{03} &= -a_{30}; & a_{04} &= -a_{40}; \\
 a_{12} &= -a_{21}; & a_{13} &= -a_{31}; & a_{14} &= -a_{41}; \\
 a_{23} &= -a_{32}; & a_{24} &= -a_{42}; & a_{34} &= -a_{43}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Учитывая (8), из (7) получаем:

$$\begin{cases} a_{01} + a_{02} + a_{03} + a_{04} = 0; \\ a_{01} - a_{12} - a_{13} - a_{14} = 0; \\ a_{02} + a_{12} - a_{23} - a_{24} = 0; \\ a_{03} + a_{13} + a_{23} - a_{34} = 0; \\ a_{04} + a_{14} + a_{24} + a_{34} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

В системе (9) неизвестных больше, чем входящих в нее уравнений. Это делает (9) трудно разрешимой без использования дополнительных условий и допущений. В качестве такого допущения примем дислокации 1 и 3, 2 и 4 расположенными соответственно в одних и тех же плоскостях, перпендикулярных плоскости XOY (рис. 2). Следы таких плоскостей (параллельные оси OY) на рис. 2 показаны пунктирными линиями.

Тогда с учетом того, что

$$\begin{aligned} |y_0 - y_1| &= |y_1 - y_0| = |y_0 - y_3| = |y_3 - y_0| = a; \\ |y_1 - y_2| &= |y_2 - y_1| = |y_3 - y_4| = |y_4 - y_3| = a; \\ |y_0 - y_2| &= |y_2 - y_0| = |y_0 - y_4| = |y_4 - y_0| = 2a; \\ |y_1 - y_3| &= |y_3 - y_1| = 2a; \\ |y_1 - y_4| &= |y_4 - y_1| = |y_2 - y_3| = |y_3 - y_2| = 3a; \\ |y_2 - y_4| &= |y_4 - y_2| = 4a, \end{aligned} \quad (10)$$

можно записать:

$$a_{01} = a_{03}; \quad a_{02} = a_{04}; \quad a_{12} = a_{34}; \quad a_{14} = a_{23}. \quad (11)$$

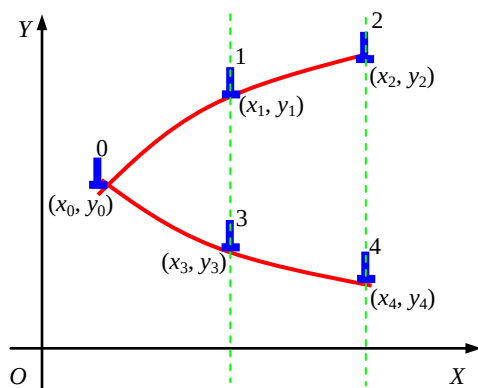


Рис. 2. Схематическое изображение клиновидного нанодвойника с упорядоченным расположением двойниковых границ в плоскостях, следы которых в плоскости XOY обозначены пунктирными линиями

Fig. 2. Schematic diagram of wedge-type nanotwin with ordered arrangement of twinning dislocations at twin boundaries in pairs and planes and their traces are indicated in XOY plane by dotted line

После этого система (9) примет вид:

$$\begin{cases} a_{01} + a_{02} + a_{01} + a_{02} = 0; \\ a_{01} - a_{12} - a_{13} - a_{14} = 0; \\ a_{02} + a_{12} - a_{14} - a_{24} = 0; \\ a_{01} + a_{13} + a_{14} - a_{12} = 0; \\ a_{02} + a_{14} + a_{24} + a_{12} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

С учетом (8) дальнейшие преобразования (12) приведут к системе:

$$\begin{cases} a_{01} + a_{02} = 0; \\ a_{01} - a_{12} = 0; \\ a_{02} + a_{12} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

в которой три неизвестных и столько же уравнений, причем учитывая (10):

$$\begin{aligned} a_{01} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_1)((x_0 - x_1)^2 - a^2)}{((x_0 - x_1)^2 + a^2)^2}; \\ a_{02} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_0 - x_2)((x_0 - x_2)^2 - 4a^2)}{((x_0 - x_2)^2 + 4a^2)^2}; \\ a_{12} &= \frac{\mu b_{\text{кр}}^2}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x_1 - x_2)((x_1 - x_2)^2 - a^2)}{((x_1 - x_2)^2 + a^2)^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Заметим, что в (14)

$$x_0 - x_2 = (x_0 - x_1) + (x_1 - x_2). \quad (15)$$

Введем обозначения:

$$d_{01} = x_0 - x_1; \quad d_{02} = x_0 - x_2; \quad d_{12} = x_1 - x_2. \quad (16)$$

Тогда (15) примет вид

$$d_{02} = d_{01} + d_{12}. \quad (17)$$

Подставляя (14) в (13) и используя обозначения (16), получим:

$$\begin{cases} \frac{d_{01}(d_{01}^2 - a^2)}{(d_{01}^2 + a^2)^2} + \frac{d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)}{(d_{02}^2 + 4a^2)^2} = 0; \\ \frac{d_{01}(d_{01}^2 - a^2)}{(d_{01}^2 + a^2)^2} - \frac{d_{12}(d_{12}^2 - a^2)}{(d_{12}^2 + a^2)^2} = 0; \\ \frac{d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)}{(d_{02}^2 + 4a^2)^2} + \frac{d_{12}(d_{12}^2 - a^2)}{(d_{12}^2 + a^2)^2} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Отсюда очевидно следует:

$$d_{01}^2 + a^2 \neq 0; \quad d_{02}^2 + 4a^2 \neq 0; \quad d_{12}^2 + a^2 \neq 0. \quad (19)$$

Система (18) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} d_{01}(d_{01}^2 - a^2)(d_{02}^2 + 4a^2)^2 + \\ + d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)(d_{01}^2 + a^2)^2 = 0; \\ d_{01}(d_{01}^2 - a^2)(d_{12}^2 + a^2)^2 - \\ - d_{12}(d_{12}^2 - a^2)(d_{01}^2 + a^2)^2 = 0; \\ d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)(d_{12}^2 + a^2)^2 + \\ + d_{12}(d_{12}^2 - a^2)(d_{02}^2 + 4a^2)^2 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Из второго уравнения системы (20) следует

$$\frac{d_{01}(d_{01}^2 - a^2)}{(d_{01}^2 + a^2)^2} = \frac{d_{12}(d_{12}^2 - a^2)}{(d_{12}^2 + a^2)^2}. \quad (21)$$

Отсюда $d_{01} = d_{12}$. Тогда

$$d_{02} = 2d_{01} = 2d_{12}. \quad (22)$$

Используя (22), первое уравнение в (20) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & d_{01}(d_{01}^2 - a^2)(d_{02}^2 + 4a^2)^2 + \\ & + d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)(d_{01}^2 + a^2)^2 = \\ & = d_{01}(d_{01}^2 - a^2)(4d_{01}^2 + 4a^2)^2 + \\ & + 2d_{01}(4d_{01}^2 - 4a^2)(d_{01}^2 + a^2)^2 = \\ & = 24d_{01}(d_{01}^2 - a^2)(d_{01}^2 + a^2)^2 = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Отсюда получаем два имеющих физический смысл решения:

$$d_{01} = 0; \quad d_{01} = a. \quad (24)$$

С использованием условия (22) третье уравнение в (20) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & d_{02}(d_{02}^2 - 4a^2)(d_{12}^2 + a^2)^2 + \\ & + d_{12}(d_{12}^2 - a^2)(d_{02}^2 + 4a^2)^2 = \\ & = 2d_{12}(4d_{12}^2 - 4a^2)(d_{12}^2 + a^2)^2 + \\ & + d_{12}(d_{12}^2 - a^2)(4d_{12}^2 + 4a^2)^2 = \\ & = 8d_{12}(d_{12}^2 - a^2)(d_{12}^2 + a^2)^2 = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Отсюда: $d_{12} = 0; \quad d_{12} = a.$ (26)

Далее, подставляя (26) в (22), получим:

$$d_{02} = 0; \quad d_{02} = 2a. \quad (27)$$

Поскольку пары двойникующих дислокаций на противоположных границах нанодвойника

по условию задачи находятся в одной плоскости (рис. 2), то:

$$d_{03} = d_{01}; \quad d_{04} = d_{02}; \quad d_{34} = d_{12} \quad (28)$$

и $d_{03} = 0; \quad d_{03} = a; \quad d_{04} = 0; \quad d_{04} = 2a;$

$$d_{34} = 0; \quad d_{34} = a. \quad (29)$$

Очевидно, что

$$d_{14} = d_{23} = d_{12}. \quad (30)$$

И в равновесии:

$$d_{14} = 0; \quad d_{23} = 0; \quad d_{14} = a; \quad d_{23} = a. \quad (31)$$

Полученные результаты указывают на то, что в идеальном кристалле после снятия нагрузки возможны два варианта равновесной формы краевого клиновидного нанодвойника. В первом случае в плоскости двойникового расстояния между двойникующими дислокациями стремится к нулю. При этом в плоскости, перпендикулярной плоскости двойникового, расстояние между соседними двойникующими дислокациями равно межплоскостному расстоянию. В этом случае равновесия двойникующие дислокации выстраиваются в стенку и существование нанодвойника проблематично из-за аннигиляции двойникующих дислокаций границ двойника с имеющими противоположный знак дислокациями устья нанодвойника и связанного с этим процессом исчезновения нанодвойника.

Во втором случае для равновесия нанодвойника требуется, чтобы расстояние между соседними двойникующими дислокациями на его границах в плоскости двойникового равнялось межплоскостному расстоянию. Известно [16], что такое равновесие групп дислокаций является неустойчивым. Для обеспечения устойчивости в этом случае необходимо достаточное для фиксации дислокаций высокое значение сил неупругой природы, оказывающих сопротивление движению двойникующих дислокаций. Обеспечить равновесие такого нанодвойника могут и поля внутренних напряжений от источников, находящихся, например, у устья нанодвойника.

ВЫВОД

На основании анализа баланса сил, действующих на каждую двойникующую дислокацию со стороны других дислокаций краевого клиновидного нанодвойника, выполнен расчет равновесных параметров такого нанодвойника и показана возможность его существования в идеальном кристалле при отсутствии внешних сил. Результаты имеют важное практическое значение, поскольку могут быть использованы в механике разрушения для повышения точности расчета областей зарождения разрушения

в двойниующихся материалах у таких концентраторов напряжений, как нанодвойники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Черная металлургия. Изв. высш. учеб. заведений. 2002. № 3. С. 51–52.
2. Deformation Twins in Nanocrystalline Al / X. Z. Liao [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 83, No 24. P. 5062–5064. DOI: 10.1063/1.1633975.
3. Waitz, T. Size-Dependent Martensitic Transformation Path Causing Atomic-Scale Twinning of Nanocrystalline NiTi Shape Memory Alloys / T. Waitz, D. Spisak, J. Hafner // Europhys. Lett. 2005. Vol. 71, No 1. P. 98–103. DOI: 10.1209/epl/i2005-10061-y.
4. Twinning Defects in Spherical GeSi Alloy Nanocrystals / Y. M. Yang [et al.] // J. Cryst. Growth. 2006. Vol. 219, No 2. P. 358–362. DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2006.03.020.
5. Wu, Xiao-Lei. Deformation Twinning Mechanisms in Nanocrystalline Ni / Xiao-Lei Wu, En Ma // Appl. Phys. Lett. 2006. Vol. 88, No 6, 061905. DOI: /10.1063/1.2172404.
6. Twinning in Nanocrystalline Ni by Severe Plastic Deformation / X. Y. Feng [et al.] // J. Phys. D. 2006. Vol. 39, No 4. P. 746–749. DOI: 10.1088/0022-3727/39/4/022.
7. Гуткин, М. Ю. Механизм образования деформационных двойников в нанокристаллических материалах / М. Ю. Гуткин, И. А. Овидько, Н. В. Скиба // Физика твердого тела. 2007. Т. 49, № 5. С. 830–838. DOI: 10.1134/s1063783407050125.
8. Рушиц, С. В. Нанодвойникование мартенситных кристаллов и теория адаптивных фаз / С. В. Рушиц, В. Л. Ильичев // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Металлургия. 2008. Вып. 11, № 24 (124). С. 44–46.
9. Овидько, И. А. Влияние миграции двойниковых границ на трещиностойкость нанодвойникованных металлов / И. А. Овидько, А. Г. Шейнерман // Физика и механика материалов. 2014. Т. 21, № 3. С. 248–258.
10. Овидько, И. А. Образование деформационных нанодвойников на границах зерен с дисклинациями в наноматериалах / И. А. Овидько, Н. В. Скиба // Физика и механика материалов. 2014. Т. 21, № 3. С. 288–298.
11. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел / О. М. Остриков. Гомель: Гомельский гос. техн. ун-т имени П. О. Сухого, 2008. 301 с.
12. Остриков, О. М. Дислокационная модель нанодвойника / О. М. Остриков // Механика твердого тела. Изв. РАН. 2008. Т. 43, № 5. С. 124–129. DOI: 10.3103/s0025654408050142.
13. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев. Ростов на/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 1990. 172 с.
14. Ovid'ko, I. A. Deformation Twinning Through Nanoscale Ideal Shears in Nano- and Polycrystalline Materials at Ultra High Stresses / I. A. Ovid'ko, A. G. Sheinerman // Rev. Adv. Mater. Sci. 2011. Vol. 27, No 2. P. 189–194.
15. Гуткин, М. Ю. Пластическое течение и разрушение аморфных межкристаллитных прослоек в керамических наноккомпозитах / М. Ю. Гуткин, И. А. Овидько // Физика твердого тела. 2010. Т. 52, № 4. С. 668–677. DOI: 10.1134/s1063783410040086.
16. Миркин, Л. И. Физические основы пластической деформации / Л. И. Миркин. М.: МГУ, 1968. 538 с.

Поступила 26.01.2017

Подписана в печать 30.03.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Ostrikov O. M. (2002) Nanotwin Formation of Bismuth Monocrystal. *Izvestiya Visshikh Uchebnykh Zavedenii. Chernaya Metallurgiya* = *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*, (3), 51–52 (in Russian).
2. Liao X. Z., Zhou F., Lavernia E. J., He D. W., Zhu Y. T. (2003) Deformation Twins in Nanocrystalline Al. *Applied Physics Letters*, 83 (24), 5062–5064. DOI: 10.1063/1.1633975.
3. Waitz T., Spisak D., Hafner J. (2005) Size-Dependent Martensitic Transformation Path Causing Atomic-Scale Twinning of Nanocrystalline NiTi Shape Memory Alloys. *Europhysics Letters (EPL)*, 71 (1), 98–103. DOI: 10.1209/epl/i2005-10061-y.
4. Yang Y. M., Wu X. L., Yang L. W., Kong F. (2006) Twinning Defects in Spherical GeSi Alloy Nanocrystals. *Journal of Crystal Growth*, 219 (2), 358–362. DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2006.03.020.
5. Xiao-Lei Wu, En Ma (2006) Deformation Twinning Mechanisms in Nanocrystalline Ni. *Applied Physics Letters*, 88 (6), 061905. DOI: /10.1063/1.2172404.
6. Feng X. Y., Cheng Z. Y., Wu X., Wang T. C., Hong Y. S. (2006) Twinning in Nanocrystalline Ni by Severe Plastic Deformation. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39 (4), 746–749. DOI: 10.1088/0022-3727/39/4/022.
7. Gutkin M. Yu., Ovid'ko I. A., Skiba N. V. (2007) Mechanism of Deformation-Twin Formation in Nanocrystalline Metals. *Physics of the Solid State*, 49 (5), 874–882. DOI: 10.1134/s1063783407050125.
8. Rushits S. V., Ilyichiov V. L. (2008) Nanotwin Formation of Martensitic Crystals and Theory of Adaptive Phases. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Metallurgiya* = *Bulletin of the South Ural State University. Series: Metallurgical Engineering*, 11 (24), 44–46 (in Russian).
9. Ovid'ko I. A., Sheinerman A. G. (2014) Effect of Twin Boundary Migration on Fracture Toughness of Nanotwinned Metals. *Materials Physics and Mechanics*, 21 (3), 248–258 (in Russian).
10. Ovid'ko I. A., Skiba N. V. (2014) Nucleation of Deformation Nanotwins at Grain Boundaries Containing Disclinations in Nanomaterials. *Materials Physics and Mechanics*, 21 (3), 288–298 (in Russian).
11. Ostrikov O. M. (2008) *Mechanics of Nanotwin Formation in Solid Bodies*. Gomel, Sukhoi State Technical University of Gomel. 301 (in Russian).
12. Ostrikov O. M. (2008) Dislocation Model of a Nanotwin. *Mechanics of Solids*, 43 (5), 793–797. DOI: 10.3103/s0025654408050142.
13. Finkel V. M., Fedorov V. A., Korolev A. P. (1990) *Demolition of Crystals During Mechanical Twin Formation*. Rostov-on-Don, Publishing House of Rostov University. 172 (in Russian).
14. Ovid'ko I. A., Sheinerman A. G. (2011) Deformation Twinning Through Nanoscale Ideal Shears in Nano- and Polycrystalline Materials at Ultra High Stresses. *Reviews on Advanced Materials Science*, 27 (2), 189–194.
15. Gutkin M. Yu., Ovid'ko I. A. (2010) Plastic Flow and Fracture of Amorphous Intercrystalline Layers in Ceramic Nanocomposites. *Physics of the Solid State*, 52 (4), 718–727. DOI: 10.1134/s1063783410040086.
16. Mirkin L. I. (1968) *Physical Fundamentals of Plastic Deformation*. Moscow, Moscow State University. 538 (in Russian).

Received: 26.01.2017

Accepted: 30.03.2017

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-343-347

УДК 519.6

К приближенному интегрированию сильно осциллирующих функций

Докт. физ.-мат. наук, проф. И. Н. Мелешко¹⁾, Д. А. Нифонтова¹⁾, В. В. Сорокин¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Построены и исследованы простейшие приближенные формулы для численного интегрирования функций, содержащих осциллирующие множители специального вида с параметром. Общие квадратурные формулы в этом случае могут быть использованы только при достаточно малых значениях параметра. Следовательно, чтобы получить формулы численного интегрирования, пригодные при изменении параметра в широких границах, необходимо заранее учитывать наличие сильно осциллирующих множителей. Это можно сделать, принимая, например, такие множители за весовые функции. Кроме того, поскольку параметр способен принимать значения, которые заранее предвидеть не всегда можно, приближенные формулы для вычисления таких интегралов необходимо строить так, чтобы они содержали этот параметр в буквенном виде и были пригодны для вычисления при любых, в частности при больших, значениях параметра. Вычислительные правила, обладающие такими свойствами, обычно получают путем разбиения промежутка интегрирования на элементарные с последующим приближением плотности интеграла на каждом элементарном промежутке многочленами первой, второй и третьей степеней, принимая при этом осциллирующие множители за весовые функции. В статье рассмотрен тот вариант, когда плотность интегралов на каждом элементарном промежутке аппроксимируется многочленом нулевой степени – константой, равной значению плотности в середине этого промежутка. Попутно сконструирована одна приближенная формула для вычисления несобственного интеграла по бесконечному промежутку от функции, содержащей осциллирующий множитель специального вида. При этом предполагали, что плотность несобственного интеграла достаточно быстро стремится к нулю, когда модуль аргумента неограниченно возрастает. Другими словами, она считается пренебрежимо малой вне некоторого конечного отрезка. Получены равномерные по параметру оценки погрешностей приближенных формул, позволяющие вычислять интегралы с заданной точностью.

Ключевые слова: интегралы, приближенное интегрирование, приближенные формулы, осциллирующая функция

Для цитирования: Мелешко, И. Н. К приближенному интегрированию сильно осциллирующих функций / И. Н. Мелешко, Д. А. Нифонтова, В. В. Сорокин // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 343–347. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-343-347

Approximate Integration of Highly Oscillating Functions

I. N. Melashko¹⁾, D. A. Nifontova¹⁾, U. U. Sorokin¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. Elementary approximate formulae for numerical integration of functions containing oscillating factors of a special form with a parameter have been proposed in the paper. In this case general quadrature formulae can be used only at sufficiently small values of the parameter. Therefore, it is necessary to consider in advance presence of strongly oscillating factors in order to obtain formulae for numerical integration which are suitable in the case when the parameter is changing within wide limits. This can be done by taking into account such factors as weighting functions. Moreover, since the parameter can take values which cannot always be predicted in advance, approximate formulae for calculation of such integrals should be constructed in such a way that they contain this parameter in a letter format and they are suitable for calculation at any and particularly large values of the parameter. Computational rules with such properties are generally obtained by dividing

Адрес для переписки

Мелешко Иван Николаевич
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 12/2,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-82-73
kafvm2@bntu.by

Address for correspondence

Melashko Ivan N.
Belarusian National Technical University
12/2, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-82-73
kafvm2@bntu.by

an interval of integration into elementary while making successive approximation of the integral density at each elementary interval with polynomials of the first, second and third degrees and taking the oscillating factors as weighting functions. The paper considers the variant when density of the integrals at each elementary interval is approximated by a polynomial of zero degree that is a constant which is equal to the value of density in the middle of the interval. At the same time one approximate formula for calculation of an improper integral with infinite interval of the function with oscillating factor of a special type has been constructed in the paper. In this case it has been assumed that density of the improper integral rather quickly goes to zero when an argument module is increasing indefinitely. In other words it is considered as small to negligible outside some finite interval. Uniforms in parameter used for evaluation of errors in approximate formulae have been obtained in the paper and they make it possible to calculate integrals with the required accuracy.

Keywords: integrals, approximate integration, approximate formulas, oscillating function

For citation: Melashko I. N., Nifontova D. A., Sorokin U. U. (2017) Approximate Integration of Highly Oscillating Functions. *Science and Technique*. 16 (4), 343–347. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-343-347 (in Russian)

Введение

При решении разных задач прикладной математики, механики, физики и техники приходится вычислять интегралы вида:

$$J_c(\lambda) = J_c(f; \lambda) = \int_{-T}^T f(t) \cos \lambda t dt; \quad (1)$$

$$J_s(\lambda) = J_s(f; \lambda) = \int_{-T}^T f(t) \sin \lambda t dt; \quad (2)$$

$$J_e(\lambda) = J_e(f; \lambda) = \int_{-T}^T f(t) e^{i\lambda t} dt; \quad (3)$$

$$J(\lambda) = J(f; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\lambda t} dt, \quad (4)$$

где λ – положительный числовой параметр [1–5].

Формулы для приближенного вычисления подобных интегралов строятся обычно путем разбиения промежутка интегрирования на элементарные с последующим приближением функции $f(t)$ на каждом элементарном промежутке многочленами первой, второй и третьей степеней, принимая при этом осциллирующие множители за весовые функции [6–10]. Авторами исследован тот вариант, когда функция $f(t)$ на элементарном промежутке аппроксимируется многочленом нулевой степени – константой, равной значению $f(t)$ в середине этого промежутка.

1. Зададим на промежутке $[-T, T]$ систему точек $t_k = kh$; $k = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$; $h = \frac{2T}{2n+1}$ и аппроксимацию функции $f(t)$ на этом промежутке определим формулой

$$f(t) \approx \tilde{f}(t) = \sum_{k=-n}^n \theta_k(t) f(t_k), \quad (5)$$

$$\text{в которой } \theta_k(t) = 1, \text{ если } t \in \left[t_k - \frac{h}{2}, t_k + \frac{h}{2} \right], \\ \text{и } \theta_k(t) = 0, \text{ когда } t \notin \left[t_k - \frac{h}{2}, t_k + \frac{h}{2} \right].$$

Нетрудно убедиться, что если $f(t)$ непрерывна на отрезке $[-T, T]$, то

$$|f(t) - \tilde{f}(t)| \leq \omega(f; h), \quad t \in [-T, T], \quad (6)$$

где $\omega(f; h) = \max_{t', t'' \in [-T, T]} |f(t') - f(t'')|$ – модуль непрерывности функции $f(t)$.

Если же $f(t)$ – непрерывно дифференцируемая функция на этом отрезке, то с помощью формулы Тейлора легко установить, что

$$|f(t) - \tilde{f}(t)| \leq \frac{M_1}{2} h, \quad t \in [-T, T], \quad (7)$$

$$\text{где } M_1 = \max_{t \in [-T, T]} |f'(t)|.$$

2. Подставив в (3) для интеграла $J_e(f; \lambda)$ вместо функции $f(t)$ ее приближение формулой (5), получим приближенное уравнение для этого интеграла

$$J_e(f; \lambda) \approx J_e(\tilde{f}; \lambda) = \tilde{J}_e(\lambda) = \sum_{k=-n}^n A_k^{(e)}(\lambda) f(t_k), \quad (8)$$

$$\text{в котором коэффициенты } A_k^{(e)}(\lambda) = \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} e^{i\lambda t} dt,$$

$$k = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n.$$

Вычислив интегралы в правой части последнего равенства и выполнив несложные преобразования, находим единое представление коэффициентов

$$A_k^{(e)}(\lambda) = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\lambda T}{2n+1} e^{i\lambda t_k}. \quad (9)$$

Коэффициенты из (9) подставим в правую часть (8). В результате приближенная формула для интеграла (3) запишется в виде

$$J_e(f; \lambda) \approx 2 \sum_{k=-n}^n \left(\sin \frac{\lambda T}{2n+1} \cdot \frac{e^{i\lambda t_k}}{\lambda} \right) f(t_k). \quad (10)$$

Оценим погрешность приближенной формулы (10).

Теорема 1. Если функция $f(t)$ непрерывна на отрезке $[-T, T]$, то для всех λ имеет место оценка погрешности

$$|J_e(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| \leq 2T\omega(f; h). \quad (11)$$

Если же $f(t)$ непрерывно дифференцируемая функция, то

$$|J_e(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| \leq TM_1 h. \quad (12)$$

Доказательство. Очевидно, что

$$\begin{aligned} |J_e(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| &= |J_e(f; \lambda) - J_e(\tilde{f}; \lambda)| = \\ &= \left| \int_{-T}^T [f(t) - \tilde{f}(t)] e^{i\lambda t} dt \right| \leq \\ &\leq \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)| \int_{-T}^T |e^{i\lambda t}| dt = \\ &= 2T \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)|. \end{aligned} \quad (13)$$

Из соотношений (13) и неравенств (6), (7) вытекают оценки (11), (12).

3. Заменим функцию $f(t)$ в интегралах (1), (2) по формуле (5). В результате получим следующие приближенные выражения для интегралов $J_c(f; \lambda)$, $J_s(f; \lambda)$:

$$J_c(f; \lambda) \approx J_c(\tilde{f}; \lambda) = \tilde{J}_c(\lambda) = \sum_{k=-n}^n A_k^{(c)}(\lambda) f(t_k); \quad (14)$$

$$J_s(f; \lambda) \approx J_s(\tilde{f}; \lambda) = \tilde{J}_s(\lambda) = \sum_{k=-n}^n A_k^{(s)}(\lambda) f(t_k). \quad (15)$$

Коэффициенты $A_k^{(c)}(\lambda)$ и $A_k^{(s)}(\lambda)$ соответственно равны:

$$A_k^{(c)}(\lambda) = \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} \cos \lambda t dt; \quad A_k^{(s)}(\lambda) = \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} \sin \lambda t dt, \\ k = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n.$$

Выделив действительную и мнимую части в формуле (9), находим следующие представления для этих коэффициентов:

$$A_k^{(c)}(\lambda) = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\lambda T}{2n+1} \cos \lambda t_k;$$

$$A_k^{(s)}(\lambda) = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\lambda T}{2n+1} \sin \lambda t_k,$$

$$k = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n.$$

Подставим полученные выражения $A_k^{(c)}(\lambda)$ и $A_k^{(s)}(\lambda)$ в правые части (14) и (15) соответственно. В результате приближенные формулы для интегралов (1) и (2) запишутся в виде:

$$J_c(f; \lambda) \approx 2 \sum_{k=-n}^n \left(\sin \frac{\lambda T}{2n+1} \cdot \frac{\cos \lambda t_k}{\lambda} \right) f(t_k); \quad (16)$$

$$J_s(f; \lambda) \approx 2 \sum_{k=-n}^n \left(\sin \frac{\lambda T}{2n+1} \cdot \frac{\sin \lambda t_k}{\lambda} \right) f(t_k). \quad (17)$$

Погрешности приближенных формул (16), (17) можно сверху оценить теми же величинами, что и погрешность приближенного уравнения (10).

Теорема 2. Пусть функция $f(t)$ непрерывна на отрезке $[-T, T]$. Тогда для всех λ справедливо неравенство:

$$\begin{aligned} |J_c(\lambda) - \tilde{J}_c(\lambda)| &\leq 2T\omega(f; h); \\ |J_s(\lambda) - \tilde{J}_s(\lambda)| &\leq 2T\omega(f; h). \end{aligned} \quad (18)$$

Если же $f(t)$ является непрерывно дифференцируемой функцией на этом отрезке, то

$$|J_c(\lambda) - \tilde{J}_c(\lambda)| \leq TM_1 h, \quad |J_s(\lambda) - \tilde{J}_s(\lambda)| \leq TM_1 h. \quad (19)$$

Доказательство. Запишем очевидные соотношения:

$$\begin{aligned}
|J_c(\lambda) - \tilde{J}_c(\lambda)| &= |J_c(f; \lambda) - J_c(\tilde{f}; \lambda)| = \left| \int_{-T}^T [f(t) - \tilde{f}(t)] \cos \lambda t dt \right| \leq \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)| \int_{-T}^T |\cos \lambda t| dt \leq \\
&\leq 2T \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)|; \\
|J_s(\lambda) - \tilde{J}_s(\lambda)| &= |J_s(f; \lambda) - J_s(\tilde{f}; \lambda)| = \left| \int_{-T}^T [f(t) - \tilde{f}(t)] \sin \lambda t dt \right| \leq \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)| \int_{-T}^T |\sin \lambda t| dt \leq \\
&\leq 2T \max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)|.
\end{aligned} \tag{20}$$

Оценивая в (20) $\max_{t \in [-T; T]} |f(t) - \tilde{f}(t)|$ с помощью (6), (7), получаем неравенства (18), (19).

4. Предположим, что функция $f(t)$ в интеграле (4) достаточно быстро стремится к нулю при $|t| \rightarrow \infty$. Тогда, считая ее пренебрежимо малой вне некоторого конечного отрезка $[-T, T]$, в пределах заданной точности справедливо приближенное равенство

$$J(\lambda) = \int_{-T}^T f(t) e^{i\lambda t} dt = J_e(\lambda). \tag{21}$$

Подставив в (21) приближенное представление интеграла (3) формулой (10), получаем приближенное уравнение для интеграла (4)

$$J(\lambda) \approx \tilde{J}_e(\lambda) = 2 \sum_{k=-n}^n \left(\sin \frac{\lambda T}{2n+1} \cdot \frac{e^{i\lambda t_k}}{\lambda} \right) f(t_k). \tag{22}$$

При оценке погрешности приближенной формулы (22) следует учитывать погрешность приближенного уравнения (21). Будем предполагать, что при больших значениях $|t|$ выполняется неравенство

$$|f(t)| = \frac{C}{|t|^{1+\delta}}, \quad 0 < C < \infty, \quad \delta > 0. \tag{23}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
|J(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| &= \left| \int_{-\infty}^{-T} f(t) e^{i\lambda t} dt + \int_T^{\infty} f(t) e^{i\lambda t} dt \right| \leq \\
&\leq 2 \int_T^{\infty} f(t) dt \leq 2C \int_T^{\infty} \frac{dt}{t^{1+\delta}} = \frac{2C}{\delta T^\delta}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Далее

$$\begin{aligned}
|J(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| &= |J(\lambda) - J_e(\lambda) + J_e(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| \leq \\
&\leq |J(\lambda) - J_e(\lambda)| + |J_e(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)|.
\end{aligned}$$

Если функция $f(t)$ имеет непрерывную производную на промежутке $[-T, T]$, то с учетом неравенства (12) теоремы 1 приходим к следующей оценке погрешности приближенной формулы (22):

$$|J(\lambda) - \tilde{J}_e(\lambda)| \leq \frac{2C}{\delta T^\delta} + TM_1 h.$$

Примечание. Очевидно, что приближенную формулу (22) и оценку ее погрешности можно использовать для вычисления интеграла (4) только в том случае, когда функция $f(t)$ достаточно быстро убывает с возрастанием $|t|$ (δ достаточно велико).

5. **Пример.** Коэффициенты тригонометрического ряда Фурье функции $f(t) = e^t$ определяются формулами:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^t \cos mt dt &= \frac{(-1)^m 2 \operatorname{sh} \pi}{\pi(1+m^2)} \quad \left(J_c \left(\frac{e^t}{\pi}, m \right) \right); \\
\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^t \sin mt dt &= \frac{(-1)^{m+1} 2 m \operatorname{sh} \pi}{\pi(1+m^2)} \quad \left(J_s \left(\frac{e^t}{\pi}, m \right) \right).
\end{aligned}$$

Результаты численного эксперимента по точным формулам и с помощью приближенных уравнений (16), (17) при $n = 100$ приведены в табл. 1

Таблица 1

m	$J_c(m)$	$\tilde{J}_c(m)$	$J_s(m)$	$\tilde{J}_s(m)$
1	-3,6760800	-3,6756300	3,6760800	3,6762300
10	0,0727936	0,0721969	-0,7279360	-0,7279660
100	0,0007351	0,0007262	-0,0735142	-0,0735126

Примечание. Предположим, что значения функции $f(x)$ в узлах квадратурной формулы (8) вычисляются приближенно, т. е. вместо $f(t_k)$ имеем $\tilde{f}(t_k)$, так что погрешность вычисления

равна $\varepsilon_k = f(t_k) - \tilde{f}(t_k)$. Пусть $|\varepsilon_k| \leq \varepsilon$, $k = -n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$. Тогда для погрешности вычисления квадратурной суммы в (8) получается неравенство

$$\left| \sum_{-n}^n A_k^{(e)}(\lambda) f(t_k) - \sum_{-n}^n A_k^{(e)}(\lambda) \tilde{f}(t_k) \right| \leq \varepsilon \sum_{-n}^n |A_k(\lambda)|,$$

из которого следует, что точная верхняя граница погрешности вычисления квадратурной суммы в (8) пропорциональна $\sum_{-n}^n |A_k^{(e)}(\lambda)|$. Оценим эту сумму числом, не зависящим от λ :

$$\begin{aligned} \sum_{-n}^n |A_k^{(e)}(\lambda)| &= \sum_{-n}^n \left| \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} e^{i\lambda t} dt \right| \leq \sum_{-n}^n \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} |e^{i\lambda t}| dt = \\ &= \sum_{-n}^n \int_{t_k - \frac{h}{2}}^{t_k + \frac{h}{2}} dt = 2T. \end{aligned}$$

Следовательно, при всех λ справедлива оценка

$$\left| \sum_{-n}^n A_k^{(e)}(\lambda) f(t_k) - \sum_{-n}^n A_k^{(e)}(\lambda) \tilde{f}(t_k) \right| \leq \varepsilon 2T.$$

Очевидно, что погрешности в вычислениях квадратурных сумм (14), (15) оцениваются такой же величиной. Это означает, что при больших n погрешности в вычислениях упомянутых квадратурных сумм имеют тот же порядок, что и погрешность в вычислении функции $f(t)$. В таких случаях говорят, что квадратурные формулы численно устойчивы.

ВЫВОДЫ

1. Для численного интегрирования функций, содержащих сильно осциллирующие множители специального вида с параметром, построены простейшие приближенные формулы.

2. Попутно сконструирована одна приближенная формула для вычисления несобственного интеграла по бесконечному промежутку от функции с осциллирующим множителем специального вида в случае, когда плотность несобственного интеграла достаточно быстро стремится к нулю при неограниченном возрастании модуля аргумента.

3. Получены равномерные по параметру оценки погрешностей приближенных формул,

позволяющие вычислять интегралы с заданной точностью. Приведен численный анализ квадратурных сумм на устойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович, Л. В. Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. М.: Физматгиз, 1962. 708 с.
2. Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. М.: Наука, 1973. 736 с.
3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. М.: Наука, 1970. Т. 3. 656 с.
4. Боголюбов, А. Н. Задачи по математической физике / А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов. М.: Изд-во МГУ, 1988. 349.
5. Ланцош, К. Практические методы прикладного анализа / К. Ланцош. М.: Физматгиз, 1956. 524 с.
6. Крылов, В. И. Приближенное вычисление интегралов / В. И. Крылов. М.: Наука, 1967. 500 с.
7. Крылов, В. И. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа / В. И. Крылов, Н. С. Скобля. М.: Наука, 1974. 224 с.
8. Завьялов, Н. С. Методы сплайн-функций / Н. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. П. Мирошниченко. М.: Наука, 1980. 352 с.
9. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. М.: Наука, 1987. 598 с.
10. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. М.: Наука, 1978. 512 с.

Поступила 16.03.2016

Подписана в печать 27.05.2016

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Kantarovich L. V., Krylov V. I. (1962) *Approximate Methods for Highest Analysis*. Moscow-Leningrad, Phizmatgiz Publ. 708 (in Russian).
2. Lavrentiev M. A., Shabat B. V. (1973) *Methods for Theory of Functions of a Complex Variable*. Moscow, Nauka Publ. 736 (in Russian).
3. Fikhtengolts G. M. (1970) *Calculus course*. Vol. 3. Moscow, Nauka Publ. 656 (in Russian).
4. Bogolyubov A. N., Kravtsov V. V. (1988) *Exercises in Mathematical Physics*. Moscow, Moscow State University. 349 (in Russian).
5. Lantsosh K. (1956) *Practical Methods for Application Analysis*. Moscow, Phizmatgiz Publ. 524 (in Russian).
6. Krylov V. I. (1967) *Integral Approximation*. Moscow, Nauka Publ. 500 (in Russian).
7. Krylov V. I., Skoblya N. S. (1974) *Methods of Approximate Fourier Transformation and Inverse Laplace Transform*. Moscow, Nauka Publ. 224 (in Russian).
8. Zavyalov N. S., Kvasov B. I., Miroshnichenko V. P. (1980) *Methods of Spline-Functions*. Moscow, Nauka Publ. 352 (in Russian).
9. Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. (1987) *Numerical Technique*. Moscow, Nauka Publ. 598 (in Russian).
10. Kalitkin N. N. (1978) *Numerical Technique*. Moscow, Nauka Publ. 512 (in Russian).

Received: 16.03.2016

Accepted: 27.05.2016

Published online: 28.07.2017

Динамическое усиление движения биомеханической системы

А. Е. Покатилов¹⁾, канд. техн. наук, доц. М. А. Киркор¹⁾, студ. В. И. Ильенков¹⁾

¹⁾Могилевский государственный университет продовольствия (Могилев, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Разработаны и опробованы методы оценки динамического усиления движения в биомеханике. Установлено, что широко используемые характеристики оценки влияния движения на механизмы и машины, такие как динамический коэффициент и коэффициент динамичности по ускорениям, при исследовании локомоций человека в условиях упругой опоры теряют смысл. Причиной является невозможность сравнить движение человека при контакте с упругой и жесткой опорами, так как с изменением жесткости опоры меняется и техника выполнения упражнения. При этом она еще зависит от текущего состояния конкретного спортсмена. Такая ситуация наблюдается в спортивной гимнастике. Изучена структура кинематических и динамических моделей движения человека. Установлено, что свойства упругой опоры в моделях отражаются: в явном виде, когда в моделях присутствуют параметры динамической деформации спортивного снаряжения, и в неявном – в численно измененных параметрах движения самого человека. Первую часть можно оценить количественно, сравнив с расчетами по полным моделям. Для этого введены понятия выделенной и полной моделей. Предложено выделять модели для опоры и модели биомеханической системы, представляющие собой модели движения только опорно-двигательного аппарата человека. Выявлено, что выделенные модели опоры в кинематике и динамике различаются по структуре. В кинематике выделяют только параметры упругой деформации опоры, а в динамике – параметры опоры в явном виде и дополнительно – в моделях движения самого человека, и тоже в явном виде. На примере вычислительного эксперимента для большого оборота назад на гимнастической перекладине дана количественная оценка динамического усиления движения в моделях кинематики и динамики. Показано, что влияние спортивного снаряжения на движение численно имеет тот же порядок, что и движение спортсмена без учета упругих свойств опоры.

Ключевые слова: полная модель, выделенные модели, упругая опора, жесткая опора, кинематика, динамика, опорно-двигательный аппарат, биомеханика, большой оборот

Для цитирования: Покатилов, А. Е. Динамическое усиление движения биомеханической системы / А. Е. Покатилов, М. А. Киркор, В. И. Ильенков // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 348–354. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-348-354

Dynamic Magnification of Biomechanical System Motion

A. E. Pokatilov¹⁾, M. A. Kirkor¹⁾, V. I. Ilenkov¹⁾

¹⁾Mogilev State University of Food Technologies (Mogilev, Republic of Belarus)

Abstract. Methods for estimation of dynamic magnification pertaining to motion in biomechanics have been developed and approbated in the paper. It has been ascertained that widely-used characteristics for evaluation of motion influence on mechanisms and machinery such as a dynamic coefficient and acceleration capacity factor become irrelevant while investigating human locomotion under elastic support conditions. The reason is an impossibility to compare human motion in case when there is a contact with elastic and rigid supports because while changing rigidity of the support exercise performing technique is also changing. In this case the technique still depends on a current state of a specific sportsman. Such situation is observed in sports gymnastics. Structure of kinematic and dynamic models for human motion has been investigated in the paper. It has been established that properties of an elastic support are reflected in models within two aspects: in an explicit form, when models have parameters of dynamic deformation for a gymnastic apparatus, and in an implicit form, when we have numerically

Адрес для переписки

Покатилов Алексей Евгеньевич
Могилевский государственный университет продовольствия
просп. Шмидта, 3,
212027, г. Могилев, Республика Беларусь
Тел.: +375 0222 48-57-28
pokatilov-a@mail.ru

Address for correspondence

Pokatilov Alexey E.
Mogilev State University of Food Technologies
3 Schmidt Ave.,
212027, Mogilev, Republic of Belarus
Tel.: +375 0222 48-57-28
pokatilov-a@mail.ru

changed parameters of human motion. The first part can be evaluated quantitatively while making comparison with calculations made in accordance with complete models. For this reason notions of selected and complete models have been introduced in the paper. It has been proposed to specify models for support and models of biomechanical system that represent models pertaining only to human locomotor system. It has been revealed that the selected models of support in kinematics and dynamics have structural difference. Kinematics specifies only parameters of elastic support deformation and dynamics specifies support parameters in an explicit form and additionally in models of human motion in an explicit form as well. Quantitative estimation of a dynamic motion magnification in kinematics and dynamics models has been given while using computing experiment for grand circle backward on a gymnastics horizontal bar as an example. It has been shown that an influence of a gymnastic apparatus on motion has numerically the same order as motion of a sportsman without taking into account elastic properties of the support.

Keywords: complete model, selected models, elastic support, rigid support, kinematics, dynamics, human locomotor system, biomechanics, grand circle

For citation: Pokatilov A. E., Kirkor M. A., Ilenkov V. I. (2017) Dynamic Magnification of Biomechanical System Motion. *Science and Technique*. 16 (4), 348–354. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-348-354 (in Russian)

Введение

В механике используют такое понятие, как «коэффициент динамичности» («динамический коэффициент», а также «коэффициент динамического усиления»). В общем случае под ним понимают отношение какой-либо величины, характеризующей динамику системы, к значению этой величины в статике [1–3]. Так, коэффициентом динамичности по перемещениям в теории механизмов и машин называют отношение амплитуды вынужденных колебаний к максимальному перемещению, вызываемому статическим действием силы. Существует еще одна трактовка данного понятия – в механике используют «коэффициент динамичности по ускорениям», под которым понимают отношение максимального модуля ускорения выходного звена с учетом упругости звеньев к максимальному модулю ускорения этого же звена без учета упругости звеньев [2].

Отметим, что в биомеханике, во-первых, во многих случаях требуется анализировать кинематику и динамику каждого звена. Так, для гимнаста при выполнении маховых упражнений представляет практический интерес движение и верхних, и нижних конечностей, и туловища. Во-вторых, коэффициенты динамичности по ускорениям определяются по данным различных экспериментов. Находят ускорения для механизма с упругими связями и отдельно для механизма без них. По ним и производят расчеты.

В биомеханике же нет возможности сравнить выполнение спортивного упражнения на упругом снаряде и на абсолютно жестком, поскольку последнего не существует, как и не

существует техники выполнения необходимых движений на нем [4]. Укажем, что оба принципа анализа кинематики и динамики объектов подходят для изучения полной системы, представленной человеком и спортивным снарядом, но с определенной корректировкой. Например, при изучении деформационного поведения спортивного снаряда. Однако для исследования движения непосредственно спортсмена необходимо предложить методику оценки динамичности движения самой биомеханической системы (БМС), познание закономерностей движения которой и является конечной целью, на пути к которой изучение опоры – лишь необходимый этап [5, 6].

Оценка динамики полной системы

Условимся отдельные модели, описывающие поведение опоры, называть моделями опоры. Модели для расчета параметров движения опорно-двигательного аппарата человека в целом, т. е. с учетом влияния упругого снаряда, получают название моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры. А комплексные модели, включающие две системы, отдельно взятую опору и биомеханическую систему с учетом всего влияния спортивного снаряда, – полными моделями биомеханической системы или просто полными моделями. Соответственно систему, состоящую из механической и биомеханической систем, назовем полной системой. В модели опоры ее характеристики входят в явном виде.

В [5] показано, что спортивный снаряд влияет на движение не только через изменение параметров своего движения, но и путем из-

менения параметров движения самой БМС. Для описания этих процессов введем еще одно понятие: части моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры, не содержащие характеристики деформации спортивного снаряда в явном виде, назовем выделенными. Сама биомеханическая система, для которой получены эти модели, тоже будет выделенной. После выделения остаются части уравнений с характеристиками спортивного снаряда в явном виде. Их назовем выделенными моделями опоры.

Рассматривая вопрос выделения конкретной исследуемой системы из более общей, необходимо различать модели кинематики и модели динамики. Для моделей кинематики связь между введенными системами можно представить отношением

$$\begin{aligned} f_K(FS) &= f_1(S) + f_2(\text{БМС}^{SO}) = \\ &= f_1(S^{SO}) + f_2(\text{БМС}^{SO}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $f_K(FS)$ – полная модель кинематики (полная система); $f_1(S)$ – модель кинематики опоры; $f_1(S^{SO})$ – выделенная модель кинематики опоры; $f_2(\text{БМС}^{SO})$ – то же биомеханической системы.

В этом случае модель кинематики опоры и ее выделенная модель есть одно и то же

$$f_1(S) = f_1(S^{SO}). \quad (2)$$

Расчетная модель биомеханической системы в условиях упругой опоры, моделируемой вращающейся пружиной, показана на рис. 1. Приведем в качестве примера уравнения для ускорений суставов биомеханической системы:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{O_{i-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \cos Q_0 - 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sin Q_0 - \\ &- L_0 \ddot{Q}_0 \sin Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \cos Q_0] - \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \sin Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \cos Q_j; \\ \ddot{Y}_{O_{i-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \sin Q_0 + 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \cos Q_0 + \\ &+ L_0 \ddot{Q}_0 \cos Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \sin Q_0] + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \cos Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \sin Q_j, \quad (3)$$

где $i = 1, 2, \dots, N+1$; $N+1 = K$; L_j – длина звеньев; $L_0, \dot{L}_0, \ddot{L}_0, Q_0, \dot{Q}_0, \ddot{Q}_0$ и $Q_j, \dot{Q}_j, \ddot{Q}_j$ – обобщенные координаты, обобщенные скорости и обобщенные ускорения спортивного снаряда и биомеханической системы; N – количество звеньев биомеханической системы.

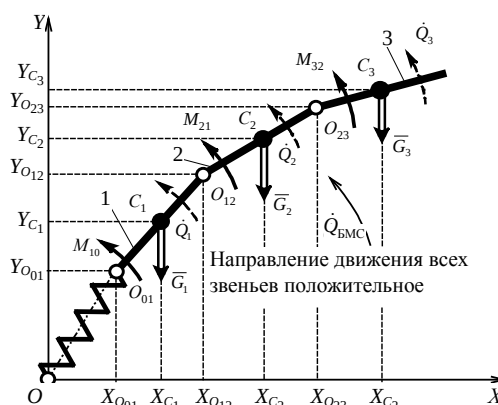


Рис. 1. Расчетная схема биомеханической системы

Fig. 1. The settlement circuit design of biomechanical system

В уравнениях (3) квадратными скобками [...] показаны ускорения, выделенные по опоре, т. е. по спортивному снаряду:

$$\begin{aligned} f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \cos Q_0 - 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sin Q_0 - \\ &- L_0 \ddot{Q}_0 \sin Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \cos Q_0]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \sin Q_0 + 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \cos Q_0 + \\ &+ L_0 \ddot{Q}_0 \cos Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \sin Q_0]. \end{aligned} \quad (4)$$

Остальные части (3) характеризуют ускорения выделенной биомеханической системы:

$$\begin{aligned} f_{\ddot{X}}(\text{БМС}^B)_{O_{i-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \sin Q_j + \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \cos Q_j; \\ f_{\ddot{Y}}(\text{БМС}^B)_{O_{i-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \cos Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \sin Q_j. \end{aligned} \quad (5)$$

Окончательно запишем для проекций ускорений суставов БМС:

$$f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} = f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} - f_{\ddot{X}}(\text{БМС}^B)_{O_{i-1,i}};$$

$$f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} = f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{O_{i-1,i}} + f_{\ddot{Y}}(\text{БМС}^B)_{O_{i-1,i}}. \quad (6)$$

По результатам экспериментальной расшифровки видеосъемки большого оборота назад на гимнастической перекладине в исполнении мастера спорта Беларуси Ю. Краколова покажем на рис. 2 результаты расчета линейных ускорений суставов на основании (4) и (5). Расчеты проводили на компьютере с использованием методов численного анализа [7].

Для векторных величин удобным и весьма информативным способом их изучения являются

ся годографы. В качестве примера на рис. 3 представлены годографы ускорений полной системы (рис. 3а) и выделенной БМС (рис. 3б) для плечевого сустава. Годографы построены с запасом в 10 кадров в начале и конце графиков по сравнению с рис. 2. Связано это со значительным изменением графиков в начале и конце при сглаживании данных.

Построив годограф ускорений выделенной опоры по ускорениям для плечевого сустава (рис. 4), получим представление, в том числе и численное, о влиянии упругих свойств спортивного снаряда на целенаправленное движение человека.

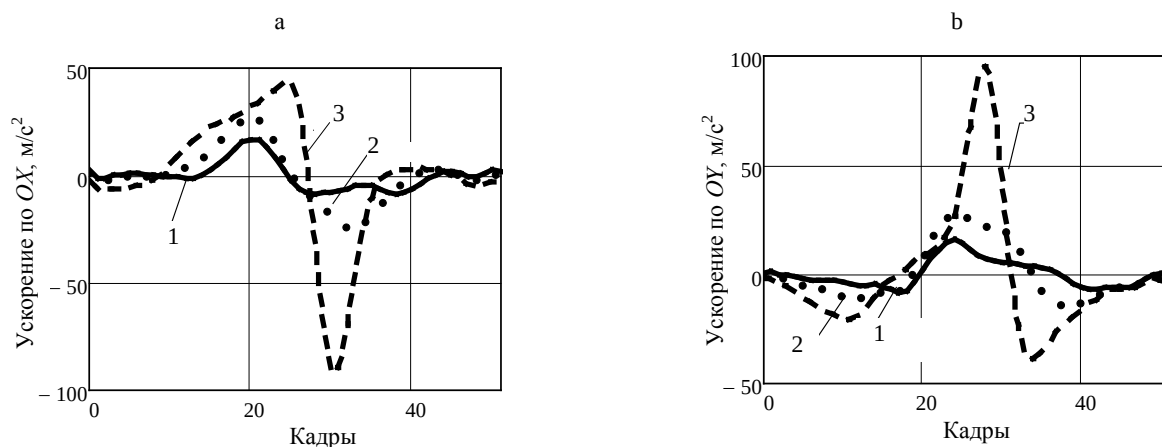


Рис. 2. Линейные ускорения суставов: а – плечевого; б – тазобедренного; 1 – выделенная опора; 2 – выделенная биомеханическая система; 3 – полная система

Fig. 2. Linear accelerations of joints: а – humeral; б – coxofemoral; 1 – selected support; 2 – selected biomechanical system; 3 – complete system

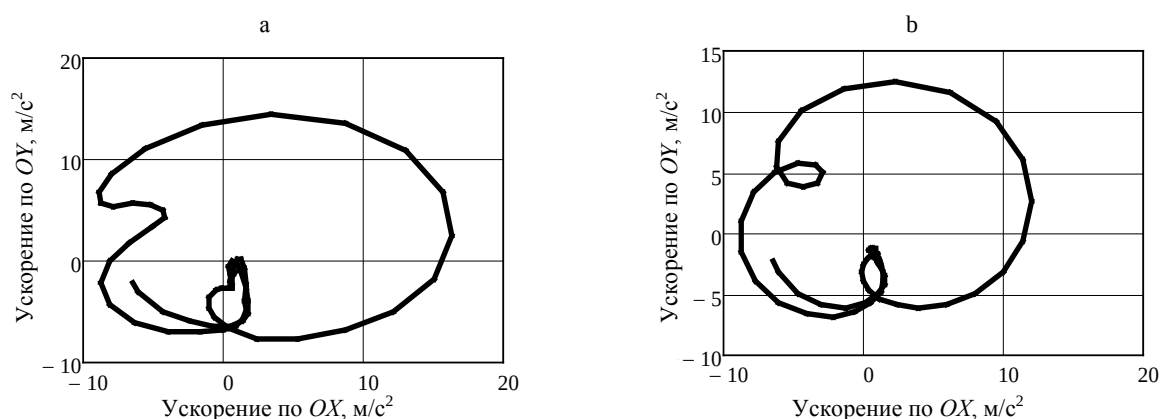


Рис. 3. Годографы ускорений выделенных систем плечевого сустава: а – полная система; б – выделенная биомеханическая система

Fig 3. Hodographs of accelerations for selected systems of humeral joint: а – complete system; б – selected biomechanical system

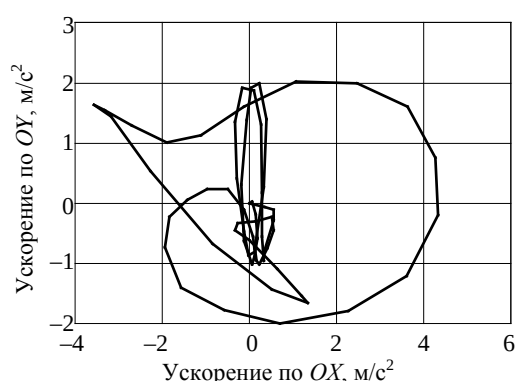


Рис. 4. Годограф выделенной опоры по ускорениям для плечевого сустава

Fig. 4. Hodograph of selected support according to accelerations for humeral joint

Анализ показывает значимость влияния спортивного снаряда на кинематику движения биомеханической системы. Дополнительные ускорения плечевого сустава из-за упругих свойств опоры изменяются в интервале: в горизонтальном направлении $(-3,6) \dots (+4,4) \text{ м/с}^2$, в вертикальном $(-2) \dots (+2) \text{ м/с}^2$. Для моделей динамики справедливо отношение:

$$f_d(\text{ПС}) = f_3(\text{ОП}) + f_4(\text{БМС});$$

$$f_4(\text{БМС}) = f_5(\text{ОП}^B) + f_6(\text{БМС}^B), \quad (7)$$

где $f_d(\text{ПС})$ – полная модель динамики; $f_3(\text{ОП})$ – модель динамики опоры; $f_4(\text{БМС})$ – модель динамики биомеханической системы в условиях упругой опоры; $f_5(\text{ОП}^B)$ – выделенная модель динамики опоры; $f_6(\text{БМС}^B)$ – то же биомеханической системы.

Это позволяет любую полную модель динамики представить как

$$f_d(\text{ПС}) = f_3(\text{ОП}) + f_5(\text{ОП}^B) + f_6(\text{БМС}^B). \quad (8)$$

Параметры опоры в явном виде дважды входят в уравнения динамики полной системы. Первый раз – в виде отдельно взятых формул $f_3(\text{ОП})$, а второй – тоже в явном, т. е. выделенном в отдельные зависимости $f_5(\text{ОП}^B)$, но уже составными частями моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры. В качестве иллюстрации запишем модели кинетической энергии. Имеем для полной системы [6]

$$T = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = T_{\text{ОП}} + T_{\text{БМС}}, \quad (9)$$

где $T_{\text{ОП}}$ – кинетическая энергия опоры, $T_{\text{ОП}} = T_0$; $T_{\text{БМС}}$ – то же собственно биомеханической системы, равная сумме кинетических энергий звеньев опорно-двигательного аппарата;

$$f_T(\text{БМС}) = T_{\text{БМС}} = T_1 + T_2 + T_3.$$

В случае приведения массы упругой опоры к точке k имеем выражение для кинетической энергии спортивного снаряда

$$f_T(\text{ОП}) = T_0 = \frac{m_{npk} v_k^2}{2} = \frac{m_{npk} (\dot{X}_k^2 + \dot{Y}_k^2)}{2}. \quad (10)$$

Расчетную модель кинетической энергии БМС можно представить в виде [6]

$$T_{\text{БМС}} = \left[m_{\text{БМС}} (\dot{L}_0^2 + L_0^2 \dot{Q}_0^2) + \sum_{i=1}^N A_{ii} \dot{Q}_i^2 + 2 \dot{L}_0 \sum_{i=1}^N D_{0i} \dot{Q}_i \sin(Q_0 - Q_i) + 2 \sum_{i=0}^N A_{ij} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N, \quad (11)$$

где A_{ij} , A_{ii} , D_{0i} – коэффициенты, зависящие от масс-инерционных характеристик биомеханической системы, являющиеся постоянными для каждого конкретного спортсмена и определяемые один раз до начала эксперимента.

Разделив по системам уравнение (11), получим:

$$f_T(\text{ОП}^B) = T_{\text{БМС}}^{\text{ОП}} = \left[m_{\text{БМС}} (\dot{L}_0^2 + L_0^2 \dot{Q}_0^2) + 2 \dot{L}_0 \sum_{i=1}^N D_{0i} \dot{Q}_i \sin(Q_0 - Q_i) + 2 A_{0j} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N; \quad (12)$$

$$f_T(\text{БМС}^B) = T_{\text{БМС}}^B = \left[\sum_{i=1}^N A_{ii} \dot{Q}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N A_{ij} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N. \quad (13)$$

Тогда в общем виде уравнение кинетической энергии биомеханической системы через выделенные системы запишем как

$$T_{\text{БМС}} = T_{\text{БМС}}^{\text{ОП}} + T_{\text{БМС}}^{\text{В}} = f_T(\text{ОП}^{\text{В}}) + f_T(\text{БМС}^{\text{В}}). \quad (14)$$

Сравнительный анализ уравнений (1)–(14) показывает разные отношения между системами в моделях кинематики и динамики. При исследовании кинематики полная модель является моделью биомеханической системы в условиях упругой опоры $f_K(\text{ПС}) = f_K(\text{БМС})$. Совпадают и модель опоры с ее выделенной моделью. А в динамике полная модель включает в себя модель биомеханической системы в условиях упругой опоры и модель опоры. Модель же опоры и ее выделенная модель есть разные модели.

Графики кинетической энергии выделенных опор и биомеханической системы, а также полной системы, представлены на рис. 5.

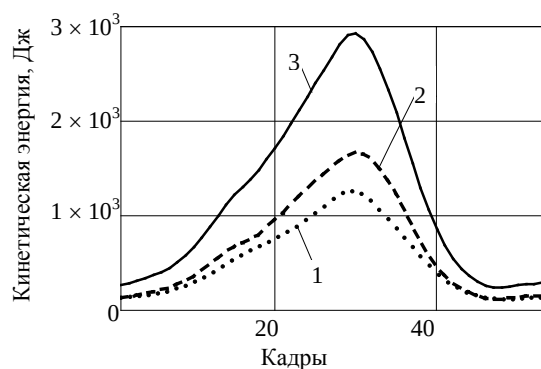


Рис. 5. Кинетическая энергия: 1 – выделенной опоры; 2 – выделенной биомеханической системы; 3 – полной системы

Fig. 5. Kinetic energy: 1 – selected support; 2 – selected biomechanical system; 3 – complete system

Разделение систем позволяет оценить влияние упругих свойств спортивного снаряда на движение биомеханической системы. Кинетическая энергия выделенной опоры (рис. 5, кривая 1) имеет тот же порядок, что и энергия выделенной биомеханической системы (рис. 5, кривая 2). Последнее показывает значимость влияния спортивного снаряда на движение человека. Кинетическая энергия полной системы представлена кривой 3 (рис. 5). Ее максимальные значения достигают почти 3000 Дж.

В ряде случаев для анализа необходимо отбросить влияние спортивного снаряда, и тогда используют понятие биомеханической системы

в условии жесткой опоры [8, 9]. Модели такой системы полностью идентичны по форме моделям выделенной биомеханической системы [6, 10, 11]. Это одни и те же выражения. Различаются они лишь значениями, подставляемыми в соответствующие формулы.

В [5] показано, что обобщенные координаты Q_i , определяющие положение спортсмена, и характеристики $\dot{Q}_i$, $\ddot{Q}_i$, представляющие обобщенные скорости и обобщенные ускорения, в определенной степени зависят от упругих свойств спортивного снаряда. Их значения при движении биомеханической системы в условиях жесткой опоры имели бы иную величину, чем при выполнении упражнения на спортивном снаряде с упругими свойствами. С этой точки зрения обобщенную координату Q_i биомеханической системы можно представить в виде суммы

$$Q_i = Q_i^{\text{БМС}} + \Delta Q_i = Q_i^{\text{БМС}} + Q_i^{\text{ОП}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

где $Q_i^{\text{БМС}}$ – часть угла, образованная i -м звеном с осью OX и зависящая только от движения биомеханической системы без учета упругих свойств спортивного снаряда; ΔQ_i – то же, образованная i -м звеном с осью OX и зависящая от упругих свойств спортивного снаряда, записывается как

$$\Delta Q_i = Q_i^{\text{ОП}}.$$

Про углы $Q_i^{\text{БМС}}$ можно сказать и так: это обобщенные координаты биомеханической системы в условиях жесткой опоры.

В случае выделения из уравнений кинематики и динамики полной системы, частей уравнений, в которых отсутствуют в явном виде параметры упругой опоры, получим модели, позволяющие рассчитать параметры движения человека в условиях жесткой опоры, когда влияния опоры нет или его не учитывают [8, 9].

ВЫВОДЫ

1. Выполненный анализ целенаправленного движения спортсмена в условиях упругой опоры показывает, что ограничения, налагаемые спортивным снарядом на движение человека, зависят от закона движения этого человека.

2. На сегодняшний день для выделенных моделей биомеханической системы выполнить разделение обобщенных координат как в уравнениях кинематики, так и в моделях динамики движения опорно-двигательного аппарата человека и оценить все динамическое усиление, привносимое спортивным снарядами, не представляется возможным.

3. Предложенные методы оценки влияния снаряда, выступающего в качестве упругой опоры, дают возможность получить количественную картину управляемого движения человека и на этой основе разработать ряд методик, направленных на совершенствование технических действий спортсмена и ускорение процесса его обучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. М.: Высш. шк., 1975. 655 с.
2. Левитская, О. Н. Курс теории механизмов и машин / О. Н. Левитская, Н. И. Левитский. М.: Высш. шк., 1985. 290 с.
3. Левитский, Н. И. Колебания в механизмах / Н. И. Левитский. М.: Наука, 1988. 336 с.
4. Гавердовский, Ю. К. Биомеханические основы техники гимнастических упражнений / Ю. К. Гавердовский // Спортивная гимнастика. М.: Физкультура и спорт, 1979. С. 34–66.
5. Управление движением на кинематическом уровне / А. Е. Покатилов [и др.] // Техника и технология пищевых производств: тез. докл. IX междунар. науч. конф. студ. и аспирантов, Могилев, 25–26 апр., 2013 г.: в 2 ч. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: А. В. Акулич [и др.]. Могилев, 2013. Ч. 2. С. 50.
6. Синтез движения в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов [и др.] // Техника и технология пищевых производств: тез. докл. IX междунар. науч. конф. студ. и аспирантов, Могилев, 25–26 апр., 2013 г.: в 2 ч. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: А. В. Акулич [и др.]. Могилев, 2013. Ч. 2. С. 51.
7. Васильков, Ю. В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании / Ю. В. Васильков, Н. Н. Василькова. М.: Финансы и статистика, 2001. 256 с.
8. Зациорский, В. М. Биомеханика двигательного аппарата человека / В. М. Зациорский, А. С. Аруин, В. Н. Селуянов. М.: Физкультура и спорт, 1981. 143 с.
9. Дубровский, В. И. Биомеханика / В. И. Дубровский, В. Н. Федорова. М.: Изд-во ВЛАДИОС-ПРЕСС, 2003. 672 с.
10. Загrevский, В. И. Программирование обучающей деятельности спортсменов на основе имитационного моделирования движений человека на ЭВМ / В. И. Загrevский. М., 1994. 47 с.
11. Загrevский, В. И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. Могилев: Могилев гос. ун-т имени А. А. Кулешова, 2000. 190 с.

рименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. Могилев: Могилев гос. ун-т имени А. А. Кулешова, 2000. 190 с.

Поступила 30.03.2016

Подписана в печать 31.05.2016

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Darkov A. V., Shpiro G. S. (1975) *Strength of Materials*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 655 (in Russian).
2. Levitskaya O. N., Levitsky N. I. (1985) *Course for Theory of Mechanisms and Machines*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 290 (in Russian).
3. Levitsky N. I. (1988) *Oscillations in Mechanisms*. Moscow, Nauka Publ. 336 (in Russian).
4. Gaverdovsky Yu. K. (1979) Biomechanical Fundamentals for Gymnastic Exercise Techniques and Skills. *Sports Gymnastic*. Moscow, Fizkultura i Sport Publ. 34–66 (in Russian).
5. Pokatilov A. E., Zagrevskii V. I., Popov V. N., Fedoseev Yu. Yu., Lavshuk L. A. (2013) Control of Motion at Kinematic Level. *Tekhnika i Tekhnologiya Pishchevykh Proizvodstv: Tez. Dokl. IX Mezhdunar. Nauch. Konf. Stud. i Aspir. Ch. 2* [Engineering and Technology of Food Production: Report abstracts of the IXth International Scientific Conference for Undergraduate and Postgraduate Students. Part 2]. Mogilev, 50 (in Russian).
6. Pokatilov A. E., Zagrevskii V. I., Lavshuk L. A., Fedoseev Yu. Yu., Efimov D. V. (2013) Synthesis of Motion Under Conditions of Elastic Support. *Tekhnika i Tekhnologiya Pishchevykh Proizvodstv: tez. Dokl. IX Mezhdunar. Nauch. Konf. Stud. i Aspir. Ch. 2* [Engineering and Technology of Food Production: Report Abstracts of the 9th International Scientific Conference for Undergraduate and Postgraduate Students. Part 2]. Mogilev, 51 (in Russian).
7. Vasilkov Yu. V., Vasilkova N. N. (2001) *Computing Technologies in Mathematical Modeling*. Moscow, Finansy i Statistika Publ. 256 (in Russian).
8. Zatsiorsky V. M., Aruin A. S., Seluyanov V. N. (1981) *Biomechanics of Human Motor Apparatus*. Moscow, Fizkultura i Sport Publ. 143 (in Russian).
9. Dubrovsky V. I., Fedorova V. N. (2003) *Biomechanics*. Moscow, VLADOS-PRESS Publ. 672 (in Russian).
10. Zagrevsky V. I. (1994) *Programming of Sportsmen Training Activity on the Basis of Imitation Modeling of Human Motions While Using Electronic Computer*. Moscow. 47 (in Russian).
11. Zagrevsky V. I., Lavshuk D. A., Zagrevsky O. I. (2000) *Development of Optimum Techniques for sports Exercises While Carrying out Computational Experiment with the Help of Personal Computer*. Mogilev, Mogilev State University named after A. A. Kuleshov. 190 (in Russian).

Received: 30.03.2016

Accepted: 31.05.2016

Published online: 28.07.2017

DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-355-362

УДК 539.3

Энергетические инварианты в теории упругопластических трещин

М. А. Гундина¹⁾¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)© Белорусский национальный технический университет, 2017
Belarusian National Technical University, 2017

Реферат. Рассмотрена задача о прямолинейной трещине в упрочняющемся упругопластическом материале с нагрузкой, приложенной на бесконечности в условиях плоской деформации. При распространении J -интеграла на этот случай необходимо учитывать характерные особенности, связанные с потенциалом деформаций для сред с неголономными уравнениями состояния. В задаче о трещине в упругопластическом материале главный член асимптотического разложения в окрестности вершины имеет, наряду с неопределенным множителем, и неизвестный показатель сингулярности. Для стали 12X18H9T показано, как из условия инвариантности энергетического интеграла можно отыскать показатель сингулярности главного члена напряжений. Приведены зависимости длины трещины, соотнесенной к допустимой длине по Гриффитсу, от приложенной нагрузки, соотнесенной к пределу текучести. Описаны представления J -интегралов для решения квазистатической задачи. Разработанный подход может использоваться для формулировки критерия разрушения упругопластического материала, содержащего прямолинейную трещину. Полученные теоретические зависимости по определению характеристик предельного состояния конструкции позволяют сделать мотивированный выбор геометрических параметров с учетом прочностных свойств материала. Результаты исследований могут быть использованы при разработке рекомендаций для создания конструкций с заданными свойствами. Данный подход целесообразно применять для определения предельных усилий и критического значения длины трещины для упругопластического материала.

Ключевые слова: метод асимптотических разложений, трещина, критерий разрушения, J -интеграл, теория течения, упругопластический материал

Для цитирования: Гундина, М. А. Энергетические инварианты в теории упругопластических трещин / М. А. Гундина // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 355–362. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-355-362

Energy Invariants in Theory of Elastoplastic Cracks

М. А. Hundzina¹⁾¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper considers a problem on a rectilinear crack in hardening elastoplastic material with load which is applied at infinity under plane-strain deformation conditions. While distributing J -integral in this case it is necessary to take into account specific characteristics associated with strain potential for environments with nonholonomic state equations. While considering a problem on a crack in elastoplastic material a principal term of asymptotic expansion in crack tip vicinity has an unknown singularity index in addition to an indefinite multiplier. It has been shown for steel 12X18H9T that while having invariance of energy integral it is possible to trace a singularity index for a principal term of stresses. The paper presents dependences of crack length compared to permissible Griffith's length in accordance with the applied load which is associated with yield strength. Conceptions of J -integrals have been described for solution of a quasi-static problem. The developed approach can be used to formulate a criterion for destruction of elastoplastic material containing a rectilinear crack. The obtained theoretical dependences pertaining to determination of structure limit state characteristics have permitted to make a motivated selection of geometric parameters with due account of material strength properties. Results of the investigations can be used while preparing recommendations for development of structures with prescribed properties. The given approach makes most sense to be applied for determination of critical forces and critical value of crack length for elastoplastic material.

Keywords: asymptotic expansion method, crack, fracture criterion, J -integral, flow theory, elastoplastic material

For citation: Hundzina M. A. (2017) Energy Invariants in Theory of Elastoplastic Cracks. *Science and Technique*. 16 (4), 355–362. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-355-362 (in Russian)

Адрес для переписки

Гундина Мария Анатольевна
Белорусский национальный технический университет
ул. Я. Коласа, 22,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 292-67-84
maryanatolevna@mail.ru

Address for correspondence

Hundzina Marija A.
Belarusian National Technical University
22 Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-67-84
maryanatolevna@mail.ru

Введение

Наряду с описанием напряженно-деформированного состояния упругого или упруго-пластического тела, необходимо определять критерии прочности, на основе которых устанавливается момент исчерпания несущей способности материала в точке или тела в целом. Такого рода критерии упругопластического разрушения или критерии начала распространения трещины не вытекают из разрешающих уравнений механики сплошных сред. Как правило, это дополнительное краевое условие.

Ввиду определенных трудностей постановочного и вычислительного характера для задачи определения предельного равновесного состояния деформируемого твердого тела с трещиной, сложились подходы, в основу которых положены некоторые предположения о характере распределения напряжений и механизме разрушения в вершине трещин: энергетические, силовые и деформационные критерии разрушения. Одним из основополагающих в механике трещин принято считать энергетический критерий Гриффитса для хрупкого разрушения и его модификацию, согласно концепции Орована – Ирвина, на случай квазихрупкого разрушения [1]. В основу этого критерия положено представление о балансе освобождающейся упругой энергии линейного деформирования и приращения поверхностной энергии при увеличении длины трещины в случае хрупкого разрушения или работы пластической деформации в тонком слое у вершины трещины перед его квазихрупким разрушением. Однако решение линейной задачи приводит к неограниченным напряжениям у вершины трещины, приращение же поверхностной энергии и работа пластической деформации содержат ограниченные значения напряжений, соответствующие реальной диаграмме деформирования, что свидетельствует об ограниченной применимости подобных критериев.

Обобщением энергетического критерия Гриффитса является J -критерий, или критерий Черепанова – Райса [2]. Известно, что величина силы сопротивления раскрытию трещины при определенных предположениях может быть представлена в виде некоторого интеграла по пути, не зависящего от этого пути. Интегриро-

вание происходит по произвольному контуру, охватывающему вершину трещины. В основе силовых критериев лежит представление о предельной поверхности в пространстве напряжений. Однако в случае линейно-упругой задачи в вершине трещины возникают бесконечные напряжения. Поэтому, согласно концепции Ирвина [3], принято строить предельную поверхность относительно коэффициентов интенсивности, являющихся множителями в сингулярных составляющих и характеризующих асимптотическое распределение напряжений вблизи вершины трещины. Если исходить из реальной нелинейной диаграммы деформирования материала, которая всегда имеет ограниченное напряжение, то вполне логично, что бесконечных напряжений в вершине трещины быть не может. Поэтому понятие «коэффициент интенсивности» в асимптотическом представлении решения вблизи вершины – результат идеализированной диаграммы деформирования, допускающей бесконечные напряжения. Следовательно, возможность достоверного экспериментального определения его предельного значения не является обоснованной.

Исходное представление деформационных критериев – классический критерий прочности в виде предельной поверхности в пространстве деформаций. Однако, ввиду трудности определения деформаций в вершине трещины, вместо них вводится понятие раскрытия или смещения берегов трещины в ее тупиковой части, относительно которых строится предельная поверхность. В этом случае возникает вопрос о корректности такой замены, поскольку раскрытие в вершине трещины в действительности равно нулю при отличной от нуля растягивающей или сдвиговой деформации, а понятие «тупиковая часть трещины» не имеет строгого определения. Это приводит к трудностям как решения соответствующих задач, так и экспериментального определения предельных значений вводимых параметров.

Применение J -интеграла к вычислению собственных значений краевых задач для случая статической трещины

Рассмотрим задачу о статической прямолинейной трещине в упрочняющемся упругопластическом материале с нагрузкой, приложенной

на бесконечности в случае плоской деформации. Положим, имеется двумерное деформационное поле, все компоненты которого определяются только двумя декартовыми координатами. Заметим, что при распространении J -интеграла на этот случай необходимо учитывать характерные особенности, связанные с потенциалом деформаций для сред с неголономными уравнениями состояния.

Приращение полной работы напряжения на соответствующих деформациях имеет вид

$$\delta U_0 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты напряжений и деформаций.

Функция (1) не является однозначной относительно компонент деформаций, поскольку напряжения в рамках теории течения с упрочнением также неоднозначно зависят от деформаций. Полная работа – это количественная характеристика интенсивности поля напряжений в окрестности вершины трещины в упруго-пластическом теле.

Вследствие инвариантности вектора потока величина J не зависит от того, где проведен контур, отхватывающий вершину трещины:

$$J = \int_{\Gamma} \left(\left(U_0 + \frac{1}{2} \rho u_{i,x_1} u_{i,x_1} \right) n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,x_1} \right) d\Gamma, \quad (2)$$

где $u_{i,x_1} = \frac{\partial u_i}{\partial x_1}$ – производная компонент век-

тора перемещений; ρ – плотность материала; Γ – контур, охватывающий вершину трещины; U_0 – полная работа напряжения на соответствующих деформациях; x_1 – ось, направленная вдоль оси трещины.

В двумерных задачах контур Γ можно считать окружностью радиусом ε с центром в вершине трещины. Интеграл по малому круговому контуру, содержащему внутри себя вершину трещины, может служить адекватной характеристикой состояния окрестности вершины трещины, причем подынтегральная функция зависит от напряжений, деформаций и перемещений точек вблизи вершины трещины. Такой интеграл не зависит от пути интегрирования и, таким образом, представляет скорость уменьшения энергии при любом выборе кривой Γ .

Рассмотрим замкнутый контур Γ_1 , Γ_2 в виде кривой (рис. 1), окружающий вершину трещины, начинающийся на нижней плоской части поверхности трещины и заканчивающийся на верхней ее части. Обход контура осуществляется в положительном направлении, s – длина дуги. Пусть J_{Γ_1} и J_{Γ_2} – соответствующие значения интеграла. Тогда, поскольку члены подынтегрального выражения обращаются в нуль на плоских поверхностях разреза, $J_{\Gamma_1} - J_{\Gamma_2}$ – это значение интеграла от величины $\left(U_0 + \frac{1}{2} \rho u_{i,x_1} u_{i,x_1} \right) n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,x_1}$, взятого по границе области, ограниченной $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$, этими кривыми и поверхностями выреза в направлении против часовой стрелки.

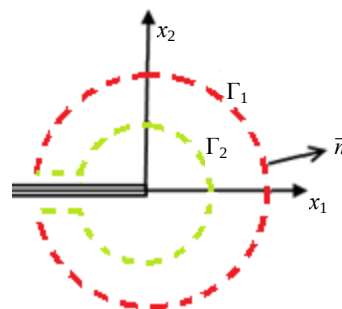


Рис. 1. Контур, окружающий вершину трещины: Γ_1 , Γ_2 – замкнутый контур; n – нормаль к контуру

Fig. 1. Contour circling crack tip: Γ_1 , Γ_2 – closed contour; n – normal to contour

Если удельная работа разрушения γ положительна, то уравнение $J = 2\gamma$ является условием предельного равновесия упругопластической трещины, т. е. энергетическим критерием. При этом $\gamma = \text{const}$. Инвариантность интеграла относительно пути справедлива и для путей, проходящих через пластическую зону.

В момент страгивания трещины возможно значительное пластическое деформирование конструкции, при котором диссипация энергии может оказать существенное влияние на кинетику трещины. При развитии трещины в подавляющем большинстве случаев пластическая деформация локализована у вершины движущейся трещины. Скорость высвобождения упругой энергии при образовании новой поверхности трещины длиной Δl можно предста-

вить как работу сил сцепления по берегам трещины за время прохождения вершиной этого расстояния с определенной скоростью.

Асимптотические решения краевых задач теории трещин в нелинейной постановке обладают значительной степенью произвола. Даже в случае задачи о неподвижной упругопластической трещине главный член разложения в окрестности вершины имеет наряду с неопределенным множителем и неизвестный показатель сингулярности. Покажем, как из условия инвариантности энергетического интеграла можно отыскать показатель сингулярности главного члена напряжений.

Известно, что интеграл по замкнутому контуру для функции равен нулю

$$\int_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2} \left(\left(U_0 + \frac{1}{2} \rho u_{i,x_i} u_{i,x_i} \right) n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,x_i} \right) d\Gamma = 0. \quad (3)$$

Из (3) получим соотношение для нахождения λ_0 , подставляя в него разложения через функцию напряжений. Сделаем предположение, что пластическая область полностью окружает вершину трещины, при отсутствии зоны разгрузки запишем члены, входящие в соотношение J -интеграла:

$$J = J_1 + J_2 - J_3, \quad (4)$$

где

$$J_1 = \int_{\Gamma_1 \cup \Gamma_1} U_0 n_1 d\Gamma = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} -((\sigma_{rr} \varepsilon_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} \varepsilon_{\varphi\varphi} + \sigma_{r\varphi} \varepsilon_{r\varphi})) r \sin \varphi d\varphi. \quad (5)$$

Представляя компоненты вектора приращений в виде [4–6]

$$u_r(r, \varphi) = U_0(\varphi) r^{\lambda_0}; \quad u_\varphi(r, \varphi) = V_0(\varphi) r^{\lambda_0}, \quad (6)$$

получим

$$u_1 = u_r = U_0(\varphi) r^{\lambda_0}; \\ u_2 = r u_\varphi(r, \varphi) = V_0(\varphi) r^{\lambda_0+1}. \quad (7)$$

Обобщение метода асимптотического разложения заключается в том, что последовательность $\{\lambda_n\}_{n=0}^\infty$ подлежит определению наряду с функциями $U_n(\varphi)$, $V_n(\varphi)$. Тогда остальные интегралы примут вид:

$$J_2 = -\frac{1}{2} \rho \int_0^{2\pi} \left(\left(u_{r,r} \cos \varphi - u_{r,\varphi} \frac{\sin \varphi}{r} \right)^2 + \right. \\ \left. + (-u_{\varphi,\varphi} \sin \varphi + r u_{\varphi,r} \cos \varphi + u_\varphi \cos \varphi)^2 \right) r \sin \varphi d\varphi; \quad (8)$$

$$J_3 = \int_0^{2\pi} \left(\left(\sigma_{11} \left(-u_{r,\varphi} \frac{\sin \varphi}{r} + u_{r,r} \cos \varphi \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma_{21} (-u_{\varphi,\varphi} \sin \varphi + r u_{\varphi,r} \cos \varphi + u_\varphi \cos \varphi) \right) \right) \times \\ \times r \sin \varphi d\varphi + \int_0^{2\pi} \left(\sigma_{12} \left(-u_{r,\varphi} \frac{\sin \varphi}{r} + u_{r,r} \cos \varphi \right) + \right. \\ \left. + \sigma_{22} (-u_{\varphi,\varphi} \sin \varphi + r u_{\varphi,r} \cos \varphi + u_\varphi \cos \varphi) \right) r \cos \varphi d\varphi.$$

Компоненты напряжений связаны следующими соотношениями:

$$\sigma_{11} = \sigma_{rr} \cos^2 \varphi + \sigma_{\varphi\varphi} \sin^2 \varphi - \sigma_{r\varphi} \sin 2\varphi; \\ \sigma_{12} = \frac{1}{2} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) \sin 2\varphi + \sigma_{r\varphi} \cos 2\varphi; \quad (9) \\ \sigma_{22} = \sigma_{\varphi\varphi} \cos^2 \varphi + \sigma_{rr} \sin^2 \varphi + \sigma_{r\varphi} \sin 2\varphi.$$

При вычислении J -интеграла нулевые члены компонентов перемещений и среднего напряжения были приближены частичными суммами рядов Фурье. Затем для верхней и нижней границ области сходимости метода вычисляли J -интегралы и были найдены значения для λ_0 .

Применение J -интеграла к вычислению собственных значений для случая страгивающейся трещины

При исследовании квазистатического роста трещины в упругопластическом материале будем пользоваться энергетической концепцией Г. П. Черепанова [2]. При приращении длины трещины на бесконечно малую величину Δl полная энергия $\gamma \Delta l = \Delta A_l + \Delta A_p$. Слагаемое ΔA_l равно по величине высвобождающейся упругой энергии, оно соответствует тому, что в процессе увеличения длины трещины на Δl внешняя нагрузка оставалась неизменной. Второе слагаемое представляет собой необратимую работу пластических деформаций, вызванную увели-

чением пластической области в процессе нагружения и не связанную с ростом трещины. Оно соответствует тому, что в процессе увеличения нагрузки длина трещины остается неизменной.

Представляет практический интерес изучение докритического роста трещины в упрочняющемся упругопластическом материале при монотонном нагружении с целью выяснения зависимости удлинения трещины от приложенной нагрузки. Для этого запишем J -интеграл для упругопластической задачи о страгивающейся линейной трещине. Вследствие инвариантности вектора потока следующая величина не зависит от того, где проведен контур, отхватывающий вершину трещины:

$$J = \int_{\Gamma} \left(\left(U_0 + \frac{1}{2} \rho \dot{l} u_{i,x_1} u_{i,x_1} \right) n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,x_1} \right) d\zeta, \quad (10)$$

где $u_{i,x_1} = \frac{\partial u_i}{\partial x_1}$; $\dot{l}$ – скорость распространения

трещины; если трещина растет устойчиво, то скорость распространения трещины прямо пропорциональна скорости увеличения нагрузки P ; x_1 – ось, направленная вдоль оси трещины.

Интеграл (10) позволяет сформулировать условие распространения трещин.

Сравним потенциальную энергию тела с вырезом длиной l и потенциальную энергию тела с вырезом $(l + dl)$ и с концом такой же геометрической формы, так что все изменение состоит в удлинении плоской части поверхности выреза на dl . Понимаем далее Π как потенциальную энергию слоя единичной толщины. При продвижении трещины на величину Δl конфигурация контура у вершины трещины не меняется. В результате изменения длины трещины на Δl изменяется потенциальная энергия (диссипация) и $J = -\frac{d\Pi}{dl}$. В этом случае

J -интеграл представляет собой скорость уменьшения энергии при заданном выборе кривой. Для стали 12Х18Н9Т найдены следующие значения λ_0 : в случае плоской деформации $\lambda_0 = 1,668$, в случае плоского напряженного состояния $\lambda_0 = 1,762$. Эти значения близки к тем,

которые найдены при вычислении J -интеграла при плоской деформации [7, 8].

Критерий разрушения на основе J -интеграла

Свойство инвариантности, а также сингулярность напряжений и деформаций позволяют принять J -интеграл в качестве критериальной величины для формулировки критерия разрушения. Положим, что существуют две трещины: одна – в компактном образце, предназначенном для испытаний в лабораторных условиях, вторая – в крупном элементе реальной конструкции. В обоих случаях и образец, и элемент изготовлены из одного и того же материала с высокой пластичностью. Тогда рассчитанные значения J -интеграла в случае их равенства некоторому постоянному значению J_{IC} говорят о начале роста трещины. В то же время при высокой пластичности, прежде чем будет достигнуто значение J_{IC} , в компактном образце возникнет значительная пластическая деформация и уменьшается стеснение деформаций. При этом может случиться, что даже после достижения значения J_{IC} будет происходить устойчивое распространение трещины. В хрупком элементе конструкции при достижении значения J_{IC} еще будет маломасштабная текучесть, а за пределами этого значения произойдет неустойчивое разрушение. Так, результаты экспериментальных исследований для различных материалов показывают, что существует предельное значение $J_{IC} = (170-190) \text{ кДж/м}^2$, соответствующее возникновению разрушения и не зависящее от конфигурации образца для наиболее распространенных легированных сталей $J = J_{IC}$. Сформулируем окончательный критерий разрушения следующим образом: трещина начинает распространяться, когда инвариантный J -интеграл достигает предельного значения J_{IC} .

Для того чтобы воспользоваться данным критерием, необходимо располагать значением J -интеграла как функцией длины трещины. Для этого можно применять численные методы расчета. Рассмотрим задачу определения критического напряжения и критической длины трещины, при которых происходит мгновенное распространение трещины по всему сечению элемента конструкции, что приводит к разру-

шению тела на части. По Гриффитсу высвобожденная потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{P^2}{2E} \pi l^2 b, \quad (11)$$

где l – длина трещины; b – толщина пластины; E – модуль Юнга; P – номинальное напряжение.

Энергия переходит в работу образования новых поверхностей

$$A = 2G_c l b, \quad (12)$$

где G_c – удельная работа образования новых поверхностей на единицу площади поверхности.

Самопроизвольное распространение трещины происходит, когда скорость высвобождения потенциальной энергии больше скорости поглощения энергии, идущей на образование новых поверхностей. Оно начинается тогда, когда процесс становится выгоден для тела, т. е. суммарный запас энергии тела начинает уменьшаться: Если $\frac{d\Pi}{dl} < \frac{dA}{dl}$ – разрушения нет, если

$\frac{d\Pi}{dl} \geq \frac{dA}{dl}$ – самопроизвольное распространение трещины.

В критическом состоянии $\frac{d\Pi}{dl} = \frac{P^2 \pi l_{Гр} b}{E} = \frac{dA}{dl} = 2G_c b$. Отсюда максимальная допустимая (критическая) длина трещины $l_{Гр}$ при заданной нагрузке P определяется по формуле Гриффитса

$$l_{Гр} = \frac{2G_c E}{\pi P^2}, \quad (13)$$

где P – значение приложенной на бесконечности нагрузки; G_c – модуль сдвига.

В рамках теории течения с упрочнением, следуя формулам, полученным в [8], имеем, что скорость диссипации энергии в пластической зоне

$$\frac{d\Pi}{dl} = \frac{2\pi p^2 l}{3E} F(P). \quad (14)$$

С другой стороны, как было сказано выше, при изменении длины трещины на Δl изменяется потенциальная энергия (диссипация), и $J = -\frac{d\Pi}{dl}$. В этом случае J -интеграл представляет собой скорость уменьшения энергии при заданном выборе кривой

$$J = -\frac{d\Pi}{dl} = \frac{2\pi p^2 l}{3E} F(P), \quad (15)$$

где F – некоторая функция, зависящая от нагрузки, соотнесенной к пределу текучести; E – модуль упругости.

Выясним зависимость удлинения трещины от внешней нагрузки для рассматриваемых законов распределения в рамках теории течения с упрочнением. На основании энергетического критерия локального разрушения получим выражение критической длины трещины в виде

$$l = l_{Гр} (1 - 4F(P))^{-1} = l_{Гр} \left(1 - 4J \frac{3E}{2\pi P^2} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Построим график зависимости длины (рис. 2), соотнесенной к допустимой длине по Гриффитсу от приложенной нагрузки, соотнесенной к пределу текучести для стали 12Х18Н9Т с модулем упругости 1,95 ГПа и пределом текучести 280,00 МПа [9, 10].

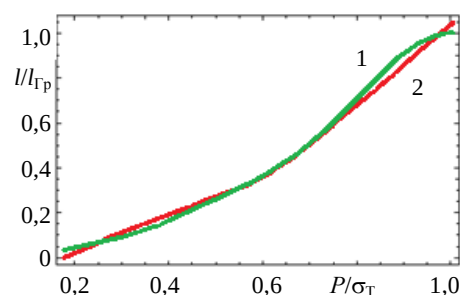


Рис. 2. Зависимость длины трещины $l/l_{Гр}$ от величины приложенной нагрузки, соотнесенной к пределу текучести: 1 – значения, полученные в рамках деформационной теории; 2 – то же для стали, полученные методом асимптотических разложений

Fig. 2. Dependence of crack length $l/l_{Гр}$ on value of applied load associated with yield strength for values obtained: 1 – in framework of deformation theory; 2 – for steel while using asymptotic expansion method

Кривые, полученные в первом и втором случаях, слабо отличаются. Выбор соответствующих определяющих соотношений несущественно сказывается при расчете критической длины трещины. Однако данный вывод справедлив с учетом предположения о малости пластической области. Значение удлинения, соответствующее наибольшей нагрузке, отвечает началу неустойчивого развития трещины. В этом случае квазистатический анализ уже не применим, а необходим подход, учитывающий динамические процессы, происходящие в элементе конструкции, обусловленные развитием трещины с конечной скоростью.

Актуальность анализа за критического развития трещины связана с возможным отсутствием катастрофического разрушения конструкции вследствие остановки неустойчиво растущей трещины за счет различных факторов. И наоборот, критическое напряжение, которое вызывает самопроизвольное развитие трещины, определяется из выражения

$$P_{cr} = \sqrt{(1 - I_{rp} / I) \frac{2\pi}{12JE}}. \quad (17)$$

Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости использования теории пластичности с угловой точкой в инженерных расчетах на прочность конструкций с дефектами типа трещин. Это приводит к увеличению расчетных значений максимальных допустимых нагрузок. Заметим, что чем больше конструкция, тем больше должна быть критическая длина трещины, но тем меньше становится рабочее напряжение.

ВЫВОДЫ

1. Для оценки работоспособности упруго-пластического материала использовали энергетический критерий на основе интеграла Черепанова – Райса, характеризующий прочность материала с трещиной. Найдено аналитическое представление J -интеграла для упруго-пластического упрочняющегося материала.

2. С помощью интегральных энергетических инвариантов получен критерий прочности для упрочняющихся упруго-пластических материалов, описываемых неголономными уравнениями состояния.

3. Зависимости критического приращения длины трещины от значения приложенной нагрузки, найденные методом асимптотических разложений в рамках теории течения с упрочнением, близки с соответствующими зависимостями, полученными в рамках деформационной теории. Это справедливо с учетом предположения о малости пластической области. Значение удлинения, соответствующее наибольшей нагрузке, отвечает началу неустойчивого развития трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Griffith, A. A. The Theory of Rupture / A. A. Griffith // Proc. of First Int. Congress of Applied Mechanics. 1924. P. 55–63.
2. Черепанов, Г. П. О распространении трещин в сплошной среде / Г. П. Черепанов // Прикладная математика и механика. 1967. Т. 31, № 3. С. 476–488. DOI: 10.1016/0021-8928(67)90034-2.
3. Irwin, G. R. Fracture Dynamics / G. R. Irwin // Fracturing of Metals. Cleveland: ASM, 1948. P. 147–166.
4. Nifagin, V. Quasistatic Stationary Growth of Elastoplastic Single Crack / V. Nifagin, M. Hundzina // International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications. 2014. No 10. P. 6–12.
5. Нифагин, В. А. Применение J -интеграла к вычислению собственных значений в краевых задачах теории трещин / В. А. Нифагин, М. А. Гундина // Инновации в материаловедении: материалы Второй всерос. молодежн. науч.-техн. конф. М., 2015. С. 392–393.
6. Нифагин, В. А. Применение J -интеграла к вычислению собственных значений краевой задачи о стационарно распространяющейся трещине в упрочняющемся упруго-пластическом материале / В. А. Нифагин, М. А. Гундина // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. VIII междунар. семинара. Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2015. С. 65.
7. Гундина, М. А. Применение J -интеграла для вычисления собственных значений дифференциальных операторов / М. А. Гундина // Наука – образованию, производству, экономике: материалы XIII междунар. научно-технической конф. / Белорусский национальный технический университет; редкол. Б. М. Хрусталев (гл. ред.) [и др.]. Минск, 2015. Т. 3. С. 412.
8. Куземко, В. А. Плоскопластическая деформация в малой окрестности конца трещины / В. А. Куземко, К. Н. Русинко // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1983. № 2. С. 124–127.
9. Костров, Б. В. Механика хрупкого разрушения / Б. В. Костров, Л. В. Никитин, Л. М. Флитман // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 3. С. 112–125.
10. Галатенко, Г. В. К определению вязкости разрушения $K [Ic]$ пластичных сталей при нормальных условиях / Г. В. Галатенко // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т. 73, № 5. С. 50–53.

Поступила 17.02.2017

Подписана в печать 20.04.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

REFERENCES

1. Griffith A. A. (1924) The Theory of Rupture. *Proceedings of the First International Congress for Applied Mechanics*. Delft, 55–63.
2. Cherepanov G. P. (1967) Crack Propagation in Continuous Media. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31 (3), 503–512. DOI: 10.1016/0021-8928(67)90034-2.
3. Irwin G. R. (1948) Fracture Dynamics. *Fracturing of Metals*. Cleveland, ASM, 147–166.
4. Nifagin V., Hundzina M. (2014) Quasistatic Stationary Growth of Elastoplastic Single Crack. *International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications*, 10, 6–12.
5. Nifagin V. A., Gundina M. A. (2015) Application of J -Integral for Calculation of Characteristic Values in Respect of Boundary Problems of Crack Theory. *Innovatsii v Materialovedenii: Materialy Vtoroi Vseros. Molodezh. Nauch.-Tekhn. Konf.* [Innovations in Material Science: Proceedings of the 2nd All-Russia Youth Scientific and Technical Conference]. Moscow, 392–393 (in Russian).
6. Nifagin V. A., Gundina M. A. (2015) Application of J -Integral for Calculation of Characteristic Values in Respect of Boundary Problems Pertaining to Stationary Propagating Crack in Strain-Hardening Elastoplastic Material. *Analiticheskie Metody Analiza i Differentsial'nykh Uravnenii: Tezisy Dokladov VIII Mezhdunarodnogo Nauchnogo Seminara* [Analytic Methods of Analysis and Differential Equations: Book of Report Abstracts Presented at the VIII International Conference]. Minsk, National Academy of Sciences of Belarus Institute of Mathematics, 65 (in Russian).
7. Gundina M. A. (2015) Application of J -Integral for Calculation of Characteristic Values in Respect of Differential Operators / M. A. Gundina. *Nauka – Obrazovaniyu, Proizvodstvu, Ekonomike. Materialy XIII Mezhdunarodnoi Nauch.-Tekhn. Konf. T. 3* [Science to Education, Industry, Economics. Proceedings of XIII International Science and Technical Conference. Vol. 3]. Minsk, Belarusian National Technical University, 412 (in Russian).
8. Kuzemko V. A., Rusinko K. N. (1983) Flat-Plastic Deformation in the Small Neighborhood of Crack End. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika Tverdogo Tela* [Mechanics of Solids], (2), 124–127 (in Russian).
9. Kostrov B. V., Nikitin L. V., Flitman L. M. (1969) Mechanics in Brittle Fracture. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika Tverdogo Tela* [Mechanics of Solids], (3), 112–125 (in Russian).
10. Galatenko G. V. (2007) For Determination of Crack Toughness $K [Ic]$ in Plastic Steel Under Normal Conditions. *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika Materialov* [Industrial Laboratory. Materials Diagnostics], 73 (5), 50–53 (in Russian).

Received: 17.02.2017

Accepted: 20.04.2017

Published online: 28.07.2017