#### НАУКА и ТЕХНИКА



## Science and Technique

Международный научно-технический журнал

Издается с января 2002 года

Белорусский

национальный технический

университет

Vol. 24 / No 3 / 2025

International Scientific and Technical Journal

Периодичность издания – один раз в два месяца

Учредитель

Published from January 2002 Publication frequency – bimonthly

Founder
Belarusian
National Technical
University

Журнал включен в базы данных: Web of Science (ESCI), EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, РИНЦ, ЭБС «Лань», НЭБ «КиберЛенинка», Соционет

The Journal is included in the following databases: Web of Science (ESCI), EBSCO, DOAJ, WorldCat, OpenAIRE, Google Scholar, RISC, Lan, CyberLeninka, Socionet

#### СОДЕРЖАНИЕ

#### **CONTENTS**

#### Информатика **Informatics** Гулай А. В., Зайцев В. М. Gulay A. V., Zaitsev V. M. Adaptive Management of Multi-Agent Адаптивное управление многоагентной интеллектуальной системой: алгоритмический Intelligent System: **Mechanical Engineering** Машиностроение и машиноведение and Engineering Science Девойно О. Г., Пантелеенко А. Ф., Хина Б. Б. Devoino O. G., Panteleenko A. F., Khina B. B. Изучение поведения частицы Study of the Behavior of a Particle диффузионно-легированного порошка of Diffusion-Alloyed Powder аустенитной стали в плазменной струе of Austenitic Steel in a Plasma Jet

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025) Science and Technique. V. 24, No 3 (2025)

Качанов И. В., Ленкевич С. А., Власов В. В.,	Kachanov I. V., Lenkevich S. A., Vlasov V. V.,		
Быков К. Ю.	Bykov K. Y.		
Особенности разработки технологий получения	Features of Development		
биметаллических полуфабрикатов	of Technologies for Obtaining Bimetallic		
инструментального назначения	Semi-Finished Products for Instrumental Purposes by High-Speed Hot Extrusion		
скоростным горячим выдавливанием			
Попок Н. Н., Анисимов В. С.			
Влияние угла наклона режущей кромки	Effect of the Angle of Inclination		
вращающегося инструмента на силу резания	of the Cutting Edge of a Rotating Tool		
при скоростной обработке	on the Cutting Force during High-Speed Machining		
сложнопрофильных поверхностей деталей	of Complex-Profile Surfaces of Parts		
на станках с ЧПУ	on CNC Machines		
Спесивцева Ю. Б., Соколовский С. С.,			
Соломахо В. Л., Кубрин Д. С., Лужинская А. И.			
Снижение стоимости изделия путем оптимизации	Reducing Cost of Product by Optimizing Design		
конструкторских размерных цепей	Dimensional Chains	217	
Механика деформируемого твердого тела	Deformation in Solid Mechanics		
Барсуков В. Г., Веремейчик А. И, Евсеева Е. А.	Barsukov V. G. Verameichyk A. I., Evseeva E. A.		
Модель взаимосвязи коэффициентов	Model of the Relationship between		
трения Кулона и Зибеля	the Coulomb and Siebel Friction Coefficients		
для пластичных материалов	for Plastic Materials	225	
Степаненко Д. А., Киндрук А. Н.	Stepanenko D. A., Kindruk A. N.		
Моделирование вынужденных колебаний	Modelling of Forced Vibrations		
концентраторов ультразвука	of Ultrasound Concentrators Based		
на основе кольцевых упругих элементов	on Ring-Shaped Elastic Elements	234	
Экономика промышленности	<b>Economy in Industry</b>		
Харитончик С. В., Ивуть Р. Б., Скирковский С. В.	Kharytonchyk S. V., Ivut R. B., Skirkouski S. V.		
Эффективность использования	Efficiency of Using Electric		
электромобилей	Vehicles	246	

#### Главный редактор Сергей Васильевич Харитончик

#### Редакционная коллегия

- **Алексеев Ю. Г.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь), заместитель главного редактора,
- **Леонович С. Н.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь), заместитель главного редактора,
- **Шелег В. К.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь), заместитель главного редактора,
- **Белый А. В.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь).
- **Бисби Л.** (Эдинбургский университет, Эдинбург, Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии),
- **Виттманн Ф. Х.** (Швейцарская высшая техническая школа Цюриха, Цюрих, Швейцарская Конфедерация).
- **Дидерихс У.** (Ростокский университет, Росток, Федеративная Республика Германия),
- **Дмитриев С. М.** (Нижегородский государственный технический университет имени Р. Е. Алексеева, Нижний Новгород, Российская Федерация),
- **Згуровский М. З.** (Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев, Украина),
- **Кондерс А. Б.** (Дармштадтский технический университет, Дармштадт, Федеративная Республика Германия),
- **Косёр-Казберук М.** (Белостокский технический университет, Белосток, Республика Польша),
- **Лю Тингуо** (компания «Гаоюань», провинция Хэнань, Китайская Народная Республика),
- **Макнами Р. Я.** (Консультационное агентство по вопросам пожарной безопасности, Стокгольм, Королевство Швеция),
- **Максаров В. В.** (Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация),
- **Нгуен Тху Нга** (Научный энергетический институт, Вьетнамская академия наук и технологий, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам),
- **Одиназода Х. О.** (Таджикский технический университет имени академика М. С. Осими, Душанбе, Республика Таджикистан),
- **Опеляк М.** (Люблинский технический университет, Люблин, Республика Польша),
- **Пенязьков О. Г.** (Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),

#### Editor-in-Chief Sergei V. Kharytonchyk

#### **Editorial Board**

- **Aliakseyeu Yu. G.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus), Deputy Editor-in-Chief,
- **Leonovich S. N.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus), Deputy Editorin-Chief.
- **Sheleg V. K.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus), Deputy Editor-in-Chief,
- **Byeli A. V.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- **Bisby L.** (University of Edinburgh, Edinburgh, United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland),
- Wittmann F. H. (ETH Swiss Federal Institute of Technology Zürich, Zürich, Swiss Confederation),
- **Diederichs U.** (University of Rostock, Rostock, Federal Republic of Germany),
- **Dmitriev S. M.** (Nizhny Novgorod State Technical University named after R. E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russian Federation),
- **Zgurovsky M. Z.** (National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine),
- **Koenders A. B.** (Technical University of Darmstadt, Darmstadt, Federal Republic of Germany),
- **Kosior-Kozberuk M.** (Bialystok University of Technology, Bialystok, Republic of Poland),
- **Liu Tingguo** (Gaoyuan Company, Henan Province, People's Republic of China),
- **McNamee R. J.** (Brandskyddslaget AB, Stockholm, Kingdom of Sweden),
- **Maksarov V. V.** (Saint-Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russian Federation),
- **Nguyen Thu Nga** (Institute of Energy Science, Vietnam Academy of Science and Technology, Hanoi, Socialist Republic of Vietnam),
- **Odinazoda H. O.** (Tajik Technical University named after Academic M. S. Osimi, Dushanbe, Republic of Tajikistan),
- **Opielak M.** (Lublin University of Technology, Lublin, Republic of Poland),
- **Penyazkov O. G.** (A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),

- **Пимьента П.** (Научно-технический центр строительной отрасли, Сен-Мартен-д'Эр, Французская Республика),
- **Родригес Ж. П. К.** (Коимбрский университет, Коимбра, Португальская Республика).
- **Романюк Ф. А.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- Сидерис К. (Фракийский университет имени Демокрита, Комотини, Греческая Республика).
- **Соболев К.** (Университет Висконсин-Милуоки, Милуоки, Соединенные Штаты Америки),
- **Сумров В. В.** (компания «Интернет Коммуникейшн Девелопмент Групп Лимитед», Рига, Латвийская Республика),
- **Феличетти Р.** (Миланский технический университет, Милан, Итальянская Республика),
- **Хрусталев Б. М.** (Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь),
- **Чжао Цзи** (Северо-Восточный университет, Шэньян, Китайская Народная Республика),
- **Чижик С. А.** (Национальная академия наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь),
- **Ши Ли И** (Научно-технологический парк Шанхайского университета, Шанхай, Китайская Народная Республика),
- **Эберхардштайнер Й.** (Венский технический университет, Вена, Австрийская Республика),
- **Янковский А.** (Технологический институт ВВС, Варшава, Республика Польша)

Ответственный секретарь редакционной коллегии В. Г. Горбаш

- Pimienta P. (Scientific and Technical Centre for the Building CSTB Department, Saint-Martin-d'Hères, French Republic),
- **Rodrigues J. P. C.** (University of Coimbra, Coimbra, Portuguese Republic).
- **Romaniuk F. A.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- **Sideris K.** (Democritus University of Thrace, Komotini, Hellenic Republic),
- **Sobolev K.** (University of Wisconsin-Milwaukee, Milwaukee, United States of America),
- **Sumrov V. V.** (Internet Communication Development Group Ltd ICD, Riga, Republic of Latvia),
- **Felicetti R.** (Polytechnic University of Milan, Milan, Italian Republic),
- **Khroustalev B. M.** (Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus),
- **Zhao Ji** (Northeastern University, Shenyang, People's Republic of China),
- **Chizhik S. A.** (National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus),
- **Shi Li Yi** (Science and Technology Park of Shanghai University, Shanghai, People's Republic of China),
- **Eberhardsteiner J.** (Vienna University of Technology, Vienna, Republic of Austria),
- Jankowski A. (Air Force Institute of Technology, Warsaw, Republic of Poland)

Executive Secretary of Editorial Board *V. G. Gorbash* 

#### Ведущий научный редактор

В. Н. Гурьянчик

#### Адрес редакции

Белорусский национальный технический университет пр. Независимости, 65, корп. 2, комн. 327 220013, г. Минск, Республика Беларусь

Тел. +375 17 320-65-14

E-mail: sat@bntu.by http://sat.bntu.by

#### Lead Science Editor V. N. Guryanchyk

#### **Address**

Belarusian National Technical University Nezavisimosty Avenue, 65, Building 2, Room 327 220013, Minsk, Republic of Belarus

Tel. +375 17 320-65-14

E-mail: sat@bntu.by http://sat.bntu.by

Перерегистрировано в Министерстве информации Республики Беларусь 19 декабря 2011 г. Регистрационный номер 285

С 2002 г. издание выходило под названием «Вестник БНТУ»

#### ISSN 2227-1031. Подписные индексы 00662, 006622

Подписано в печать 30.05.2025. Формат бумаги 60×84 1/8. Бумага мелованная. Печать цифровая. Усл. печ. л. 11,25. Уч.-изд. л. 12,78. Тираж 65 экз. Дата выхода в свет . Заказ № .

Отпечатано в БНТУ. Лицензия ЛП № 38200000006896 от 03.03.2014. 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

© Белорусский национальный технический университет, 2025

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)



https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-167-180

УДК 681.5.09

### Адаптивное управление многоагентной интеллектуальной системой: алгоритмический аспект

Кандидаты техн. наук, доценты А. В. Гулай $^{1}$ , В. М. Зайцев $^{1}$ 

Реферат. В процессе построения многоагентной интеллектуальной системы рассматриваются, как правило, стадии структурно-функциональной декомпозиции системы и определения ее задач, выделения или формирования необходимых группировок агентов, выполнения процедур системного администрирования и оперативного контроля работоспособности всех составных частей системы. В связи с этим проведено сопоставление различных вариантов структурного построения мультиагентной системы с учетом гибкости управления, возможностей по функциональному резервированию ее компонентов и их реконфигурированию, что позволило выделить и рекомендовать к широкому применению древовидную сетевую топологию. В качестве узлов топологии введены объекты планирования и контроля результативности действий исполнительных агентов, а также объект планирования и контроля результативности действий системы. Показано, что для организации адаптивного управления требуется формализованное отображение в объектах и агентах системы определенных сегментов системной топологии, а также состояний внешней среды, органов планирования, агентов системы, каналов обеспечения информационно-технического взаимодействия и функциональных задач. Рациональным приемом такого отображения является построение системными аналитиками и инженерами-системотехниками журналов состава системы, состава сегментов топологии и журналов функционирования агентов в виде логико-множественных отношений. Указанные отношения связывают различные типы объектов, агентов и задач с атрибутами доменов системных характеристик, параметров и состояниями работоспособности системы. Представлена принципиальная возможность определения рационального состава доменов отношений, который допускает функциональное расширение. Описан алгоритм функционирования многоагентной системы, в котором каждый цикл основывается на результатах оперативного сканирования индивидуальных журналов состава агентов и их функционирования, а также отбора из отношений кортежей очередных заданий для обеспечения последующего решения определенного экземпляра задачи. С помощью специальных оповещений в циркулярном режиме передачи обеспечиваются самосинхронизация и адаптивный выбор работ агентами системы в пределах каждого сегмента топологии.

**Ключевые слова:** интеллектная технология, мультиагентная система, динамическая сеть, адаптивное управление, логическое отношение, системный агент

**Для цитирования:** Гулай, А. В. Адаптивное управление многоагентной интеллектуальной системой: алгоритмический аспект / А. В. Гулай, В. М. Зайцев // *Наука и техника*. 2025. Т. 24, № 3. С. 167–180. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-167-180

#### Adaptive Management of Multi-Agent Intelligent System: Algorithmic Aspect

A. V. Gulay<sup>1)</sup>, V. M. Zaitsev<sup>1)</sup>

**Abstract.** In the process of constructing a multi-agent intelligent system, the stages of structural and functional decomposition of the system and the determination of its tasks, the allocation or formation of the necessary groups of agents, implementation

#### Адрес для переписки

Гулай Анатолий Владимирович Белорусский национальный технический университет ул. Я. Коласа, 24, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: + 375 17 293-91-85 is@bntu.by

#### Address for correspondence

Gulay Anatoly V. Belorussian National Technical University 24, Ya. Kolasa str., 220013, Minsk, Republic of Belarus Tel.: + 375 17 293-91-85 is@bntu.by

Наука <sub>и</sub>техника. Т. 24, № 3 (2025)

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

of system administration procedures and operational control of the operability of all components of the system are considered, as a rule. In this regard, a comparison was carried out of various options for the structural construction of a multi-agent system, taking into account the flexibility of control, the possibilities for functional redundancy of its components and their reconfiguration, which made it possible to identify and recommend a tree-like network topology for widespread application. Objects of planning and monitoring the effectiveness of the actions of executive agents, as well as an object of planning and monitoring the effectiveness of the system's actions, have been introduced as nodes of the topology. It is shown that the organization of adaptive management requires a formalized representation in the objects and agents of the system of certain segments of the system topology, as well as the states of the external environment, planning authorities, system agents, channels for ensuring information and technical interaction and functional tasks. A rational method of such mapping is the construction by systems analysts and systems engineers of system composition logs, composition of topology segments, and agent operation logs in the form of logical-multiple relations. The specified relationships link various types of objects, agents, and tasks with attributes of system characteristics, parameters, and states of system operability. A fundamental possibility of determining a rational composition of relation domains that allows for functional expansion is presented. The algorithm for functioning of a multi-agent system is described, in which each cycle is based on the results of operational scanning of individual logs of the composition of agents and their functioning, as well as selection from the relations of tuples of the next tasks to ensure the subsequent solution of a specific instance of the task. With the help of special alerts in the circular transmission mode, self-synchronization and adaptive selection of work by system agents within each segment of the topology are ensured.

**Keywords:** intelligent technology; multi-agent system; dynamic network; adaptive management; logical relationship; system agent

For citation: Gulay A. V., Zaitsev V. M. (2025) Adaptive Management of Multi-Agent Intelligent System: Algorithmic Aspect. *Science and Technique*. 24 (3), 167–180. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-167-180 (in Russian)

#### Ввеление

Значительное число систем технического назначения относится к категории эргатических логико-технических конструкций с развитой пространственно-распределенной структурой [1]. Каналы передачи вещества, энергии и информации в таких системах позволяют проводить объединение и организовывать функциональное взаимодействие разнородных механических, электротехнических, электронных, программных и информационных системных компонентов. Конструктивно указанные компоненты систем могут размещаться как в стационарных, так и в подвижных (мобильных) объектах космического, воздушного, наземного, надводного и подводного базирования [2]. Создание условий для самостоятельного функционирования подобных объектов при одновременной концентрации их усилий на решении заданного множества системных задач на основе единого замысла дает возможность рассматривать эти объекты в качестве автономных исполнительных элементов систем с мультиагентной архитектурой.

Потребность в насыщении мультиагентных систем средствами интеллектуализации с целью обеспечения их целенаправленного функционирования и эффективного применения предполагает сохранение и расширение области активного участия системных аналити-

ков, инженеров-системотехников в организации и построении системных процессов. Использование интеллекта этих специалистов, как правило, связывается с необходимостью обеспечения деятельности органов управления на стадиях, объективно требующих сложного лосмыслоразличительного который слабо поддается формализации. Прежде всего, рассматриваются стадии структурнофункциональной декомпозиции системы и ее задач, выделения или формирования необходимых группировок агентов, проведения предварительных материально-технических и штурманских расчетов в условиях ряда неопределенностей и возможных конфликтов, выполнения процедур системного администрирования и оперативного контроля работоспособности составных частей системы.

Опубликованные в научно-технических источниках результаты большинства исследований различных аспектов создания и использования мультиагентных систем и технологий управления агентами и их группами, как правило, представляют собой укрупненное и схематичное изложение тематических материалов [3–8]. Некоторые научные публикации, напротив, ориентированы на изложение конкретных частных вопросов разработки и обеспечения процессов функционирования отдельных компонентов системы [9, 10]. В таких публикациях чаще всего обсуждаются общие

положения централизованных, децентрализованных и комбинированных методов управления, группирование агентов системы в пространственные построения типа «фронт», «пеленг», «клин», использование конфигураций типа «рой», сохранение порядка следования объектов в группах, назначение лидеров и распределение работ между агентами, проведение штурманских расчетов, введение стоимостных ограничений.

В силу сложности и существенного многообразия вариантов построения и использования систем с мехатронными и программными агентами опубликованные сведения не позволяют с необходимой полнотой и глубиной представить комплексные варианты структурного построения систем и сформулировать общие принципы выбора оптимальных системных конфигураций. Они не дают возможности обеспечить применение наиболее рациональных схем передачи управленческой информации, а также построить процессы эффективной координации и синхронизации взаимодействия системных компонентов. Таким образом, материалы научно-технических источников, по сути, не позволяют представить целостную картину построения и организации процесса функционирования сложных мультиагентных образований. С учетом изложенного выше в настоящей работе рассмотрены особенности типовой структуры и топологических решений мультиагентных систем, а также практические алгоритмы организации адаптивного управления действиями исполнительных агентов. При изложении содержательной части указанных вопросов использованы методы вербального и графического отображения пошаговой реализации процедур, которые предусматриваются соответствующими алгоритмами управления.

# Концепция структурного и информационного построения мультиагентной интеллектуальной системы

Сопоставление различных вариантов структурного построения мультиагентных систем с учетом гибкости управления, возможностей по функциональному резервированию компонентов и их реконфигурированию позволяет

выделить и рекомендовать к широкому применению логическую сетевую структуру с многоуровневой древовидной топологией. Указанное топологическое построение системы не ограничивает на физическом уровне возможностей по использованию того или иного вида пространственного строя исполнительных агентов. В качестве узлов сети рассматривается орган управления системой - объект планирования и контроля результативности действий системы, а также органы управления агентами сегментов топологии - объекты планирования и контроля результативности действий исполнительных агентов (ОПКРДА). Эти объекты играют роль логических лидеров многоагентной системы и ее сегментов. В мультиагентных системах с многоуровневой древовидной топологией в подчинении объекта контроля системы обычно находятся объекты контроля агентов. В свою очередь, в подчинении объекта контроля агента некоторого уровня (ранга) находятся группы исполнительных агентов определенной функциональной ориентации, но могут вводиться также иные объекты контроля агентов вместе с подключенными к ним группами исполнительных агентов более низких рангов.

Независимо от функционального назначения системы наличие физического объекта контроля системы является обязательным; он может непосредственно входить в структуру системы или может быть вынесен за ее пределы. При этом он дистанционно выполняет необходимые логические и управленческие действия, создавая эффект работы «без центрального объекта - лидера системы». Такими возможностями обладает также объект контроля агентов, но при этом его функции должен принимать на себя объект контроля системы, создавая эффект работы всех или отдельных сегментов «без лидирующего объекта сегмента». В состав сегментов системы могут вводиться исполнительные агенты с расширенными функциями, которые позволяют оперативно акцептировать обязанности лидеров.

Схема возможного конфигурирования составных частей мультиагентной системы показана на рис. 1. Приведенный вариант построения системы обладает определенной универсальностью, поскольку он с помощью инсталляционных данных и оперативного кон-

фигурирования предоставляет возможность задавать требуемое количество сегментов, гибко изменять масштабы каждого сегмента топологии и переходить от централизованного режима управления к децентрализованному режиму.

Система планирования действий объекта управления сегмента 0



Puc. 1. Схема конфигурирования составных частей мультиагентной системы

Fig. 1. Configuration scheme of the components of a multi-agent system

В мультиагентных системах состав органов управления и исполнительных агентов на период выполнения запланированного комплекса работ с определенной номенклатурой и объемами обычно консервируется. В некоторых проектах (в основном научно-исследовательского предназначения) допускается применение принципа динамического пополнения состава агентов и объема решаемых задач по указанию должностных лиц органов управления.

Для организации взаимодействия объектов контроля системы с объектами контроля агентов целесообразно использовать выделенную сеть передачи данных между объектами управления с шинной топологией и методом множественного доступа с проверкой сигналов несущей частоты. Группы исполнительных агентов любого ранга в свою очередь объединяются в сегменты с помощью индивидуальных сетей передачи данных между агентами (СПДА), для которых также предпочтительны шинная топология построения и множественный доступ.

Обмен информацией по внутрисистемным сетям наиболее эффективно осуществляется в циркулярном (широковещательном) режиме. В данном случае отправители в границах сегмента выполняют однократную передачу каж-

дого блока данных, при этом информацию получают одновременно все объекты и агенты этого сегмента без автоматической выработки подтверждений фактов получения. Это наиболее скоростной режим информационного взаимодействия агентов, который необходим для корректной самоорганизации системы. Следует отметить, что при такой организации информационного обмена сетевые задержки существенно зависят не только от интенсивностей потоков данных, передаваемых по сети, но и от количества объектов и агентов в сегментах системы.

Анализ результатов проведенных исследований показывает, что при количестве объектов и агентов в пределах одного сегмента не более 5, коэффициенте загрузки канала на уровне 0,75 и номинальной скорости передачи информации по каналам внутрисегментных сетей 16 кбит/с задержка в доставке блока данных объемом 512 бит в пределах одного сегмента составляет около 48 с [11, 12]. При сохранении коэффициента загрузки канала на том же уровне увеличение количества объектов и агентов в составе сегмента до 10 приводит к увеличению этих задержек до 54 с. Если общее количество активных объектов и агентов сети превосходит некоторое критическое значение, то задержки в передаче информации могут неограниченно возрастать вплоть до потери системой работоспособности при полной исправности ее технических и программных средств (сеть переходит в режим информационной перегрузки).

Для обеспечения требуемых уровней достоверности передачи оперативных сведений между объектами и агентами при отсутствии решающей обратной связи нужны специальный подбор и реализация эффективных методов избыточного помехоустойчивого кодирования. Это особенно важно для обеспечения дистанционного взаимодействия составных частей системы на радиоканалах низкого качества в условиях помех, при относительно высоких скоростях битовых ошибок на уровнях  $10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}$  и ожидаемой кратности 3-4 ошибки на один блок данных объемом 512 бит. Среди блочных кодов для применения во внутрисистемных сетях следует, прежде всего, выделить циклические коды Боуза – Чоудхури – Хоквингема и их важнейшее подмножество – коды Рида – Соломона [13, 14].

Внутри физически обособленных объектов и агентов, где протяженность магистральных высококачественных линий связи составляет несколько метров при скоростях ошибок  $10^{-6}$ – $10^{-8}$ , в ряде случаев оказывается достаточным применение кодов Хэмминга с корректировкой однократных ошибок [15]. При выборе систем помехоустойчивого кодирования следует учитывать позитивное влияние уровня избыточности на способность кода к выявлению и корректировке кратных ошибок, а также негативное влияние этого уровня на эффективную скорость передачи данных по сегментным сетям. В такой ситуации необходим поиск компромиссного решения, которое в большинстве случаев может быть найдено только при повышении номинальной скорости канальной передачи информации, которая имеет свои пределы.

Практическое создание и опыт эксплуатации систем с многоранговой топологией позволяют сделать заключение о нежелательности введения в их структуру сетей с рангами выше 3, поскольку при этом с образованием каждого последующего уровня наблюдается естественное, причем крайне быстрое нарастание задержек распространения сведений между органами управления и агентами. В состав объектов и агентов системы целесообразно ввести средства натурной оценки фактических показателей качества каналов связи и механизмы организации соответствующей адаптивной перенастройки параметров помехоустойчивого кодирования при подготовке системы к работе. Необходимо предусмотреть также возможность одновременного функционирования объектов контроля агентов в нескольких сегментах топологии на каналах разного качества с применением различных помехоустойчивых кодов.

В системах с повышенной ответственностью каналы передачи данных подвергаются криптографической защите или, по крайней мере, скремблированию с целью предотвращения компрометации управления и защиты от навязывания ложной информации. При этом всем объектам, агентам и сегментам присваиваются системные идентификационные номера (адреса). Поскольку общих правил назначения идентификационных номеров не имеется, в каждой системе могут использоваться различные принципы их формирования.

В практическом плане представляет интерес реализация адаптивных циклов централизованного или децентрализованного управления действиями агентов. Организация адаптивного управления требует формализованного отображения в объектах и агентах системы определенных сегментов системной топологии, а также состояний внешней среды, органов планирования, агентов системы и каналов обеспечения информационно-технического взаимодействия. Рациональным приемом такого отображения является построение системными аналитиками и инженерами-системотехниками журнала состава системы и его фрагментированных копий в виде логико-множественных отношений [1]. Указанные отношения связывают различные типы объектов и агентов с их характеристиками, параметрами и состояниями работоспособности. С этой целью эффективно используется набор доменов, атрибуты которых принимают следующие статические и динамические значения:

⟨ Номер сегмента системной топологии, к которой принадлежит объект⟩,

 $\langle \, \Pi p u$  знак системы помехоустойчивого кодирования  $\rangle$ ,

```
\(\begin{aligned}
\) Идентификатор типа объекта\(\),
\(\begin{aligned}
\) Номер объекта\(\),
```

⟨ Номер объекта — владельца рассматриваемого отношения как информационного ресурса⟩,

```
⟨Дата регистрации сведений⟩,
```

⟨Признак работоспособности канала информационно-технического взаимодействия объекта с объектом — владельцем рассматриваемого отношения⟩,

<sup>⟨</sup>Дата последнего обновления сведений⟩,

<sup>⟨</sup> Время последнего обновления сведений ⟩,

 $<sup>\</sup>langle$  Обобщенный признак работоспособности объекта $\rangle$ ,

 $\langle Дата последнего обновления признака работоспособности канала <math>\rangle$ ,

⟨ Время последнего обновления признака работоспособности канала⟩,

(Атрибуты индивидуальных характеристик объекта).

В сегменте 0 («ноль») топологии в качестве объекта – владельца рассматриваемого отношения как информационного ресурса выступает элемент с идентификатором «объект контроля системы», а в остальных сегментах – элементы с идентификатором «объект контроля агента». В одноранговых системах применяется только один элемент управления – объект контроля системы, с которым непосредственно взаимодействуют исполнительные агенты по сети. Очевидно, что возможны и иные схемы конфигурирования мультиагентной системы, но все они должны допускать отображение в виде журнала состава системы.

Домен (Атрибуты индивидуальных характеристик объекта) является факультативным и в кортеж отношений может не вводиться. При необходимости он может подвергаться конкретизации и расщеплению на составные части. Например, предусматриваются дополнительные домены для отображения признаков применяемых координат пространственного местоположения объектов или агентов (географических, местных, прямоугольных, полярных), а также для непосредственного задания текущих и прогнозируемых значений координат и координатных скоростей, указания характера действий.

Реальные мультиагентные системы переработки вещества, энергии и информации в большинстве своем ориентируются на решение задач с материальными или с логическими результатами, которые имеют необходимую смысловую направленность (системное предназначение) и задаются соответствующими исходными функционально-техническими требованиями. Здесь под задачами понимаются проблемные ситуации с явно заданным результатом, который необходимо получить, или с явно заданной целью, которая должна быть

достигнута. Отдельные задачи выделяются и формулируются системными аналитиками в процессе обоснования декомпозиции важнейших системных функций с последующим приведением каждой задачи к атомарному виду и закреплением возможности решения за определенными объектами управления или за исполнительными агентами. Объекты планирования и контроля результативности действий системы и агентов ориентируются преимущественно на решение управленческих задач с логическими результатами.

Задачи атомарного вида обладают свойством материальной и информационной «монолитности», то есть способностью к автономному решению в отрыве от других задач в объеме функционального комплекса системы. В системах любого типа и назначения решение атомарных задач с материальными или логическими результатами приводит к реализации определенных системных функций. При этом сложные функции могут потребовать решения групп определенных атомарных задач. Каждую задачу в процессе создания системы целесообразно сопровождать индивидуальными характеристиками ее типа в виде набора выполняемых системных функций, экспертных оценок системной важности (значимости), относительного приоритета, сложности решения и объемов необходимых работ. От совокупности решаемых задач зависит состав, параметры и характеристики всех функциональных элементов многоагентных систем.

Задачи выступают в качестве логических классификационных кластеров, которые подлежат конкретному наполнению как при подготовке системы к функционированию, так и в процессе ее работы. В логическом и материальном смысле отдельные экземпляры атомарных задач представляют собой самостоятельные единицы работы компонентов многоагентных систем и объединяются в общесистемные журналы функционирования сегментов топологии. Общесистемные журналы размещаются в объектах контроля систем и агентов. В исполнительных агентах сегментов располагаются фрагментированные копии соответствующих

общесистемных журналов, которым присваивается статус индивидуальных.

Рациональным и достаточно гибким подходом к формированию общесистемных журналов функционирования является принятие системными аналитиками следующих исходных положений: о допустимости введения в один общесистемный журнал экземпляров задач различного типа; о представлении журнала в виде динамического логико-множественного отношения. Кортежи такого отношения могут быть построены на наборе следующих доменов:

(Идентификатор типа задачи), (Идентификатор экземпляра задачи), (Относительный приоритет),

*«Список номеров агентов, за которыми может закрепляться решение экземпляра за-дачи»,* 

⟨Номер агента, за которым фактически закрепляется решение экземпляра задачи⟩,

 $\langle \Phi$ актическое время начала решения задачи $\rangle$ ,

⟨Признак и значение планируемого или фактического времени завершения решения задачи⟩.

⟨Атрибуты индивидуальных характеристик экземпляра задачи⟩.

Домен (Атрибуты индивидуальных характеристик экземпляра задачи) может быть расщеплен на более мелкие составляющие, если этого требуют особенности обработки кортежа отношения функционирования агентов.

В любой момент времени тот или иной агент ориентируется на обработку только одного кортежа рассматриваемого отношения, то есть на решение одного экземпляра конкретной задачи индивидуального журнала. Выбор агентом последующего кортежа отношения выполняется с учетом относительного приоритета нового задания, причем без прерывания отработки задачи текущего кортежа и только после ее полного завершения.

Построение логико-динамических отношений состава системы и отношений функционирования агентов, а также их взаимное согласование для всех структурных компонентов завершает стадию начального планирования

работы мультиагентной системы. Определенная часть доменов наполняется условно-постоянными значениями атрибутов. К таким доменам относятся:

⟨Номер сегмента системной топологии, к которой принадлежит объект⟩,

 $\langle Идентификатор типа объекта \rangle$ ,  $\langle Номер объекта \rangle$ ,

 $\langle Hoмер \ oбъекта - владельца \ oтношения как информационного ресурса 
angle,$ 

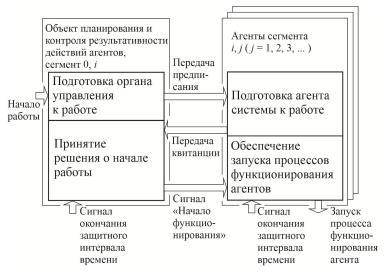
 $\langle Идентификатор типа задачи \rangle$ ,  $\langle Иденти-фикатор экземпляра задачи \rangle$ ,  $\langle Относительный приоритет \rangle$ ,

(Номера агентов, за которыми может закрепляться решение экземпляра задачи).

Домен (Номер агента, за которым фактически закрепляется решение экземпляра задачи) наполняется в органе управления условнопостоянными значениями только при централизованной схеме управления мультиагентной средой. В схеме децентрализованного управления этот домен наполняется динамической информацией непосредственно в процессе функционирования агентов, остальные домены отношений наполняются исключительно динамическими данными.

## Режим начальной инсталляции и запуска функционирования мультиагентной системы

Эффективное функционирование мультиагентной системы требует организации в ее объектах и агентах ряда пространственно разделенных и параллельно развивающихся во времени технических и программных процессов. По составу операций и временным диаграммам информационного и материальноэнергетического обмена между составными частями системы все ее сегменты эквивалентны. При этом в сегменте 0 («ноль») роль лидирующего элемента выполняет объект контроля системы, а функции подчиненных элементов возложены на объекты контроля агентов. В остальных сегментах в этих целях используются соответственно объекты контроля агентов и исполнительные агенты.



Puc. 2. Схема начальной инсталляции и запуска процессов штатного функционирования одного сегмента топологии мультиагентной системы

Fig. 2. Diagram of initial installation and launch of processes of regular operation of one segment of the topology of a multi-agent system

Вербальная графическая И форма алгоритмов представления позволяет отобразить пошаговые действия, которые должны выполняться органами управления и агентами сегментов системы. Предполагается, что системными специалистами все необходимые отношения и диаграммы взаимодействия разработаны заблаговременно. Следует отметить, что на логическом уровне (то есть в отношениях) предусматривается возможность введения в сегменты системы реальных резервных объектов управления и резервных агентов.

Схема начальной инсталляции и запуска процессов штатного функционирования сегмента топологии мультиагентной системы представлена на рис. 2. Конкретные функции системы по начальной инсталляции исполнительных агентов изложены в табл. 1.

Таблица 1

### Функции системы по начальной инсталляции исполнительных агентов Functions of the system for the initial installation of executive agents

Компонент системы	Функциональный модуль	Функция компонентов многоагентной системы
Объект планирования и контроля результативности действий исполнительных агентов (сегмент 0, <i>j</i> )	Модуль подготов- ки органа управ- ления к работе	Подготовка технических и программных средств органа управления системы к работе. Прием и усечение копии журнала состава сегмента топологии с номером $i$ , а также копии общесистемного журнала функционирования. Передача агентам в циркулярном режиме предписания на инсталляцию и установку индивидуальных журналов функционирования. Установка в органе управления защитного интервала времени $\Delta T_3$ . Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов
реш	Модуль принятия решения о начале штатного функционирования	Прием квитанции – подтверждения от агента и ее фиксация в кортеже агента по журналу состава сегмента.  Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов.  Проверка поступлений квитанций – подтверждений от агентов системы и оценка полноты поступлений.  Принятие решения о позитивном завершении инсталляции (при поступлении за защитный интервал времени квитанций 90–95 % от общего количества агентов
		системы). Передача агентам в циркулярном режиме сигнала начала штатного функционирования. Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов. Принятие решения о негативном завершении инсталляции (при уровне поступления квитанций ниже 90–95 % от общего количества агентов системы за защитный интервал времени). Отработка протоколов функционирования системы и агентов в особых (специальных) ситуациях

Окончание табл. 1 End of Table 1

Компонент системы	Функциональный модуль	Функция компонентов многоагентной системы
Исполнительные агенты сегмента $i, j$	Модуль подготов- ки агента системы к работе	Подготовка технических и программных средств агента системы к работе. Переход в режим ожидания активизирующих сигналов. Прием предписания, формирование и установка индивидуального журнала функционирования агента. Передача квитанции – подтверждения в орган управления и в другие агенты сегмента $i$ . Установка интервала времени ожидания сигнала начала штатного функционирования $\Delta T_{\rm H}$ . Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов
	Модуль запуска процессов функционирования агента	Прием сигнала начала штатного функционирования от органа управления. Отработка протокола функционирования агента в особых (специальных) ситуациях (при отсутствии факта поступления сигнала начала работы за интервал времени $\Delta T_{\rm H}$ ). Обеспечение запуска процессов штатного функционирования агента (при поступлении сигнала начала штатного функционирования за интервал времени $\Delta T_{\rm H}$ )

Информационное взаимодействие объектов и агентов системы предполагает движение по ее сетям информационных блоков в виде предписаний, докладов, запросов, справок, квитанций и подтверждений. Регистрация фактов передачи и приема указанных информационных блоков с одновременным контролем времени реализации этих событий позволяет сформировать полноценное отображение в системе информационной связности ее объектов и агентов. При этом относительно жесткие требования к интервалам времени обработки информации ограничивают возможность применения вычислительном оборудовании развитых языковых средств манипулирования данными и их конструкциями.

Непосредственно перед началом работы объекты контроля действий системы и ее компонентов выполняют нисходящую по рангам иерархии («сверху вниз») процедуру инсталляции сегментов топологии и соответствующих им агентов с целью корректной организационно-технической консолидации их усилий. С помощью информационных блоков — предписаний как административных документов обязательного исполнения из объекта контроля системы в каждый подчиненный объект контроля агента и далее к агентам соответствующих сегментов направляются и вводятся в их блоки памяти полные или фрагментированные (усеченные по составу кортежей) копии журна-

ла состава сегмента топологии и общесистемного журнала функционирования агентов. Эти копии строго соответствуют сегменту топологии и имеют статус индивидуальных журналов.

Промежуточные объекты контроля агентов по мере нисходящей передачи копий журналов по рангам топологии от исходного объекта контроля системы к требуемым конечным исполнительным агентам в пределах каждого подчиненного сегмента подвергают эти копии соответствующему смысловому и объемному усечению. После передачи из органа управления предписания на установку индивидуальных журналов функционирования агентов в соответствующих органах контроля агентов назначается защитный интервал времени  $\Delta T_3$  ожидания поступления ответных организационнотехнических квитанций — подтверждений готовности агентов к системной работе.

После получения исполнительным агентом от органа управления предписания на формирование индивидуальных журналов и их установку в блоке памяти агент проводит передачу по системной сети в циркулярном режиме служебной квитанции – подтверждения органу управления и остальным агентам сегмента системы. Агент назначает интервал времени  $\Delta T_{\rm H}$  ожидания от органа управления сигнала начала работы и переходит в режим ожидания.

В мультиагентных системах процессы движения смысловой и служебной информации позволяют рассматривать их в качестве средств функционального контроля связности объектов и агентов. Результаты этого контроля целесообразно отображать в доменах отношений состава сегментов:

⟨Признак работоспособности канала информационно-технического взаимодействия объекта с объектом – владельцем рассматриваемого отношения⟩,

⟨Дата последнего обновления признака работоспособности канала⟩,

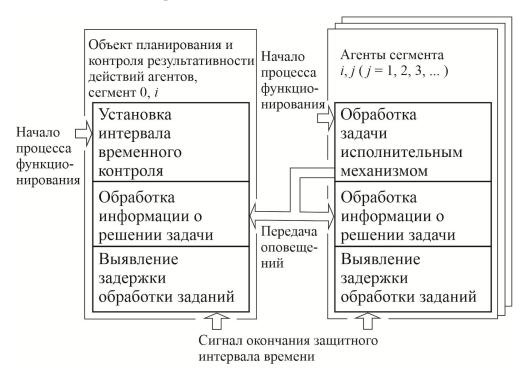
⟨ Время последнего обновления признака работоспособности канала ⟩.

Истечение защитного интервала времени  $\Delta T_3$  позволяет органу управления принять решение о позитивном исходе инсталляции и о начале системной работы, если в течение защитного интервала времени ответные квитанции поступили не менее чем от 90–95 % агентов сегмента. Решение органа управления о позитивном исходе инсталляции сопровождается

передачей в циркулярном режиме агентам системы сигнала о начале работы. При негативном исходе инсталляции продолжение и характер системной деятельности органа управления и агентов определяется специальными документами, учитывающими особенности предназначения системы и мнения экспертов.

#### Режим штатного функционирования органа управления и агентов системы

При поступлении сигнала о начале работы исполнительный агент системы начинает функционировать. Если в течение защитного интервала времени указанный сигнал не получен, то продолжение системной работы агента определяется специальными инструктивными документами, которые составлены экспертами и учитывают характерные особенности системы. Схема штатного функционирования органа управления и агентов сегмента топологии мультиагентной системы приведена на рис. 3. Основные функции системы по управлению действиями исполнительных агентов представлены в табл. 2.



*Puc. 3.* Схема организации штатного функционирования органа управления и агентов сегмента топологии мультиагентной системы

Fig. 3. Organizational scheme of the regular functioning of the management body and agents of the topology segment of the multi-agent system

### Функции системы по управлению действиями исполнительных агентов Functions of the system for managing the actions of executive agents

Компонент системы	Функциональный модуль	Функции компонентов многоагентной системы
Объект планирования и контроля результативности действий исполнительных агентов (сегмент 0, <i>j</i> )	Модуль установки интервала времени контроля	Установка интервала времени $\Delta T_{\rm K}$ периодического контроля состояния системного журнала. Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов
	Модуль обработки информации о решении задачи	Прием оповещения. Идентификация оповещения. Обработка информации о начале или о завершении решения экземпляра задачи (при результативной идентификации оповещения). Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов. Отработка протокола функционирования органа управления в особых (специальных) ситуациях (при отсутствии результатов идентификации оповещения)
	Модуль выявления задержки обработки заданий	Контроль кортежей отношения системного журнала, выявление и обработка фактов задержки агентами процессов обработки заданий с превышением установленного предела длительности выполнения работ.  Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов
Исполнительные агенты сегмента <i>i</i> , <i>j</i>	Модуль обработки заданий исполнитель- ным механизмом	Установка интервала времени $\Delta T_{\rm k}$ периодического контроля состояния индивидуальной копии журнала функционирования. Оперативное сканирование индивидуального журнала функционирования и отбор по определенным условиям кортежа очередного задания для обеспечения последующего решения экземпляра задачи. Назначение верхней границы интервала времени $\Delta T_{\rm p}$ ожидания выполнения работы и расчет предельного значения времени планируемого завершения решения задачи. Заполнение в отобранном кортеже полей доменов виртуальными параметрами. Передача по сети сегмента в циркулярном режиме оповещения о начале обработки задания агентом сегмента. Обработка задания с помощью исполнительных механизмов агента, которые выполняют целенаправленные действия и обеспечивают решение конкретного экземпляра задачи. Передача по сегментной сети в циркулярном режиме оповещения о завершении обработки задания агентом сегмента
	Модуль обработки информации о решении задачи	Прием оповещения. Идентификация оповещения. Обработка информации о начале или о завершении решения экземпляра задачи (при результативной идентификации оповещения). Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов. Отработка протокола функционирования агента системы в особых (специальных) ситуациях (при отсутствии результатов идентификации оповещения)
	Модуль выявления задержки обработки заданий	Контроль кортежей отношения в копии системного журнала функционирования, выявление и обработка фактов задержки агентами процессов выполнения заданий с выходом значений их длительности за установленные пределы. Переход в режим ожидания поступления последующих активизирующих сигналов

Начало штатного функционирования исполнительного агента предполагает, что после поступления сигнала начала работы в нем выполняется установка интервала времени  $\Delta T_{\rm k}$ 

периодического запуска процесса контроля состояний индивидуальных копий журналов функционирования. Аналогичный процесс контроля состояний общесистемного журнала

функционирования запускается также в органах управления, но в отличие от агентов системы орган управления после запуска процесса контроля переходит в режим ожидания.

Функционирование исполнительного агента организуется на основе циклического выполнения определенных системных процессов. Каждый цикл основывается на результатах оперативного сканирования индивидуального журнала и отбора из отношения кортежа очередного задания для обеспечения последующего решения экземпляра поставленной задачи. Условия отбора задаются следующими параметрами фильтрации:

- экземпляр задачи не должен быть охвачен рабочими действиями иных агентов системы и не должен иметь значение «пусто» в поле домена (Номер агента, за которым фактически закрепляется решение экземпляра задачи);
- номер агента должен находиться в списке поля домена *\ Номера агентов, за которыми может закрепляться решение экземпляра задачи \;*
- поле домена *Относительный приоритет* должно иметь наибольшее числовое значение среди экземпляров задач, не охваченных рабочими действиями агентов системы.

Если указанным условиям фильтрации соответствуют несколько кортежей с одинаковыми значениями приоритета, то отбирается задание, которое ближе всего расположено к началу журнала. Возможны также иные решающие правила, которые назначаются системными аналитиками.

В зависимости от значений атрибутов в поле  $\langle$  Атрибуты индивидуальных характеристик экземпляра задачи $\rangle$  отобранного кортежа
агент назначает верхнюю границу интервала
времени ожидания выполнения работы  $\Delta T_{\rm p}$  и
рассчитывает предельное значение времени
планируемого завершения решения задачи.
В отобранном кортеже производится заполнение полей доменов  $\langle$  Номер агента, за которым фактически закрепляется решение экземпляра задачи $\rangle$ ,  $\langle$  Фактическое время начала
решения задачи $\rangle$ . В поле следующих доменов
вводятся определенные виртуальные параметры:  $\langle$  Признак и значение планируемого или
фактического времени завершения решения

 $3a\partial auu\rangle = \Pi \Pi AH$ ,  $\langle \Phi aктическое время начала решения <math>3a\partial auu\rangle + \Delta T_p$ .

Исполнительный агент производит передачу по системной сети в циркулярном режиме оповещения о начале обработки задания, которое принимается органом управления *i*-м сегментом и агентами сегмента. В основной части оповещения размещаются значения полей указанных динамических доменов, а также значения статических доменов (Идентификатор типа задачи), (Идентификатор экземпляра задачи).

Обработка задания реализуется с помощью исполнительных механизмов агента, которые выполняют целенаправленные действия и обеспечивают решение конкретного экземпляра задачи. После завершения обработки задания агент производит передачу по системной сети в циркулярном режиме оповещения, которое принимается органом управления и агентами сегмента. В оповещении размещаются значения статических доменов \( \textit{Udehmuфикатор типа задачи} \), \( \textit{Udehmuфикатор экземпляра задачи} \), а также признак ФАКТ и текущее значение времени в домене \( \textit{Признак и значение планируемого или фактического времени завершения решения задачи} \).

При поступлении в орган управления или к агенту сегмента очередного оповещения получатель информации организует процесс ее обработки. Для поиска требуемого экземпляра задачи в журнале функционирования органа управления или в индивидуальных копиях агентов сегмента в качестве ключевых атрибутов применяются значения статических доменов (Идентификатор типа задачи), (Идентификатор экземпляра задачи). В этом случае в идентифицированном кортеже общесистемного или индивидуального журналов модифицируются следующие значения определенных доменов:

• при обработке оповещения о завершении процесса решения задачи в операциях участвует только домен (Признак и значение планируемого или фактического времени завершения решения задачи).

В процессе работы системы могут возникать ошибочные ситуации, в которых по ключевым атрибутам кортеж идентифицировать не удается. В этих случаях неопознанные оповещения целесообразно блокировать или подавлять принудительно.

При завершении в органе управления или в каком-либо из агентов очередного интервала времени контроля журнала функционирования осуществляется запуск процесса анализа журнала. При этом выбираются кортежи, соответствующие экземплярам задач, которые на текущий момент времени охвачены процессами обработки со стороны мультиагентной среды. Если для этих кортежей признаки в доменах (Признак и значение планируемого или фактического времени завершения решения задачи соответствуют значениям ПЛАН, то длительность указанного промежутка времени в поле домена должно превосходить его текущее значение. Данное условие указывает на допустимость дальнейшей обработки задания назначенным агентом. В противном случае выявляется особая ситуация, в которой продолжение системной деятельности агента определяется специальным образом, что учитывается в процессе построения системы. В простейшем случае обработка задания может быть заблокирована простановкой в рассматриваемом домене значения признака БЛОК и текущего значения времени.

При «свободном» состоянии активных ресурсов некоторого агента системы после завершения процесса решения очередной задачи (как и после формирования индивидуальной копии журнала его функционирования) выполняется информирование об этом факте всех компонентов соответствующего сегмента системы. Это достигается с помощью специального оповещения в циркулярном режиме передачи; тем самым обеспечивается самосинхронизация и адаптивный выбор работ агентами системы в пределах каждого сегмента топологии.

В идеальном варианте работы мультиагентной системы в объектах и агентах каждого ее сегмента синхронно ведутся индивидуальные копии журнала функционирования, которые являются информационной основой корректной работы каждого агента и адаптивного управления мультиагентной средой в целом. Следует

отметить, что для мультиагентных систем большое значение имеет служба единого времени, которая должна охватывать все объекты и агенты системы. С этой целью может быть использована частотно-стабилизированная схема выработки и передачи по сетям сигналов меток времени.

#### выводы

- 1. Проведено сопоставление основных вариантов структурного построения мультиагентной системы с учетом гибкости управления, возможностей по функциональному резервированию ее компонентов и их реконфигурированию, что позволило выделить и рекомендовать к применению древовидную сетевую топологию. В качестве узлов топологии введены объекты планирования и контроля результативности действий исполнительных агентов, а также объект планирования и контроля результативности действий системы.
- 2. Показано, что для организации адаптивного управления требуется формализованное отображение в объектах и агентах системы определенных сегментов системной топологии, а также состояний внешней среды, органов планирования, агентов системы, каналов обеспечения информационно-технического взаимодействия и функциональных задач. Рациональным приемом такого отображения является построение журналов состава системы, состава сегментов топологии и журналов функционирования агентов в виде логикомножественных отношений.
- 3. Представлена принципиальная возможность определения рационального состава доменов отношений, который допускает функциональное расширение. Описан алгоритм работы многоагентной системы, в котором каждый цикл основывается на результатах оперативного сканирования индивидуальных журналов состава агентов и их функционирования, а также отбора из отношений кортежей очередных заданий для обеспечения последующего решения определенного экземпляра задачи. С помощью специальных оповещений в циркулярном режиме передачи обеспечиваются самосинхронизация и адаптивный выбор работ агентами системы в пределах каждого сегмента топологии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гулай, А. В. Конвергенция интеллектуальных систем / А. В. Гулай, В. М. Зайцев. Минск: ИВЦ Минфина, 2020. 384 с.

- 2. Зайцев, В. М. Организация распределенной обработки данных на вычислительных комплексах АСУ / В. М. Зайцев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. 1982. Вып. 10. С. 26-32.
- 3. Городецкий, В. И. Многоагентные системы (обзор) / В. И. Городецкий, М. С. Грушинский, А. В. Хабалов // Новости искусственного интеллекта. 1998. № 2. С. 64–116.
- 4. Карпов, В. Э. Модели социального поведения в групповой робототехнике / В. Э. Карпов // Управление большими системами. 2016. Вып. 59. С. 165-232.
- 5. Тарасов, В. Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям / В. Б. Тарасов. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 352 с.
- 6. Guessoum, Z. Towards Reliable Multi-Agent System: An Adaptive Replication Mechanism / Z. Guessoum, J.-P. Briot, N. Faci, O. Martin // Multiagent and Grid Systems. 2010. Vol. 6, No 1. P. 1–24. https://doi.org/10.3233/mgs-2010-0139.
- 7. Hübner, J. F. A Normative Programming Language for Multi-Agent Organizations / J. F. Hübner, O. Boissier, R. H. Bordini // Annals of Mathematics and Artificial Intelligence. 2011. Vol. 62, No 1-2. P. 27-53. https://doi. org/10.1007/s10472-011-9251-0.
- 8. Boissier, O. Dimensions in Programming Multi-Agent Systems / O. Boissier, R. H. Bordini, J. F. Hübner, A. Ricci // Knowledge Engineering Review. 2019. Vol. 34, No 2. P. 1–28. https://doi.org/10.1017/s026988891800005x.
- 9. Ерофеева, В. А. Управление роем динамических объектов на базе мультиагентного подхода / В. А. Ерофеева, Ю. В. Иванский, В. И. Кияев // Компьютерные инструменты в образовании. 2015. № 6. С. 34-42.
- 10. Воробьев, В. В. Алгоритмы выбора лидера и кластеризации в статическом рое роботов / В. В. Воробьев // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 3. C. 166–172. https://doi.org/10.17587/mau.18.166-173.
- 11. Зайцев, В. М. Явление интерференции в телекодовых сетях АСУ / В. М. Зайцев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. 1981. Вып. 12. С. 35-41.
- 12. Зайцев, В. М. Определение параметров передачи данных на основе принципа информационной стабилизации / В. М. Зайцев // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. 1981. Вып. 12. С. 42-51.
- 13. Гулай, А. В. Достоверность передачи транзакций в мехатронных системах: выбор триплетов помехоустойчивого кода / А. В. Гулай, В. М. Зайцев // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 1. C. 26–31. https://doi.org/10.17587/mau.17.26-31.
- 14. Гулай, А. В. Помехоустойчивые коды Рида-Соломона: применение в технологии построения интеллектуальных систем / А. В. Гулай, В. М. Зайцев // Актуальные вопросы развития современной науки и технологий: монография. Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2023. C. 377-406.
- 15. Смит, С. Цифровая обработка сигналов / С. Смит. М.: Изд. дом «ДодЭка-XXI», 2008. 718 с.

Поступила 12.02.2025 Подписана в печать 15.04.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

#### REFERENCES

1. Gulay A. V., Zaytsev V. M. (2020) Convergence of Intelligent Systems. Minsk, Publishing House of Information and Computing Center of the Ministry of Finance. 384 (in Russian).

- 2. Zaytsev V. M. (1982) Organization of Distributed Data Processing on Automated Control Systems. Voprosy Radioelektroniki. Ser. Obshchetekhnicheskaya [Questions of Radio Electronics. General Technical Series], Iss. 10, 26-32 (in Russian).
- 3. Gorodetsky V. I., Grushinsky M. S., Khabalov A. V. (1998) Multi-Agent Systems (Review). Novosti Iskusstvennogo Intellekta [Artificial Intelligence News], (2), 64-116 (in Russian).
- 4. Karpov V. E. (2016) Models of Social Behavior in Group Robotics. Upravlenie Bolshimi Sistemami [Managing Large Systems], Iss. 59, 165–232 (in Russian).
- 5. Tarasov V. B. (2002) From Multi-Agent Systems to Intelligent Organizations. Moscow, Editorial URSS Publ. 352 (in Russian).
- 6. Guessoum Z., Briot J.-P., Faci N., Martin O. (2010) Towards Reliable Multi-Agent System: An Adaptive Replication Mechanism. Multiagent and Grid Systems, 6 (1), 1-24. https://doi.org/10.3233/mgs-2010-0139.
- 7. Hübner J. F., Boissier O., Bordini R. H. (2011) A Normative Programming Language for Multi-Agent Organizations. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 62 (1), 27–53. https://doi.org/10.1007/s10472-011-9251-0.
- 8. Boissier O., Bordini R. H., Hübner J. F., Ricci A. (2019) Dimensions in Programming Multi-Agent Systems. Knowledge Engineering Review, 34 (2), 1–28. https://doi.org/10. 1017/s0 26988891800005x.
- 9. Erofeeva V. A., Ivansky Yu. V., Kiyaev V. I. (2015) Control of A Swarm of Dynamic Objects Based on A Multi-Agent Approach. Kompyuternye Instrumenty v Obrazovanii = Computer Tools in Education Journal, (6), 34-42
- 10. Vorobyov V. V. (2017) Leader Selection and Clusterization Algorithms in a Static Robot Swarm. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 18 (3), 166-173. https://doi. org/10.17587/mau.18.166-173 (in Russian).
- 11. Zaytsev V. M. (1981) The Phenomenon of Interference in Automated Control Systems Telecode Networks. Voprosy Radioelektroniki. Ser. obshchetekhnicheskaya [Questions of Radio Electronics. General Technical Series], Iss. 12, 35-41 (in Russian).
- 12. Zaytsev V. M. (1981) Determination of Data Transmission Parameters Based on the Principle of Information Stabilization. Voprosy Radioelektroniki. Ser. Obshchetekhnicheskaya [Questions of Radio Electronics. General Technical Series], Iss. 12, 42-51 (in Russian).
- 13. Gulay A. V., Zaitsev V. M. (2016) Transmission Reliability of Transactions in Mechatronic Systems: Choice of Triplets for Noiseproof Code. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 17 (1), 26-31. https://doi.org/ 10.17587/ mau.17.26-31 (in Russian).
- 14. Gulay A. V., Zaitsev V. M. (2023) Reed-Solomon Error-Correcting Codes: Application in Intelligent Systems Technology. Current Issues in the Development of Modern Science and Technology. Petrozavodsk, Publishing House of International Center for Scientific Partnership "Novaya Nauka", 377-406 (in Russian).
- 15. Smith S. (2008) Digital Signal Processing. Moscow, Dod-Eka-XXI Publ. 718 (in Russian).

Received: 12.02.2025 Accepted: 15.04.2025 Published online: 30.05.2025



https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-181-191

УДК 621.793.71

### Изучение поведения частицы диффузионно-легированного порошка аустенитной стали в плазменной струе при напылении

Докт. техн. наук, проф. О. Г. Девойно<sup>1</sup>, инж. А. Ф. Пантелеенко<sup>1</sup>, докт. физ.-мат. наук, проф. Б. Б. Хина<sup>2,3</sup>

Реферат. В настоящее время значительное число деталей и оборудования выходит из строя в результате процессов изнашивания. Для решения этой задачи широко применяют восстановительно-упрочняющие технологии, в частности плазменное напыление покрытий. Материалом, позволяющим проводить плазменное напыление с получением качественных покрытий, является диффузионно-легированный порошок из аустенитной стали 12Х18Н10. Так как ранее порошки такого типа для плазменного напыления не применялись, была разработана теоретическая модель разрыва корки тугоплавкого соединения (борида железа), которая сформирована на поверхности порошковой частицы при диффузионном легировании, из-за расплавления сердцевины частицы при ее нагреве в плазменной струе. Модель определяет условие, при котором происходит разрыв корки, что может обеспечить растекание расплава по поверхности обрабатываемого изделия и формирование качественного покрытия. Для подтверждения модели проведено экспериментальное исследование поведения частицы порошка в плазменной струе при напылении. На основе данных, полученных в результате эксперимента, и результатов расчета по разработанной модели предложен механизм поведения диффузионно-легированной частицы аустенитной стали в плазменной струе и определены требования к порошковым частицам. Установлено, что частицы должны иметь достаточно малый размер, чтобы при пролете в плазменной струе они прогревались насквозь и происходило плавление железной сердцевины. В исследованном нами случае размер диффузионно-легированных частиц должен быть в пределах 40-80 мкм. Также для корректного процесса плазменного напыления и формирования плазменно-напыленного покрытия с низкой пористостью наружный боридный слой должен иметь небольшую толщину относительно радиуса частицы, чтобы при плавлении сердцевины в плазменной струе боридная корка разрушилась и началось вытекание расплава. Для частиц диаметром 40-80 мкм это соотношение обеспечивается диффузионным насыщением в течение трех часов.

**Ключевые слова:** диффузионно-легированный порошок, плазменное напыление, физико-математическая модель, боридный слой, расплав, механизм поведения, формирование покрытия, радиус частицы

Для цитирования: Девойно, О. Г. Изучение поведения частицы диффузионно-легированного порошка аустенитной стали в плазменной струе при напылении / О. Г. Девойно, А. Ф. Пантелеенко, Б. Б. Хина // Наука и техника. 2025. Т. 24, № 3. С. 181–191. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-181-191

#### Адрес для переписки

mvm@bntu.by

Пантелеенко Алексей Федорович Белорусский национальный технический университет ул. Якуба Коласа, 12, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 292-81-85

#### Address for correspondence

Panteleenko Aleksey F.
Belarusian National Technical University
12 Ya. Kolas st.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-81-85
mvm@bntu.by

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь),

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>ГНУ «Физико-технический институт» Национальной академии наук Беларуси (Минск, Республика Беларусь),

<sup>3)</sup> Белорусская государственная академия авиации (Минск, Республика Беларусь)

#### Study of the Behavior of a Particle of Diffusion-Alloyed Powder of Austenitic Steel in a Plasma Jet during Spraying

O. G. Devoino<sup>1)</sup>, A. F. Panteleenko<sup>1)</sup>, B. B. Khina<sup>2), 3)</sup>

Abstract. Currently, a significant number of parts and equipment break down as a result of wear processes. To solve this problem, restoration and strengthening technologies, in particular plasma spraying of coatings, are widely used. The material that allows plasma spraying to produce high-quality coatings is diffusion-alloyed powder made from 12X18H10 (12Kh18N9) austenitic steel. Since powders of this type have not been previously used for plasma spraying, we developed a theoretical model for the rupture of the crust of a refractory compound (iron boride), which was formed on the surface of a powder particle during diffusion alloying, due to the melting of the particle core during heating in a plasma jet. The model determines the condition under which the crust rupture occurs, which can ensure the spreading of the melt over the surface of the workpiece and the formation of a high-quality coating. To confirm the model, an experimental study of the powder particle behavior in a plasma jet during spraying was carried out. On the basis of the data obtained as a result of the experiment and the results of calculations according to the developed model, a mechanism for the behavior of a diffusion-alloyed austenitic steel particle in a plasma jet is proposed and requirements for powder particles are determined. It was found that the particles should be small enough so that when flying in the plasma jet they could be heated through and the iron core would melt. In our case the size of the diffusion-alloyed particles must be within 40-80 µm. Also, for the correct process of plasma spraying and the formation of a plasma-sprayed coating with low porosity, the outer boride layer must have a small thickness relative to the particle radius so that when the core melts in the plasma jet, the boride crust cracks and the melt begins to flow out. For particles with a diameter of 40–80 μm, this ratio is ensured by diffusion alloying during 3 hours.

Keywords: diffusion-alloyed powder, plasma spraying, thermodynamic model, boride layer, melt, behavior mechanism, coating formation, particle radius

For citation: Devoino O. G., Panteleenko A. F., Khina B. B. (2025) Study of the Behavior of a Particle of Diffusion-Alloyed Powder of Austenitic Steel in a Plasma Jet during Spraying. Science and Technique. 24 (3), 181-191. https://doi.org/ 10.21122/2227-1031-2025-24-3-181-191 (in Russian)

#### Введение

В настоящее время получили широкое распространение технологии упрочнения и восстановления изношенных деталей, позволяющие повысить их срок службы, улучшить эксплуатационные характеристики, решить вопросы материало- и энергосбережения. Как показывает мировая практика, при этом не требуется нести затраты на изготовление всей детали из дорогих конструкционных материалов, а целесообразнее использовать недорогие материалы с нанесением эффективных комбинированных покрытий.

Среди известных способов восстановления и упрочнения наибольшую долю занимают газотермическое напыление (ГТН) и наплавка покрытий. Данные способы имеют ряд положительных и отрицательных особенностей, которые регламентируют области их применения [1–3].

Наряду с обоснованным выбором технологий с точки зрения всех параметров такой комбинированной технологии весьма значима доля стоимости материала наносимого покрытия. Чаще всего для восстановления и упрочнения изношенных деталей используют хорошо себя зарекомендовавшие самофлюсующиеся порошки на никелевой основе (композиции Ni-Cr-B-Si), которые в Республике Беларусь не производятся. В последние два десятилетия наблюдается значительное удорожание всех компонентов порошков, особенно никеля, а следовательно, и самих напыляемых порошков, к тому же не всегда востребован в восстановленной или упрочненной детали весь комплекс получаемых свойств. В ряде случаев становится экономически нецелесообразным, убыточным, как отмечают многие ученые и специалисты, применение дорогих порошков на никелевой основе для упрочнения и восстановления широкой номенклатуры типовых дета-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus),

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>State Scientific Institution "Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus" (Minsk, Republic of Belarus),

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup>Belorussian State Aviation Academy (Minsk, Republic of Belarus)

лей. Поэтому очевидно, что наряду с оптимизацией технологии восстановления и упрочнения деталей и ее параметров весьма актуальны разработка и экономически обоснованный выбор напыляемого материала, обеспечивающий необходимый и достаточный комплекс требуемых свойств.

В качестве замены дорогих самофлюсующихся порошков на никелевой основе промышленно в Российской Федерации выпускается ряд порошков на железной основе (ПР-Х4Г2Р4С2Ф, ПГ-ФБХ6-2, ПР-0Х2Н8Т2Ю6РВ и др.), а также разработан, в том числе в Республике Беларусь, ряд диффузионно-легированных порошков на железной основе [4].

В последние годы в Беларуси разработан целый класс недорогих самофлюсующихся диффузионно-легированных порошковых материалов на железной основе (борированные порошки ПЖВ, ПР-Сталь 45, ПР-Сталь 40Л, ПР-10Р6М5, отходы производства стальной и чугунной дроби и др.) [5-8]. Эти материалы успешно применяются в наплавочных технологиях (плазменная, индукционная, магнитно-электрическая, лазерная) в качестве замены никелевых самофлюсующихся порошков, однако для газотермического напыления они ранее не использовались. В работе [9] доказана принципиальная возможность напыления диффузионно-легированного порошка на основе отходов легированного чугуна (ИЧХ28Н2Р4). При этом коэффициент использования порошка при напылении составляет 78-83 %, однако получаемые покрытия обладают недостаточной адгезией, а дополнительное оплавление приводит к образованию большого количества пор и раковин на поверхности, но адгезия возрастает всего лишь до 35-40 МПа [4]. Необходимы также оптимизация фракционного состава порошка для напыления и улучшение эксплуатационных характеристик получаемых покрытий, которые весьма желательно приблизить с свойствам покрытий, получаемых с использованием существенно более дорогих порошков на никелевой основе.

Поэтому целью данной работы были исследование поведения частицы диффузионно-легированного порошка на железной основе в

плазменной струе, изучение последовательности процесса плавления частицы при напылении, описание механизма плавления и обоснование оптимального фракционного состава диффузионно-легированного порошка, позволяющего создать качественное покрытие.

#### Методика исследований

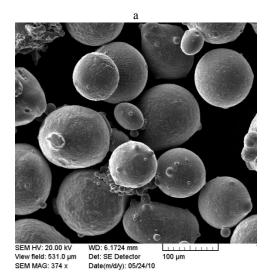
В качестве исходных порошков был выбран промышленно выпускаемый порошок марки ПР-X18H9 (ГОСТ 14086–68). Образцы из исходных порошков подвергали химико-термической обработке — диффузионному насыщению бором в порошковой среде (99,88 %  $B_4C$ ; 0,12 %  $AlF_3$ ) при следующих условиях: температура T = 900 °C; время t = 1, 3, 5, 8 ч [10].

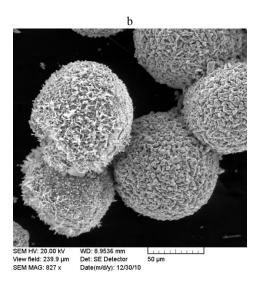
Распыление диффузионно-легированного порошка аустенитной стали в воду при проведении натурного эксперимента проводили на установке плазменного напыления УПУ-3Д на следующих режимах: сила тока  $I=350\,$  A, напряжение U=65–70 B, дистанция напыления  $L=80\,$ и 120 мм.

Морфологию исходного порошка и его степень сферичности исследовали на растровом электронном микроскопе LEO 1455VP, а морфологию диффузионно-легированного порошка и микроструктуру на нетравленых шлифах исследуемых материалов анализировали с помощью сканирующего электронного микроскопа Vega II LMU.

### Экспериментальное исследование структуры порошковых частиц

Частицы исходного порошкового материала имеют сферическую форму (рис. 1а) с фактором формы (т.е. степенью сферичности) 0,73, что обеспечивается самой промышленной технологией получения порошка. Диффузионнолегированный порошок ПР-X18Н9 характеризуется слоями с боридами призматической и игольчатой формы (рис. 1b). Такое строение боридных оболочек объясняет снижение текучести диффузионно-легированного порошка, которое тем не менее позволяет проводить процесс плазменного напыления.





*Puc. 1.* Морфология порошкового материала ПР-X18H9: а – исходный порошок; b – диффузионно-легированный порошок

Fig. 1. Morphology of ΠΡ-X18H9 (PR-Kh18N9) powder material: a – initial powder; b – diffusion-alloyed powder

После диффузионного легирования в течение 1 ч (рис. 2а) на поверхности частицы образуется слой Fe<sub>2</sub>B толщиной 7–9 мкм. На границе раздела «боридный слой – ядро» в результате диффузии происходит образование пористости, которая увеличивается при диффузионном легировании в течение 3 ч (рис. 2b). Также необходимо отметить, что при увеличении времени обработки происходит оттеснение легирующих элементов к центру ядра частицы, что приводит к увеличению времени, необходимого для получения более толстых боридных оболочек на частицах. Для частиц, обработанных в течение 5 ч, характерны два «кольца пористости» (рис. 2c), а при «сквозном» борировании (t = 8 ч) происходит резкий рост пористости (рис. 2d). Формирование диффузионной пористости известно как эффект Френкеля при твердофазной диффузии по вакансионному механизму. В данной ситуации он связан с различием коэффициентов диффузии атомов замещения - хрома и никеля - в твердом растворе на основе железа, что приводит к возникновению потоков неравновесных вакансий, которые объединяются в поры [11]. Отметим, что в случае более пластичных металлов, таких как медь, возникающий поток вакансий приводит в переползанию дислокаций и, как следствие, к пластическому течению вещества в

диффузионной зоне, которое называют эффектом Киркендалла.

Борированные частицы имеют диаметр  $D=60-120\,$  мкм, толщина слоя боридов  $h=12-15\,$  мкм, т. е. радиус  $R_2=30-60\,$  мкм,  $R_1=R_2-h=18$ —45 мкм, поскольку на частицах меньшего размера формируется более тонкий боридный слой.

Установлено, что при плазменном напылении частицы в струе азотной плазмы нагреваются до температуры, превышающей точку плавления железа, т. е. во время пролета частиц их сердцевина может расплавиться.

При исследовании микроструктуры полученных износостойких покрытий на стали обнаружено, что в них имеются полые «скорлупки» боридов с явными признаками вытекания железа. Модельный эксперимент, при котором плазменная струя, «загруженная» частицами, направлялась в воду с расстояния 80–120 мм, показал, что в этом случае многие закаленные таким способом частицы также представляли скорлупки, из которых частично вытекла расплавленная сердцевина.

Так как ранее порошки такого типа для плазменного напыления не применялись, то для оценки оптимальных условий процесса необходимо разработать физико-математическую модель поведения диффузионно-легированной частицы порошка при ее нагреве во время пролета в плазменной струе.

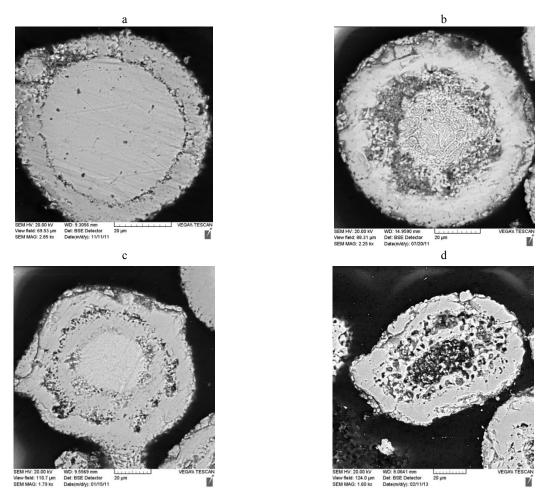


Рис. 2. Микроструктура диффузионно-легированного порошка ПР-Х18Н9: а – время легирования 1 ч; b-3 ч; c-5 ч; d- время легирования 8 ч

Fig. 2. Microstructure of diffusion-alloyed powder ΠΡ-X18H9 (PR-Kh18N9): a – alloying time 1 hour; b-3 hours; c-5 hours; d-alloying time 8 hours

#### Физико-математическая модель разрыва тугоплавкой корки на поверхности частицы

Формулировка модели. Как отмечено выше, растрескивание наружной тугоплавкой оболочки, состоящей из почти сферических слоев боридов железа Fe<sub>2</sub>B и FeB, происходит во время нагрева композиционных частиц в плазменной струе из-за плавления железной сердцевины и соответствующего увеличения ее объема. Как известно, металлические жидкости практически несжимаемы, так что расширение при плавлении должно привести к возникновению растягивающих напряжений в сферической боридной оболочке. В связи с этим цель модели - проанализировать возможность разрыва внешней оболочки при плавлении железной сердцевины и определить параметры частицы, обеспечивающие такой разрыв и растекание расплава по поверхности упрочняемой детали.

Для оценочных расчетов из литературных источников были определены упругие характеристики слоя боридов. По данным [12], для фазы  $Fe_2B$  модуль Юнга составляет E = 397,22 ГПа, а коэффициент Пуассона v = 0,3. Согласно [13], для фазы FeB E = 399 ГПа и v = 0.27. В связи в тем, что упругие константы этих соединений весьма близки, есть все основания рассматривать внешнюю тугоплавкую оболочку как состоящую из одной фазы с величинами  $E = 398 \ \Gamma \Pi a \ u \ v = 0.285 \ (средние значения).$ Такое рассмотрение не внесет существенных искажений в физический смысл изложенной ниже модели, но позволит значительно упростить рассмотрение. Следует также отметить, что в работе [14] при конечно-элементном моделировании внутренних напряжений в системе «диффузионное боридное покрытие стальная подложка» покрытие, состоящее из слоев фаз Fe<sub>2</sub>B и FeB, рассматривали как однофазное с усредненными (эквивалентными) прочностными характеристиками.

Модель основана на подходе, впервые предложенном одним из авторов (Б. Б. Хиной) для анализа эволюции сферической частицы титана в волне самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) в системе Ті-С [15]. Условие разрыва корки можно определить на основе уравнения неразрывности сплошной среды [16], которое запишем в сферической симметрии

grad div 
$$U = 0$$
; (1)

где U – вектор перемещений.

Для решения уравнения (1) необходимо сформулировать граничные условия. На внутренней границе  $r = R_1$  (железная сердцевина/боридный слой) имеет место расширение из-за плавления железа. Считая расплавленный металл несжимаемой жидкостью, на основе условия сохранения массы запишем

$$U_r(r = R_1) = R_1 \left[ \left( \frac{\rho_s}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right].$$
 (2)

Здесь  $U_r$  – радиальное перемещение,  $\sigma_{rr}$  – радиальное напряжение,  $\rho_s$  и  $\rho_m$  – плотности твердого и жидкого железа при его температуре плавления  $T_m$  (Fe) = 1536 °C = 1809 K.

На внешней поверхности частицы  $r = R_2$ имеется лишь внешнее атмосферное давление  $p_0 = 0.1 \text{ M}\Pi a$ 

$$\sigma_{rr}(r=R) = p_0. \tag{3}$$

Поскольку бориды - хрупкие вещества, пренебрегаем пластической деформацией и рассматриваем только упругую деформацию (для таких веществ  $\sigma_B \approx \sigma_v$ , где  $\sigma_B$  – предел прочности на растяжение;  $\sigma_{v}$  – предел текучести).

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) имеет вид

$$U_r(r) = A_r + \frac{B}{r^2},$$
 (4)

где A и B – константы, определяемые из граничных условий (2) и (3);  $U_r$  – радиальное перемещение.

Величины относительных деформаций связаны радиальным перемещением следующими соотношениями [16]:

$$\varepsilon_{rr}(r) = \frac{\partial U_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_{\theta\theta}(r) = \frac{U_r}{r},$$
 (5)

где  $\varepsilon_{rr}$  – радиальная деформация;  $\varepsilon_{\theta\theta}$  – тангенциальная деформация.

Тогда из (4) и (5) получим:

$$\varepsilon_{rr} = A - \frac{2B}{r^3}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = A + \frac{B}{r^3}.$$
 (6)

Для определения напряжений необходимо использовать закон Гука, который в условиях сферической симметрии запишется в виде [16]:

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \Big[ \Big( 1-\nu \Big) \varepsilon_{rr} + 2\nu \varepsilon_{\theta\theta} \Big];$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu \varepsilon_{rr}), \qquad (7)$$

где  $\sigma_{rr}$  – радиальное напряжение;  $\sigma_{\theta\theta}$  – касательное напряжение; E – модуль Юнга;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

В рассматриваемой ситуации наиболее опасными являются касательные напряжения в боридном слое. Используя закон Гука (7) и граничные условия (6), на основе уравнения (5) получим решение исходного уравнения (1) относительно касательного напряжения

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \eta \frac{1 + k_r}{1 + \phi k} - p_0 \frac{\phi k - k_r}{1 + \phi k},$$
 (8)

где

$$k = \frac{R_2^3}{2R_1^3}; \quad k_r = \frac{R_2^3}{2r^3}; \quad \phi = \frac{1+\nu}{1-2\nu};$$

$$m = \frac{E}{1-2\nu} \left[ \left( \frac{\rho_S}{r} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]. \quad (9)$$

$$\eta = \frac{E}{1 - 2\nu} \left[ \left( \frac{\rho_S}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]. \quad (9)$$

Корка боридов разорвется, когда касательное напряжение на внутренней поверхности  $r = R_1$  превысит предел прочности тугоплавкого соединения  $\sigma_B$  при  $T = T_m$  (Fe). Тогда из (8) получим условие для критической толщины корки боридов  $h_{cr} = R_2 - R_1$ , при которой возможен ее разрыв:

$$h_{cr} = R_2 \left\{ 1 - \left[ \frac{\eta - \varphi \sigma_B + p_0 (1 - \varphi)}{2(\sigma_B - \eta)} \right]^{\frac{1}{3}} \right\}. \quad (10)$$

Очевидно, что разрыв боридной корки произойдет при  $h \le h_{cr}$ , и при этом расплавленное железо может начать вытекать из сердцевины. Таким образом, формула (10) представляет собой критерий для вытекания расплава из сферической частицы при достижении температуры плавления железа в процессе нагрева частицы в плазменной струе. Отметим, что это верхняя оценка, так как здесь не учитывается возможность частичного растворения корки за счет протекания эвтектической реакции в системе Fe-B при 1174 °C [17].

По данным [18], относительное изменение объема при плавлении Fe составляет 4,55 %,

т. е. 
$$\frac{(\rho_S - \rho_m)}{\rho_m} = 4.55 \cdot 10^{-2}$$
, где  $\rho_S$  и  $\rho_m$  – плотно-

сти твердого и жидкого железа при его температуре плавления  $T_m = 1809$  К. Согласно [19], плотность расплавленного железа при  $T_m$  составляет  $\rho_m = 7{,}015 \text{ г/см}^3$ , тогда плотность твердого металла при этой температуре будет  $\rho_s = 1,0455 \ \rho_m = 7,3342 \ \Gamma/\text{см}^3$ .

На рис. 3 показано распределение касательного напряжения по толщине слоя боридов при внешнем радиусе частицы  $R_2 = 60$  мкм и толщине слоя h = 15 мкм (т. е. внутренний радиус  $R_1 = 45$  мкм). Видно, что максимальное касательное напряжение развивается на границе  $r = R_1$ .

Оценим величину  $h_{cr}$  для рассматриваемой системы. Поскольку температурные зависимости модуля Юнга и коэффициента Пуассона для боридов железа отсутствуют в литературе, для расчетов примем значения при комнатной температуре:  $E = 398 \ \Gamma \Pi a$  и v = 0.285, как указано ранее. В работе [14] для двухфазного боридного покрытия, которое рассматривалось как однофазное, при конечно-элементном моделировании использовано эффективное значение предела текучести  $\sigma_v = 5000-7000$  МПа. Бориды железа – хрупкие фазы, для которых пластическая деформация до разрушения при испытании на растяжение весьма мала. В связи с этим в выражении (10) при вычислениях следует положить  $\sigma_B = \sigma_v$ . Для оценок при температуре  $T = T_m$  (Fe) будем использовать указанные выше значения  $\sigma_B$ , которые относятся к комнатной температуре; при повышенных температурах эту величину надо рассматривать как верхнюю оценку. В такой ситуации получим нижний предел толщины боридного слоя, который способен удержать расплав внутри частицы при достижении температуры плавления железа во время нагрева борированных частиц в плазменной струе.

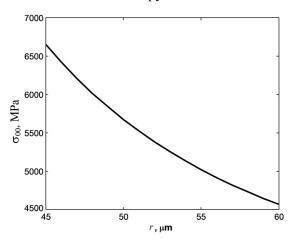
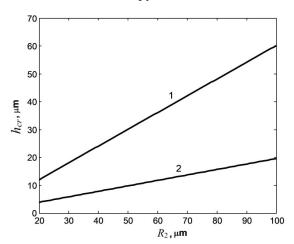


Рис. 3. Касательное напряжение в боридном слое при плавлении железной сердцевины; внутренний радиус  $R_1 = 45$  мкм, наружный радиус частицы  $R_2 = 60$  мкм

Fig. 3. Tangential stress in the boride layer during melting of the iron core; inner radius  $R_1 = 45 \mu m$ , outer radius of the particle  $R_2 = 60 \mu m$ 

Зависимость критической толщины боридной корки  $h_{cr}$  от внешнего радиуса частицы  $R_2$ показана на рис. 4 для двух значений  $\sigma_{B}$ . Из рис. 4 видно, что при  $\sigma_B = 7000$  МПа для растрескивания боридного слоя и вытекания жидкого железа необходимо, чтобы толщина слоя боридов не превышала 5,8 мкм при наружном радиусе частицы  $R_2 = 30$  мкм и была менее 11,8 мкм при  $R_2 = 60$  мкм.

Размер исходных частиц и условия диффузионного насыщения бором следует выбирать таким образом, чтобы получаемая толщина боридного слоя была меньше  $h_{cr}$ , а режим напыления – так, чтобы железная сердцевина полностью расплавилась при пролете частиц в плазменной струе.



*Рис.* 4. Зависимость критической толщины боридного слоя, который может удержать расплав внутри частицы при плавлении железа, от радиуса частицы:  $1 - \sigma_{\it R} = 5000 \ {\rm M\Pia}; \ 2 - 7000 \ {\rm M\Pia}$ 

Fig. 4. Dependence of the critical thickness of the boride layer, which can retain the melt inside the particle during melting of iron, on the particle radius:

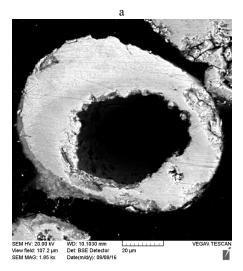
 $1 - \sigma_B = 5000 \text{ MPa}, 2 - 7000 \text{ MPa}$ 

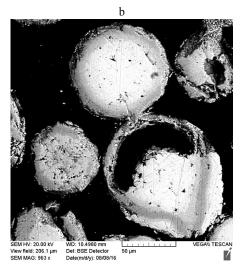
### Экспериментальная верификация модели и механизм поведения частиц

Для подтверждения математической модели поведения диффузионно-легированных частиц в плазменной струе проведен эксперимент

по распылению частиц в воду, что позволило получить данные о реальном поведении частиц при плазменном напылении на различных дистанциях.

Для формирования качественного покрытия на диффузионно-легированных частицах в процессе напыления должно происходить растрескивание боридного слоя и вытекание расплава, что обеспечит хорошую адгезию покрытия к подложке. В ситуации, когда боридный слой излишне толстый и препятствует растрескиванию боридной оболочки, а расплав (и нерасплавившееся железо) находится внутри частицы, адгезия напыляемого порошка недостаточна и частицы отскакивают от подложки. Эта ситуация наблюдается при плазменном напылении порошка, диффузионно-легированного в течение 5 ч и более. В этом случае коэффициент использования материала составляет не более 30-35 %, т. е. весьма высокая доля частиц (65-70 %) отскакивает от поверхности изделия. Аналогичная ситуация наблюдается при плазменном напылении порошка больших размеров - крупная частица не успевает прогреться в плазменной струе настолько, чтобы сердцевина расплавилась. При распылении в воду с дистанции 80 мм (рис. 5а) и 120 мм (рис. 5b) диффузионно-легированного в течение 3 ч порошка ПР-Х18Н9 видно, что происходят разрушение боридной оболочки и вытекание металла ядра.





*Рис. 5.* Микроструктура диффузионно-легированного порошка ПР-X18Н9 после распыления в воду: a- дистанция распыления 80 мм; b-120 мм

*Fig. 5.* Microstructure of diffusion-alloyed powder  $\Pi$ P-X18H9 (PR-Kh18N9) after spraying into water: a – spray distance 80 mm; b – 120 mm

На основе разработанной модели и анализа данных, полученных в результате эксперимента, предложен механизм поведения диффузионно-легированной частицы аустенитной стали в плазменной струе, обеспечивающий формирование качественного покрытия на изделии. Он состоит из следующих этапов.

- 1. При комнатной температуре диффузионнолегированная частица порошка ПР-X18H9 состоит из феррито-аустенитного ядра, низко- и высокобористой оболочек  $Fe_2B$  и FeB (соотношение толщины боридных оболочек 2:1) (рис. 6a).
- 2. При достижении температуры 1400-1450 °C происходит плавление легкоплавкой эвтектики на границе зон «Fe<sub>2</sub>B основа» ( $T_m = 1174$  °C [12, 13]), и через некоторый временной промежуток она полностью расплавляется. После этого начинается плавление низкобористой оболочки Fe<sub>2</sub>B ( $T_m = 1389$  °C [12, 13]) (рис. 6b).

- 3. При достижении температуры 1500—1550 °C происходит плавление сердцевины ( $T_m = 1400$  °C [12, 13]). Внешняя боридная оболочка FeB остается твердой (рис. 6c).
- 4. При достижении температуры 1600—1650 °C сердцевина порошковой частицы полностью расплавляется и соответственно происходит увеличение объема материала внутри частицы. Это приводит к тому, что возникающие внутренние напряжения разрывают внешнюю боридную оболочку FeB (рис. 6d).
- 5. При контакте расплавленной частицы с напыляемой поверхностью происходит растекание внутреннего содержимого частицы (расплава на основе железа) по поверхности изделия. При этом, согласно микроструктурному анализу напыленного покрытия, в нем отчетливо видны фрагменты нерасплавившихся боридных оболочек FeB (рис. 6e, рис. 7).

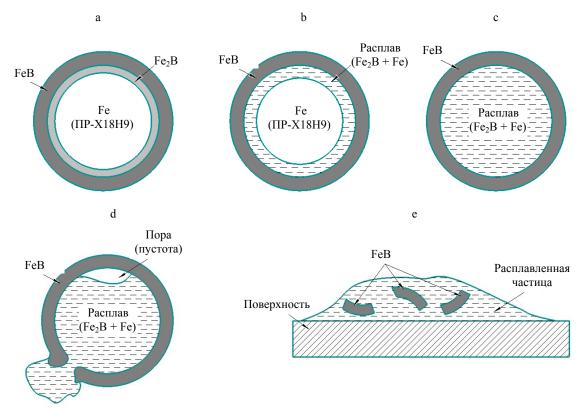


Рис. 6. Механизм, описывающий изменения структуры диффузионно-легированной частицы порошка ПР-X18H9 под воздействием высоких температур при плазменном напылении

Fig. 6. Mechanism describing changes in the structure of diffusion-alloyed particles of ΠP-X18H9 (PR-Kh18N9) powder under the influence of high temperatures during plasma spraying

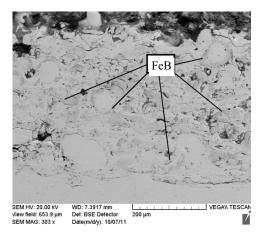


Рис. 7. Микроструктура плазменно-напыленного покрытия из диффузионно-легированного порошка ПР-X18H9 с нерасплавившимися боридными оболочками

Fig. 7. Microstructure of plasma-sprayed coating made of diffusion-alloyed powder ΠP-X18H9 (PR-Kh18N9) with unmelted boride shells

#### выводы

- 1. В работе выполнены экспериментальные исследования и разработана физико-математическая модель поведения диффузионно-легированной частицы аустенитного порошка ПР-X18Н9 при нагреве в плазменной струе при напылении защитного покрытия, которые позволили определить оптимальные характеристики частиц.
- 2. Установлено, что для обеспечения расплавления железной сердцевины при пролете в плазменной струе диффузионно-легированная частица должна иметь размер в пределах 40–80 мкм.
- 3. Определено, что наружный боридный слой должен иметь небольшую толщину относительно радиуса частицы, чтобы при плавлении сердцевины в плазменной струе боридная корка разрушилась и началось вытекание расплава при соударении частицы с поверхностью упрочняемого изделия. Для частиц размером 40—80 мкм это соотношение обеспечивается диффузионным насыщением в течение 3 ч.
- 4. Показано, что в случае, когда диффузионно-легированные порошковые частицы не удовлетворяют указанным выше требованиям, т. е. не происходит разрыва толстой наружной корки боридов во время пролета частиц в плазменной струе, весьма высокая доля частиц отскакивает от поверхности изделия, и тогда коэффициент использования порошкового материала составляет не более 30—35 %.
- 5. Предложен механизм поведения диффузионно-легированной частицы при ее нагреве

в плазменной струе в процессе напыления, который включает следующие стадии: плавление легкоплавкой эвтектики на границе зон « $Fe_2B$  — основа», плавление сердцевины частицы, приводящее к разрыву внешней боридной оболочки, и растекание образовавшегося расплава на основе железа при соударении частицы с поверхностью изделия. Последнее обеспечивает формирование качественного защитного покрытия, обладающего хорошим сцеплением с подложкой.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Future Development of Thermal Spray Coatings: Types, Designs, Manufacture and Applications / ed. N. Espallargas. 1st ed. Woodhead Publishing, 2015. 300 p. https://doi.org/10.1016/C2013-0-16360-X.
- The 2016 Thermal Spray Roadmap / A. Vardelle, C. Moreau, J. Akedo, [et al.] // Journal of Thermal Spray Technology. 2016. Vol. 25, No 8. P. 1376–1440. https://doi.org/10.1007/s11666-016-0473-x.
- 3. The 2012 Plasma Roadmap / S. Samukawa, M. Hori, S. Rauf [et al.] // Journal of Physics D: Applied Physics. 2012. Vol. 45, No 25. Art. 253001. https://doi.org/10.1088/0022-3727/45/25/253001.
- Износостойкие газотермические покрытия из диффузионно-легированных порошков на основе чугунной стружки / В. М. Константинов, Н. В. Спиридонов, О. Г. Девойно [и др.]; под ред. Ф. И. Пантелеенко. Минск: Технопринт, 2005. 146 с.
- 5. Константинов, В. М. Взаимосвязь структуры и свойств антифрикционных газотермических покрытий из боромедненной чугунной стружки / В. М. Константинов, В. А. Фруцкий // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. В. Прикладные науки. 2003. № 2. С. 7–11.
- 6. Пантелеенко, Ф. И. Особенности трибологического поведения пары боросодержащий инструментальный материал деталь / Ф. И. Пантелеенко, А. С. Снарский // Трение и износ. 1997. Т. 18, № 4. С. 518–522.
- 7. Константинов, В. М. Триботехнические и теплофизические свойства газотермических покрытий из диффузионно-легированной чугунной стружки / В. М. Константинов, Ф. И. Пантелеенко, В. А. Фруцкий, В. И. Сороговец // Трение и износ. 2004. Т. 25, № 2. С. 190–196.
- 8. Петришин, Г. В. Диффузионно-легированный стальной порошок для магнитно-электрического упрочнения / Г. В. Петришин, Е. Ф. Пантелеенко, А. Ф. Пантелеенко // Упрочняющие технологии и покрытия. 2006. № 4. С. 26–31.
- 9. Авсиевич, А. М. Исследование износостойкости плазменных напыленных покрытий из диффузионно-легированных самофлюсующихся порошков на железной основе в условиях трения скольжения / А. М. Авсиевич, Н. В. Спиридонов, В. М. Константинов // Трение и износ. 2002. Т. 23, № 5. С. 515–519.
- 10. Пантелеенко, А. Ф. Композиционные покрытия, полученные высокоэнергетическими методами / А. Ф. Пантелеенко, О. Г. Девойно // Перспективные материалы и технологии / под ред. В. В. Клубовича. Витебск: Изд-во УО «ВГТУ», 2013. Гл. 28. С. 587–607.

- 11. Сторожук, Н. В. Конкуренция эффектов Френкеля и Киркендалла при взаимной диффузии / Н. В. Сторожук, А. М. Гусак // Металлофизика и новейшие технологии. 2014. Т. 36, № 3. С. 367–374. https://doi.org/10.15407/mfint.36.03.0367.
- Calculation and SIMULation for the Mechanical Properties of Carbides and Borides in Cast Iron / J. Feng, B. Xiao,
   R. Zhou [et al.] // Procedia Engineering. 2012. Vol. 31.
   P. 676–681. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012. 01.1085.
- Electronic Structures and Mechanical Properties of Iron Borides From First Principles / Yanpeng Gou, Zhao Fu, Yongcheng Liang [et al.] // Solid State Communications. 2014. Vol. 187. P. 28–32. https://doi.org/10.1016/j.ssc. 2014.02.019.
- 14. Culha, O. Estimation of FeB Layer's Yield Strength by Comparison of Finite Element Modeling with Experimental Data / O. Culha, M. Toparli, T. Aksoy // Advances in Engineering Software. 2009. Vol. 40, No 11. P. 1140–1147. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009. 05.005.
- 15. Khina, B. B. Limits of Applicability of the "Diffusion-controlled Product Growth" Kinetic Approach to Modeling SHS / B. B. Khina, B. Formanek, I. Solpan // Physica B: Condensed Matter. 2005. Vol. 355, No. 14. P. 14–31. https://doi.org/10.1016/j.physb.2004.09.104.
- Ландау, Л. Д. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. 4-е изд., испр. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 248 с.
- Binary Alloy Phase Diagrams / eds.: T. B. Massalski, J. L. Murray, L. H. Bennett, H. Baker; 2<sup>nd</sup> ed. Ohio: ASM International, Metals Park, 1990. 3589 p.
- Takamichi, I. The Thermophysical Properties of Metallic Liquids. Vol. 1: Fundamentals / I. Takamichi, R. I. L. Guthrie. Oxford University Press, 2015. 353 p. https://doi.org/ 10.1093/acprof:oso/9780198729839.003.0001.
- Smithells Metals Reference Book / eds. E. A. Brandes, G. B. Brook. 7<sup>th</sup> ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1992. 1794 p. https://doi.org/10.1016/C2009-0-25363-3.

Поступила 04.12.2024 Подписана в печать 21.02.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

#### ЛИТЕРАТУРА

- Espallargas N. (ed.). (2015) Future Development of Thermal Spray Coatings: Types, Designs, Manufacture and Applications. 1st ed. Woodhead Publishing. 300. https://doi.org/10.1016/C2013-0-16360-X.
- Vardelle A., Moreau C., Akedo J., Ashrafizadeh H., Berndt C. C., Berghaus J. O. (2016) The 2016 Thermal Spray Roadmap. *Journal of Thermal Spray Technology*, 25 (8), 1376–1440. https://doi.org/10.1007/s11666-016-0473-x.
- 3. Samukawa S., Hori M., Rauf S., Tachibana K., Bruggeman P., Kroesen G. (2012) The 2012 Plasma Roadmap. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 45 (25), 253001. https://doi.org/10.1088/0022-3727/45/25/253001.
- Konstantinov V. M., Spiridonov N. V., Devoino O. G., Avsievich A. M., Kanstantsinaÿ V. M., Spirydonaÿ M. V., Aÿsievich A. M., Panteleenko F. I. (2005) Wear-Resistant Gas-Thermal Coatings Made of Diffusion-Alloyed Powders Based on Cast Iron Chips. Minsk, Tekhnoprint Publ. 146 (in Russian).
- Konstantinov V. M., Frutsky V. A. (2003) Relationship between the Structure and Properties of Antifriction Gas-Thermal Coatings Made of Boron-Copper-Plated Cast Iron Chips. Vestnik Polotskogo Gosudarstvennogo Uni-

- versiteta. Ser. B, Prikladnye Nauki [Bulletin of Polotsk State University. Series B, Applied Scienes], (2), 7–11 (in Russian).
- Panteleenko F. I., Snarsky A. S. (1997) Features of Tribological Behavior of a Pair of Boron-Containing Tool Material Part. *Trenie i Iznos = Friction and Wear*, 18 (4), 518–522 (in Russian).
- 7. Konstantinov V. M., Panteleenko F. I., Frutsky V. A., Sorogovets V. I. (2004) Tribological and Thermophysical Properties of Gas-Thermal Coatings from Diffusion-Alloyed Cast Iron Chips. *Trenie i Iznos = Friction and Wear*, 25 (2), 190–196 (in Russian).
- 8. Petrishin G. V., Panteleenko E. F., Panteleenko A. F. (2006) Diffusion-Alloyed Steel Powder for Magnetic-Electric Hardening. *Uprochnyayushchie Tekhnologii i Pokrytiya = Strengthening Technologies and Coatings*, (4), 26–31 (in Russian).
- Avsievich A. M., Spiridonov N. V., Konstantinov V. M. (2002) Wear Resistance of Plasma-Sprayed Coatings from Diffusion-Alloyed Iron-Based Self-Fluxing Powders. *Journal of Friction and Wear*, 23 (5), 43–47.
- Panteleenko A. F., Devoyno O. G. (2013) Chapter 28. Composite Coatings Obtained by High-Energy Methods. Klubovich V. V. (ed.). Advanced Materials and Technologies. Vitebsk, Publishing House of Vitebsk State Technological University, 587–607 (in Russian).
- Storozhuk N. V., Gusak A. M. (2014) Competition Between the Frenkel and Kirkendall Effects in Mutual Diffusion. Metallofizika i Noveyshie Tekhnologii = Metallophysics and Advanced Technologies, 36 (3), 367–374 (in Russian). https://doi.org/10.15407/mfint.36.03.0367.
- Feng J., Xiao B., Zhou R., Jiang Y. H., Cen Q. H. (2012) Calculation and Simulation for the Mechanical Properties of Carbides and Borides in Cast Iron. *Procedia Engineering*, 31, 676–681. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.01.1085.
- Gou Y., Fu Z., Liang Y., Zhong Z., Wang S. (2014) Electronic Structures and Mechanical Properties of Iron Borides From First Principles. *Solid State Communications*, 187, 28–32. https://doi.org/10.1016/j.ssc.2014.02.019.
- 14. Culha O., Toparli M., Aksoy T. (2009) Estimation of FeB Layer's Yield Strength by Comparison of Finite Element Modeling with Experimental Data. *Advances in Engineering Software*, 40 (11), 1140–1147. https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.05.005.
- Khina B. B., Formanek B., Solpan I. (2005) Limits of Applicability of the "Diffusion-Controlled Product Growth" Kinetic Approach to Modeling SHS. *Physica B: Condensed Matter*, 355 (14), 14–31. https://doi.org/10. 1016/j. physb.2004.09.104.
- Landau L. D., Lifshits E. M. (1987) Theory of Elasticity.
   4<sup>th</sup> ed. Moscow, Nauka. Main Editorial Board of Physical and Mathematical Literature. 248 (in Russian).
- Massalski T. B., Murray J. L., Bennett L. H., Baker H. (eds.). (1990) *Binary Alloy Phase Diagrams*. 2<sup>nd</sup> ed. Ohio, ASM International, Metals Park. 3589 p.
- Takamichi I., Guthrie R. I. L. (2015) The Thermophysical Properties of Metallic Liquids. Vol. 1: Fundamentals. Oxford University Press. 353. https://doi.org/10.1093/acprof: oso/9780198729839.003.0001.
- Brandes E. A., Brook G. B. (eds.). (1992) Smithells Metals Reference Book. 7<sup>th</sup> ed. Oxford, Butterworth-Heinemann. 1794. https://doi.org/10.1016/C2009-0-25363-3.

Received: 04.12.2024 Accepted: 21.02.2025 Published online: 30.05.2025 https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-192-203

УДК 621.792.3

# Особенности разработки технологий получения биметаллических полуфабрикатов инструментального назначения скоростным горячим выдавливанием

Докт. техн. наук, проф. И. В. Качанов<sup>1)</sup>, С. А. Ленкевич<sup>1)</sup>, В. В. Власов<sup>1)</sup>, К. Ю. Быков<sup>1)</sup>

Реферат. Наиболее актуальные вопросы развития техники включают в себя разработку технологических процессов, позволяющих при снижении себестоимости получать изделия с аналогичными или улучшенными эксплуатационными характеристиками. В этой связи весьма перспективны процессы пластического формоизменения металлов, в частности процессы скоростного горячего выдавливания, которые наряду с возможностью получать полуфабрикаты с минимальными припусками под механическую обработку также позволяют реализовать в том же технологическом процессе получение неразъемного биметаллического соединения разнородных сталей, что открывает новые возможности при производстве инструмента различного назначения. Целью данной работы являлась разработка лабораторных технологий получения различных типов биметаллических полуфабрикатов инструмента с возможностью экономии легированных сталей, применяемых в инструментальном хозяйстве, путем их замены (до 80-90 %) на конструкционные стали. По результатам проведенного аналитического обзора определено, что при разработке физикоматематических моделей для скоростного горячего выдавливания удобно использовать метод верхней оценки, причем следует опираться на условие пластичности Губера-Мизеса и математический опыт термодинамики нестационарных процессов. Также определены критерии получения качественного биметаллического соединения путем деформационного воздействия при совместном пластическом течении. В результате экспериментальных исследований разработаны схемы деформирования и экспериментальная штамповая оснастка для реализации лабораторных технологий, установлены оптимальная геометрия составных заготовок и энергосиловые параметры, обеспечивающие как формообразование полуфабрикатов инструментального назначения, так и формирование биметаллического соединения разнородных сталей в их составе. Проведен качественный структурно-фазовый анализ с применением методик исследования микроструктуры и микротвердости полученных скоростным горячим выдавливанием биметаллических полуфабрикатов как в зоне биметаллического соединения, так и в общем объеме образцов. Полученные результаты продемонстрировали высокий потенциал для внедрения разработанных лабораторных технологий в промышленное производство.

**Ключевые слова:** биметалл, формообразование, скорость, модель, динамика, кинематика, мощность, инерция, нагружение, деформация, пластическое течение, штамп, шлиф, микроструктура, микротвердость

**Для цитирования:** Особенности разработки технологий получения биметаллических полуфабрикатов инструментального назначения скоростным горячим выдавливанием / И. В. Качанов [и др.] // *Наука и техника.* 2025. Т. 24, № 3. С. 192–203. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-192-203

### Features of Development of Technologies for Obtaining Bimetallic Semi-Finished Products for Instrumental Purposes by High-Speed Hot Extrusion

I. V. Kachanov<sup>1)</sup>, S. A. Lenkevich<sup>1)</sup>, V. V. Vlasov<sup>1)</sup>, K. Y. Bykov<sup>1)</sup>

Abstract. The most pressing issues in the development of technology include the development of technological processes that allow to obtain products with similar or improved performance characteristics while reducing cost. In this regard,

#### Адрес для переписки

Качанов Игорь Владимирович Белорусский национальный технический университет просп. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 249-56-77 hidrokaf@bntu.by

#### Address for correspondence

Kachanov Igor V. Belarusian National Technical University 65, Nezavisimosty Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus Tel.: +375 17 249-56-77 hidrokaf@bntu.by

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarussian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

the processes of plastic forming of metals are very promising, in particular the processes of high-speed hot extrusion, which, along with the possibility of obtaining semi-finished products with minimal allowances for mechanical processing, also make it possible to implement in the same technological process the production of a permanent bimetallic connection of dissimilar steels, which opens up new possibilities in the production of tools for various purposes. The aim of this work was to develop laboratory technologies for obtaining various types of bimetallic semi-finished tool products with the possibility of saving alloy steels used in tool making by replacing them (up to 80-90 %) with structural steels. Based on the results of the conducted analytical review, it was determined that when developing physical and mathematical models for high-speed hot extrusion, it is conve-nient to use the upper estimate method, and one should rely on the Huber-Mises plasticity condition and the mathematical experience of thermodynamics of non-stationary processes. The criteria for obtaining a high-quality bimetallic compound by deformation action during joint plastic flow were also determined. As a result of experimental studies, deformation schemes and experimental die tooling for the implementation of laboratory technologies were developed. the optimal geometry of composite blanks and energy-force parameters were established, ensuring both the formation of semifinished products for tool purposes and the formation of a bimetallic connection of dissimilar steels in their composition. A qualitative structural-phase analysis was carried out using methods for studying the microstructure and microhardness obtained by high-speed hot extrusion of bimetallic semi-finished products, both in the bimetallic joint zone and in the total volume of samples. The obtained results demonstrated high potential for the implementation of the developed laboratory technologies in industrial production.

Key words: bimetal, shaping, speed, model, dynamics, kinematics, power, inertia, loading, deformation, plastic flow, stamp, section, microstructure, microhardness

For citation: Kachanov I. V., Lenkevich S. A., Vlasov V. V., Bykov K. Y. (2025) Features of Development of Technologies for Obtaining Bimetallic Semi-Finished Products for Instrumental Purposes by High-Speed Hot Extrusion. Science and Technique. 24 (3), 192–203. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-192-203 (in Russian)

#### Введение

Главными условиями развития современной науки и техники являются снижение металлоемкости и повышение коэффициента использования металла, повышение удельной мощности применяемого оборудования и интенсификация технологических процессов.

Получение биметаллических полуфабрикатов с максимальной экономией инструментальных и высоколегированных сталей с наименьшей себестоимостью и снижением трудоемкости при последующей механической обработке - одна из главных задач машиностроения. Таким образом, перспективным направлением в области обработки металлов является внедрение технологических процессов скоростного горячего выдавливания (СГВ), которые позволяют наряду с формообразованием требуемого полуфабриката за один технологический переход формировать биметаллическое соединение из недорогих конструкционных сталей в композиции с более дорогостоящими инструментальными и высоколегированными сталями. В этом случае расход дорогостоящих материалов уменьшается на 80-90 %.

Исследование поведения металлов под действием кратковременных нагрузок, вызывающих нестационарные деформации в области пластического формоизменения, - актуальная и сложная проблема в вопросах обработки металлов давлением. Для ее решения необходимо развитие математических и компьютерных моделей, а также экспериментальных методик и средств исследования быстропротекающих нестационарных процессов деформирования.

#### Основная часть

Изучение процессов СГВ металлических сплавов основывается на законе сохранения энергии, из которого вытекают уравнения движения сплошных сред, вследствие чего можно получить основные зависимости, описывающие скоростное выдавливание, и разработать физико-математические модели для определения основных технологических параметров. При разработке математических моделей следует придерживаться гипотезы о сплошности деформируемой среды, отвечающей условию пластичности Губера-Мизеса, и опираться на математический опыт термодинамики нестационарных процессов [1-3].

Для теоретического исследования процесса СГВ биметаллических полуфабрикатов инструмента используются модели динамического взаимодействия системы «пуансон – деформируемая заготовка».

В качестве теоретического решения таких задач удобно использовать приближенный энергетический метод (метод верхней оценки), основанный на использовании кинематически возможного поля скоростей, преобразованного из действительного непрерывного поля линий скольжения путем линейной аппроксимации. Данный метод позволяет совместно использовать аналитические и графические способы решения, а точность результатов определяется расхождением механических характеристик материалов и условий трения [1–3].

Помимо теоретического исследования напряженно-деформируемого состояния при СГВ методом верхней оценки решается основная технологическая задача по определению энергосиловых параметров процесса.

Обобщенная физико-математическая модель основывается на составлении уравнения баланса мощностей внутренних и внешних сил [1-3]

$$W_{\rm II} = W_{\rm c.c} = W_{\rm co6} + W_{\rm JIMH} \pm W_{\rm MH},$$
 (1)

где  $W_{\Pi}$  – мощность деформирующего пуансона;  $W_{\rm c.c}$  – суммарная мощность сил сопротивления;  $W_{\rm cof}$  – мощность сил собственного сопротивления металла деформированию;  $W_{\text{дин}}$  – то же от действия динамических напряжений на поверхностях разрыва скоростей;  $W_{\rm ин}$  – то же локальных сил инерции движущейся заготовки.

В выражении (1) мощность  $W_{\rm ин}$  является знакопеременной величиной, так как процесс выдавливания разделяется на стадии разгона и торможения.

Стадии разгона преимущественно соответствуют запрессовка в матричную полость заготовки и выдавливание элементов полуфабриката с наименьшими степенями деформации, а стадии торможения - выдавливание элементов с большими степенями деформации.

Таким образом, на стадии разгона локальные силы инерции направлены в сторону, противоположную ходу движения пуансона, так как мощность  $W_{\rm n}$  затрачивается на преодоление внутренних сил сопротивления деформированию материала и переход из упругопластической области в пластическую. Поэтому стадия разгона характеризуется тем, что величина мощности  $W_{\rm ин}$  в уравнении (1) берется со знаком плюс.

Переход от стадии разгона к стадии торможения происходит одномоментно и характеризуется максимальным усилием на пуансоне. Локальные силы инерции меняют свое направление на противоположное и действуют по ходу движения пуансона. Отмеченное «вспомогательное» действие сил инерции деформируемой заготовки приводит к уменьшению нагрузки на пуансон и снижению его мощности  $W_{\Pi}$ . Учитывая сказанное, на стадии торможения составляющая мощности внутренних сил  $W_{\text{ин}}$  берется в (1) со знаком минус [1–3].

Учитывая вышеописанное, для разработки физико-математических моделей различных технологических процессов СГВ следует опираться на физическо-механические свойства обрабатываемых материалов, геометрические параметры для определения количества продеформированного материала и определения зависимости предела текучести от параметров нагружения.

Для получения качественного и прочного биметаллического соединения основы и рабочей части полуфабриката требуется получение совместных металлических связей путем деформационного воздействия на соединяемые материалы в зоне контакта, которое достигается при СГВ путем совместного пластического течения. Металлические связи по своей сути не относятся к химическим связям, и понятие металлической связи можно считать качественным, так как металлы обычно не имеют молекулярного строения, а их атомы соединяются в кристаллические образования. Носителем свойств вещества в этом случае является не молекула, а фаза. Кроме того, поверхности твердых тел насыщены связью с атомами окружающей среды, т. е. имеют окисные и иные пленки (рис. 1) [4].

Непосредственно над ювенильной (физически и химически чистой) поверхностью металла обычно находится слой его оксидов, имеющий толщину нескольких ангстремов (1 A =  $10^{-8}$  см).

При наплавке рабочего слоя наличие адсорбшионных слоев не оказывает значительного влияния на прочность соединения, так как они в процессе протекающих металлургических реакций переходят в шлак и частично смешиваются с металлом основной части.

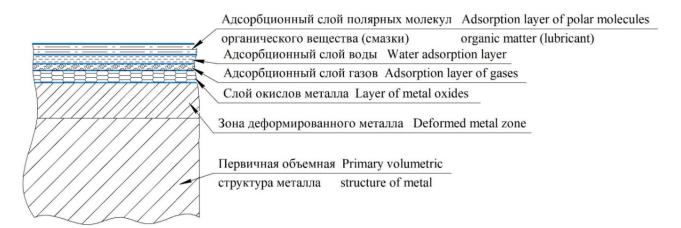


Рис. 1. Расположение основных адсорбционных слоев на поверхности технического металла Fig. 1. Location of the main adsorption layers on the surface of technical metal

При деформационном соединении (до или в процессе) их удаление или значительное дробление до смешивания с соединяемыми металлами является одним из главных условий для развития нормальных химических связей в зоне контакта кристаллических решеток соединяемых материалов.

Решение данной проблемы является важным аспектом при разработке геометрии составной заготовки, подготовке соединяемых поверхностей, защите от окисления в процессе нагрева заготовки технологических схем выдавливания.

Главным преимуществом деформационного соединения является отказ от припоев, флюсов и ограничений по соотношению толщин соединяемых частей разнообразных металлических материалов.

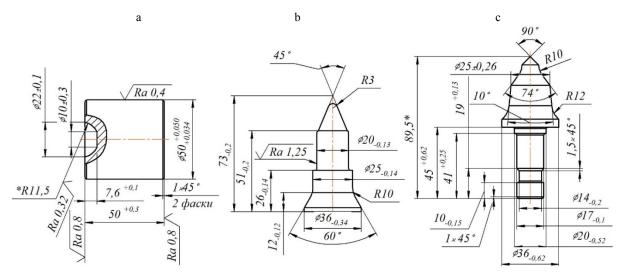
#### Лабораторные технологии скоростного горячего выдавливания

В Белорусском национальном техническом университете на базе научно-исследовательских лабораторий кафедры «Машины и технологии обработки металлов давлением» и ка-«Гидротехническое, энергетическое строительство, водный транспорт и гидравлика» разработаны лабораторные технологии СГВ типовых биметаллических полуфабрикатов деталей штамповой оснастки с формообразующими полостями, стержневых деталей и тангенциальных резцов, применяемых для разрушения горных пород и снятия дорожного полотна. Данные техпроцессы отражают основные механизмы получения биметаллического соединения при различных схемах деформирования.

При разработке лабораторных технологий СГВ биметаллических полуфабрикатов в качестве деталей-представителей были выбраны вставка пуансона из номенклатуры инструментально-штампового производства для метизного цеха ОАО «МАЗ» (рис. 2a), прошивной пуансон из номенклатуры инструментального производства ОАО «МАЗ» для кузнечного цеха (рис. 2b) и тангенциальный резец фирмы Wirtgen W6/20 (рис. 2c).

Отработка лабораторных технологий СГВ проводилась на горизонтальной установке с использованием разъемных конических полуматриц 1, которые за счет своей конической формы фиксировались в штампе 2 (рис. 3).

Штамп состоит из обоймы 3, которая имеет ответную коническую поверхность полуматриц 1. Для увеличения прочности обоймы 3 она усилена бандажами 4 и 5, причем бандаж 5 имеет фланец для крепления к плите 6 штампа 2 прижимным кольцом 7 и далее к шаботной плите 8 горизонтальной установки посредством болтов 9. Также в штампе 2 предусмотрен торцовый упор 10, предохраняющий плиту 6 от смятия. В нижней плите 6 и шаботной плите 8 предусмотрено отверстие для выталкивателя при извлечении полуматриц 1. Для передачи деформирующего усилия служит промежуточный пуансон 11 посредством ударника 12, разгоняемого до требуемой начальной скорости  $v_0$ в стволе горизонтальной установки.



*Puc.* 2. Детали-представители: а – вставка пуансона; b – прошивной пуансон; c – тангенциальный резец *Fig.* 2. Representative products: a – punch insert; b – piercing punch; c – tangential pick

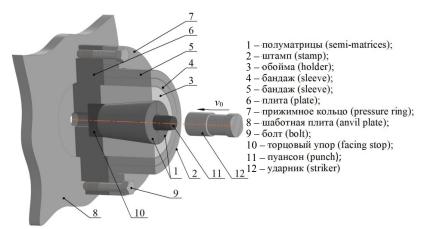


Рис. 3. Штамп для скоростного горячего выдавливания

Fig. 3. Stamp for high-speed hot extrusion

Описание устройства горизонтальной установки и внешний вид штамповой оснастки подробно приведены в работах [5, 6].

При разработке геометрии составных заготовок использовали экспериментальные исследования на свинцовых образцах методом координатной сетки, чтобы определить зоны интенсивного пластического течения, потому что качественное биметаллическое соединение образуется при совместном пластическом течении на границе раздела двух материалов. Уточнение размеров и формы частей составных заготовок производили при помощи компьютерного моделирования в программном комплексе DEFORM-3D.

Детальные вычислительные экспериментальные исследования при помощи компью-

терного моделирования представлены в работах [7-10].

Составные заготовки изготавливались резанием на токарном станке из прутков одной поставки. Контактные поверхности подвергались зачистке наждачной бумагой и протирке этиловым спиртом. Составные части заготовки соединялись путем запрессовки с натягом.

Нагрев составных заготовок осуществляли в тигле с порошкообразным древесным углем для защиты от образования окалины и обезуглероживания поверхностного слоя сталей. В качестве нагревательного устройства использовали электрическую камерную печь СНОЛ-2УМ. Время нагрева выбирали, исходя из равномерного нагрева составной заготовки

по всему объему (1 мин на 1 мм диаметра заготовки). Рабочая температура контролировалась с помощью платино-родиевой термопары ТПРТ 01.01-000-В3-Н-К799-4-320, соединенной с микропроцессорным измерителем-регулятором ТРМ-101. Она составляла  $T_{\rm п.п}=1200~{\rm ^{\circ}C}$ , соответственно с учетом подстывания заготовки при переносе в штамп температура начала деформирования составляла  $T_{\rm L}=1150~{\rm ^{\circ}C}$  [5, 6].

Начальная скорость деформирования при скоростном горячем выдавливании фиксировалась с применением акустической методики, которая описана в работе [11].

Для получения биметаллических полуфабрикатов для детали «вставка пуансона» в качестве рабочей части составной заготовки использовали высоколегированную сталь X12MФ, а в качестве материала основы — конструкционную сталь 40X.

На рис. 4 показана схема деформирования для СГВ деталей «вставка пунсона».

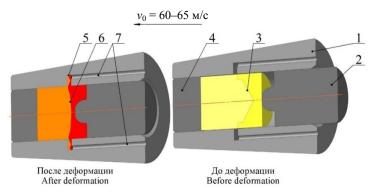
Режим СГВ осуществлялся в диапазоне начальных скоростей деформирования  $v_0 = 60$ —65 m/c.

Полуматрицы 1 выполнялись с цилиндрическим сквозным отверстием по диаметру детали «вставка пуансона» с учетом припуска под последующую шлифовку. Кроме того, в полуматрицах выполнена кольцевая проточка 5, которая как минимум в 2 раза превышает исходную площадь поперечного сечения заготовки, а также газоотводящие каналы 7, которые с учетом схемы закрытой штамповки служат для удаления воздуха из зоны деформирования и соответственно снижения деформирования и соответственно снижения деформирования

мирующего усилия. Формообразующий пуансон 2 изготавливался по скользящей посадке относительно отверстия полуматриц 1, а часть пуансона для формообразования полости выполнялась по размерам полости согласно чертежу (рис. 2 а). Подпор 4 служит для установки составной заготовки 3 в положение, обеспечивающее совместное затекание частей заготовки в кольцевую проточку 5 при формообразовании биметаллического полуфабриката 6.

Процесс СГВ осуществляется в такой последовательности. После сборки штампа нагретая до  $T_{\rm д}=1150~{\rm ^{\circ}C}$  составная заготовка 3 загружается в матричную полость полуматриц 1, затем помещается в матричную полость формообразующий пуансон 2, которому ударником (рис. 3, поз. 12), разогнанным в стволе горизонтальной установки (на рисунках не показана) до скорости  $v_0=60$ –65 м/с, сообщается энергия, обеспечивающая высокоскоростную деформацию составной заготовки 3.

Стадия разгона при высокоскоростной деформации сопровождается выдавливанием формообразующей полости в верхней части составной заготовки и распрессовкой составной заготовки 3 в матричной полости до начала затекания в кольцевую проточку 5. Далее следует стадия торможения, которой соответствует радиальное совместное пластическое течение объемов металла на поверхностях контакта двух частей составной заготовки 3 в кольцевую проточку 5, в результате чего формируется биметаллическое соединение между двумя частями заготовки с формообразованием биметаллического полуфабриката 6 [1, 5].



 $Puc.\ 4.$  Схема деформирования для скоростного горячего выдавливания биметаллических полуфабрикатов детали «вставка пунсона»: 1 – полуматрица; 2 – формообразующий пуансон; 3 – составная заготовка; 4 – подпор; 5 – кольцевая проточка; 6 – биметаллический полуфабрикат; 7 – газоотводящие каналы

Fig. 4. Deformation scheme for high-speed hot extrusion of bimetallic semi-finished products of the "tangential pick" part: 1 – semi-matrix; 2 – forming punch; 3 – composite billet; 4 – support; 5 – ring groove; 6 – bimetallic semi-finished product; 7 – exhaust gas channels

Для получения биметаллических полуфабрикатов для детали «прошивной пуансон» в качестве рабочей части составной заготовки использовали легированную сталь 5ХНМ, а в качестве материала основы — конструкционную сталь 40Х.

На рис. 5 показана схема деформирования для СГВ деталей «прошивной пуансон».

Режим СГВ осуществлялся в диапазоне начальных скоростей деформирования  $v_0 = 75-80 \text{ м/c}.$ 

Полуматрицы 1 выполнялись с цилиндрической приемной частью по диаметру составной заготовки 3 и формообразующей матричной полостью согласно чертежу (рис. 2b) с учетом припусков под шлифовку. Также в донной части выполнен газоотводящий канал 5 для удаления воздуха из зоны деформирования. Мастер-пуансон 2 изготавливался по скользящей посадке относительно приемного отверстия полуматриц 1.

Процесс СГВ осуществляется в такой последовательности. После сборки штампа нагретая до  $T_{\rm Д}=1150$  °C составная заготовка 3 загружается в приемное отверстие полуматриц 1, а затем мастер-пуансон 2, которому ударником (рис. 3, поз. 12), разогнанным в стволе горизонтальной установки (на рисунках не показана) до скорости  $v_0=75$ –80 м/с, сообщается энергия, обеспечивающая высокоскоростную деформацию составной заготовки 3.

Стадия разгона при высокоскоростной деформации сопровождается распрессовкой составной заготовки 3 в приемном отверстии полуматриц 1 и выдавливанием конического участка биметаллического полуфабриката 4.

Далее следует стадия торможения, которой соответствует прямое совместное пластическое течение объемов металла на поверхностях контакта двух частей составной заготовки 3 до заполнения оставшегося объема матричной полости, в результате чего формируется биметаллическое соединение между двумя частями заготовки с формообразованием биметаллического полуфабриката 4 [2, 6].

Для получения биметаллических полуфабрикатов для детали «тангенциальный резец» в качестве рабочей части составной заготовки использовали легированную сталь ШХ 15, а в качестве материала основы — конструкционную сталь 65Г.

На рис. 6 показана схема деформирования для СГВ деталей «тангенциальный резец».

Режим СГВ осуществлялся в диапазоне начальных скоростей деформирования  $v_0 = 85-90 \text{ м/c}.$ 

Полуматрицы 1 выполнялись с цилиндрической приемной частью по диаметру составной заготовки 3 и формообразующей матричной полостью согласно чертежу (рис. 2с) с учетом припусков под шлифовку. Также в донной части выполнен газоотводящий канал 5 для удаления воздуха из зоны деформирования. Формообразующий пуансон 2 изготавливался по скользящей посадке относительно приемного отверстия полуматриц 1 с внутренним отверстием под формообразование хвостовика детали «тангенциальный резец» согласно чертежу (рис. 2с) с учетом припусков под шлифовку, также выполнен газоотводящий канал 6 для удаления воздуха из зоны деформирования.

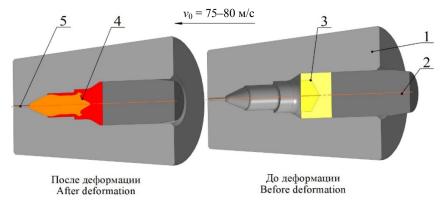


Рис. 5. Схема деформирования для скоростного горячего выдавливания биметаллических полуфабрикатов детали «прошивной пуансон»: 1 — полуматрица; 2 — мастер-пуансон; 3 — составная заготовка; 4 — биметаллический полуфабрикат; 5 — газоотводящий канал

Fig. 5. Deformation scheme for high-speed hot extrusion of bimetallic semi-finished products of the "piercing punch" part: 1 – semi-matrix; 2 – master-punch; 3 – composite billet; 4 – bimetallic semi-finished product; 5 – exhaust gas channel

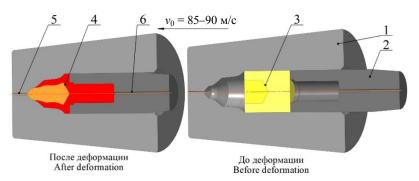


Рис. 6. Схема деформирования для скоростного горячего выдавливания биметаллических полуфабрикатов детали «тангенциальный резец»: 1 – полуматрица; 2 – формообразующий пуансон; 3 – составная заготовка; 4 – биметаллический полуфабрикат; 5, 6 – газоотводящие каналы

Fig. 6. Deformation scheme for high-speed hot extrusion of bimetallic semi-finished products of the "tangential pick" part: 1 – semi-matrix; 2 – forming punch; 3 – composite billet; 4 – bimetallic semi-finished product; 5, 6 – exhaust gas channels

Процесс СГВ осуществляется в такой последовательности. После сборки штампа нагретая до  $T_{\rm Д}$  = 1150 °C составная заготовка 3 загружается в приемное отверстие полуматриц 1, а затем формообразующий пуансон 2, которому ударником (рис. 3, поз. 12), разогнанным в стволе горизонтальной установки (на рисунках не показана) до скорости  $v_0 = 85-90$  м/с, сообщается энергия, обеспечивающая высокоскоростную деформацию составной заготовки 3.

Стадия разгона при высокоскоростной деформации сопровождается распрессовкой составной заготовки 3 в приемном отверстии полуматриц 1 и прямым выдавливанием в матричную полость при совместном пластическом течении объемов металла на поверхностях контакта двух частей составной заготовки 3 с формированием биметаллического соединения и началом затекания в отверстие формообразующего пуансона 2. Далее следует стадия торможения, которой соответствует обратное выдавливание хвостовой части биметаллического полуфабриката 4 и окончательное его формообразование [3, 12].

На рис. 7 представлены фото шлифов поковок и обработанных деталей-представителей.

#### Исследования микроструктуры и микротвердости

Для качественной оценки полученного соединения биметаллических полуфабрикатов и структурно-фазовых превращений в процессе высокоскоростного воздействия полученные шлифы поковок исследовались путем анализа их микроструктуры и микротвердости.

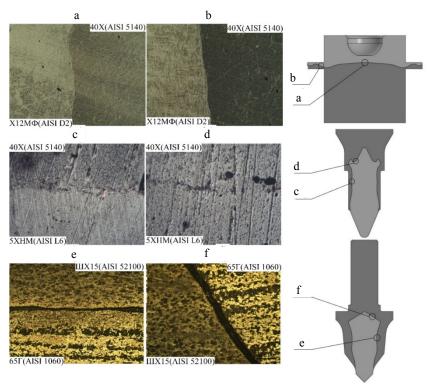
Качество соединения компонентов биметаллических полуфабрикатов определяется зоной соединения, которая включает в себя как поверхность контакта, так и прилегающие к ней области соединяемых сталей.

Анализ микроструктуры проводили с применением металлографического микроскопа «Альтами» МЕТ 1М.

На рис. 8 представлены микроструктуры зоны соединения биметаллических полуфабрикатов.



Рис. 7. Детали-представители и их шлифы: а – вставка пуансона; b – прошивной пуансон; с – тангенциальный резец Fig. 7. Representative products and their sections: a – punch insert; b – piercing punch; c – tangential pick



Puc.~8.~ Микроструктура в зоне биметаллического соединения полуфабрикатов деталей-представителей ( $\times~400$ ): а, b – вставка пуансона; c, d – прошивной пуансон; e, f – тангенциальный резец Fig.~8.~ Microstructure in the zone of bimetallic connection of semi-finished products of representative parts ( $\times~400$ ):

a, b – punch insert; c, d – piercing punch; e, f – tangential pick

Проведенные экспериментальные исследования при разработке лабораторных технологий СГВ показали, что степень наличия неметаллических включений на границе раздела компонентов биметаллических полуфабрикатов зависит от степени и температуры горячей пластической деформации, а также схемы деформирования. Кроме того, установлено, что, несмотря на кратковременность протекающих деформационных процессов, в зоне соединения развивается диффузионное взаимодействие с образованием сплава, отличного от обеих сталей. Данное явление, очевидно, объясняется установлением полного физического контакта с развитием нормальных химических связей на границе раздела при совместном пластическом течении, сопровождающемся разрушением окисных пленок с обнажением ювенильных поверхностей и выраженным тепловым эффектом благодаря адиабатному протеканию процесса за счет высоких скоростей деформирования, а также режиму закрытой штамповки, который обеспечивает схему неравномер-

ного всестороннего сжатия на стадии торможения.

Так, соединение, полученное при выдавливании биметаллического полуфабриката детали «вставка пуансона», имеет выделяющуюся светлую границу раздела, которая практически не содержит неметаллических включений по всей зоне соединения (рис. 8а, b), так как разрушенные оксидные пленки раздроблены и вынесены в кольцевую проточку 5 (рис. 4). Коэффициент вытяжки при радиальном выдавливании в кольцевую проточку составлял  $\lambda = 3,125$ . Наличие светлой границы раздела объясняется значительной диффузией хрома от стали X12МФ к стали 40X с образованием карбидов хрома в зоне соединения.

При выдавливании биметаллического полуфабриката детали «прошивной пуансон» зона соединения не имеет ярко выраженной границы раздела, так как соединяемые стали 40Х и 5ХНМ имеют близкий химический состав по содержанию углерода и низкий процент легирующих элементов (рис. 8c, d). Граница раздела (рис. 8c) имеет незначительное

количество неметаллических включений, но в основном они измельчены, растворены и равномерно распределены в зоне соединения за счет значительных степеней деформации при совместном пластическом течении (коэффициент вытяжки  $\lambda = 3,24$ ). На границе раздела соединения в торцевой части (рис. 8d) наблюдаются конгломераты неметаллических включений, так как здесь при деформации формируется застойная зона и неметаллические включения не имеют возможности дробиться.

При выдавливании биметаллического полуфабриката детали «тангенциальный резец» зона соединения имеет резко выраженную темную границу раздела, что, очевидно, связано с активной взаимной диффузией углерода сталей ШХ 15 и 65Г с образованием карбидной ликвации в зоне соединения (рис. 8e, f), а также наличием некоторого количества неметаллических включений вследствие того, что зона соединения (рис. 8е) в сравнении с двумя предыдущими полуфабрикатами имеет более широкую границу раздела, что объясняется меньшими степенями деформации при совместном пластическом течении (коэффициент вытяжки  $\lambda = 2.0$ ). На границе раздела в торцовой части (рис. 8f) помимо застойной зоны при прямом выдавливании также действуют растягивающие напряжения при формообразовании хвостовика обратным выдавливанием, поэтому здесь не формируется качественное биметаллическое соединение. В связи с этим размеры рабочей вставки составной заготовки путем компьютерного моделирования в DEFORM-3D подбирались так, чтобы при совместном пластическом течении получить конусообразную сопрягаемую поверхность, которая дополнительно формирует «замковое» соединение между рабочей вставкой и основой биметаллического полуфабриката (рис. 6, поз. 4).

Измерение микротвердости в зоне соединения и прилегающих к ней слоев разнородных сталей (рис. 8а, с, е) производили на цифровом микротвердомере AFFRI MVDM8 с нагрузкой P = 0.981 H (100 г) в соответствии с ГОСТ 9450-76. Погрешность измерений согласно паспортным данным прибора не превышает 3 %.

На рис. 9 представлены графики распределения микротвердости в зоне биметаллического соединения (рис. 8a, c, e).

Все три образца имеют общую характерную зависимость распределения микротвердости в зоне соединения, которая свидетельствуют о том, что диффузия углерода интенсивнее протекает от менее легированной к более легированной стали. Так, в окрестностях границы раздела сталей порядка 200 мкм со стороны рабочей вставки наблюдается зона повышенной твердости, а со стороны основы - зона обезуглероживания (рис. 9). Данное явление объясняется тем, что легирующие элементы под воздействием высокой температуры деформации (1100-1200 °C) являются более карбидообразующими элементами, чем железо, и поэтому диффузия углерода в биметаллических образцах происходит против градиента его концентрации в стали 40Х против сталей Х12МФ и 5ХНМ, а в случае композиции 65Г и ШХ15 определяющим является легирование хромом, который является более активным карбидообразующим элементом в сравнении с марганцем.

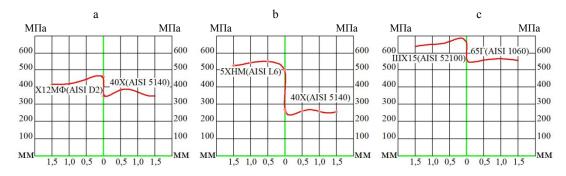


Рис. 9. Микротвердость в зоне биметаллического соединения полуфабрикатов деталей-представителей: а – вставка пуансона; b – прошивной пуансон; с – тангенциальный резец

Fig. 9. Microhardness in the zone of bimetallic connection of semi-finished products of representative parts: a – punch insert; b – piercing punch; c – tangential pick

Обезуглероженная зона сталей 40X и 65Г, образующаяся в результате миграции углерода, имеет различную микротвердость, что выражается в некотором повышении микротвердости по мере удаления от границы раздела с последующим выравниванием ее значений. Очевидно, это является следствием упрочнения в зоне наиболее интенсивного пластического течения, вызывающего дополнительное повышение плотности дислокаций на границах зерен и субзерен в результате двойникования. Аналогично изменяется и микротвердость сталей X12МФ, 5ХНМ и ШХ15 в зоне, прилегающей к границе раздела.

#### выводы

- 1. Разработаны лабораторные технологии получения биметаллических полуфабрикатов для деталей-представителей «вставка пуансона» с композицией сталей  $40X + X12M\Phi$ , «прошивной пуансон» с композицией 40X + 5XHM и «тангенциальный резец» с композицией  $65\Gamma + IIIX15$ .
- 2. В результате экспериментальных исследований установлена возможность формирования биметаллического соединения при скоростном выдавливании в диапазоне начальных скоростей деформирования в  $v_0=60$ –90 м/с и температуре деформирования составной заготовки  $T_{\rm д}=1150$  °C при различных степенях деформации  $\lambda=2$ –3,24.
- 3. Исследования микроструктуры и сопоставление степени загрязненности неметаллическими включениями вдоль границы раздела компонентов биметаллических образцов, полученных при различных степенях и температурах скоростного горячего выдавливания в зоне соединения, показали, что с повышением степени деформации и температуры в зоне соединения благодаря тепловому эффекту включения в горячей зоне измельчаются и перераспределяются практически до полного растворения в металлической матрице.
- 4. Исследования микротвердости в зоне соединения позволили установить общую характерную зависимость, свидетельствующую о протекающих диффузионных процессах с перераспределением концентрации углерода и легирующих элементов в окрестности границы раздела разнородных сталей и увеличением плотности дислокаций в результате двойникования при скоростном деформировании.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кудин, М. В. Анализ процесса скоростного ударного выдавливания полостей формообразующих деталей штамповой оснастки / М. В. Кудин, И. В. Качанов, С. А. Ленкевич // Металлургия: респ. межведом. сб. науч. тр.: в 2 ч. / редкол.: В. И. Тимошпольский (гл. ред) [и др.]. Минск: БНТУ, 2013. Вып. 34, ч. 1. С. 201–209.
- 2. Качанов, И. В. Оптимизация режима нагружения при скоростном ударном выдавливании биметаллических плоскоступенчатых стержневых изделий / И. В. Качанов, В. В. Власов // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фізіка-тэхнічных навук. 2018. Т. 63, № 1. С. 43–52. https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-43-52.
- 3. Быков, К. Ю. Силовой режим скоростного комбинированного выдавливания плоских биметаллических дорожных резцов / К. Ю. Быков, И. В. Качанов, И. М. Шаталов // Наука и техника. 2021. № 4. С. 287–295. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-4-287-295.
- Сварочные процессы и оборудование: учеб. пособие / В. А. Ленивкин, Д. В. Кисилев, В. А. Софьяников, А. И. Никашин. Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2015. 178 с.
- 5. Качанов, И. В. Ресурсосберегающая технология получения биметаллических формообразующих деталей «вставка пуансона» скоростным горячим выдавливанием / И. В. Качанов, М. В. Кудин, С. А. Ленкевич // Современные методы и технологии создания и обработки материалов: сб. науч. тр.: в 3 кн. / Минск: ФТИ НАН Беларуси, 2014. Кн. 2: Технологии и оборудование механической и физико-технической обработки. С. 160–169.
- 6. Качанов, И. В. Ресурсосберегающая технология скоростного горячего выдавливания биметаллического стержневого инструмента / И. В. Качанов, В. Н. Шарий, В. В. Власов // Наука и техника. 2016. № 1. С. 3–8.
- Компьютерное моделирование ресурсосберегающей технологии скоростного горячего выдавливания биметаллического инструмента / И. В. Качанов, В. В. Власов, С. А. Ленкевич, А. А. Рубченя // Тенденции интеграции образования, науки и бизнеса: сб. материалов Белорусско-Литовской биржи деловых контактов, 27–28 нояб. 2014 г. Минск: БНТУ, 2014. С. 61–63.
- Качанов, И. В. Компьютерное моделирование в Deform-3D для анализа пластического течения при скоростном горячем выдавливании биметаллических формообразующих деталей штамповой оснастки / И. В. Качанов, М. В. Кудин, С. А. Ленкевич // Наука и техника. 2015. № 1. С. 20–25.
- 9. Качанов, И. В. Моделирование процесса скоростного выдавливания биметаллических резцов для дорожных машин в среде программы DEFORM-3D / И. В. Качанов, И. М. Шаталов, А. А. Рубченя // Наука и техника. 2018. № 3. С. 198–203. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-3-198-203.
- 10. Быков, К. Ю. Влияние размеров исходной металлической вставки на геометрические параметры биметаллического соединения при выдавливании дорожных резцов / К. Ю. Быков, И. В. Качанов, С. А. Ленкевич //

- Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. Минск: БНТУ, 2022. Вып. 37. С. 144-152.
- 11. Акустическая методика регистрации начальной скорости деформирования при высокоскоростной штамповке стержневых изделий / К. Ю. Быков, И. В. Качанов, С. А. Ленкевич, В. В. Власов // Наука и техника. 2023. № 1. C. 20–26. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2023-22-1-20-26.
- 12. Влияние начальной скорости деформирования на качество биметаллических резцов, полученных скоростным комбинированным выдавливанием / К. Ю. Быков И. В. Качанов, С. А. Ленкевич, И. М. Шаталов // Инновационные технологии, автоматизация и мехатроника в машино- и приборостроении: материалы XII Междунар. науч.-практ. конф. (Минск, 13 марта 2024 г.): в рамках выставки «Автоматизация, электроника -2024» / редкол.: А. Р. Околов (гл. ред.) [и др.]; сост. А. Н. Дербан. Минск: БНТУ, 2024. С. 29-30. URL: https://rep.bntu.by/handle/data/142305.

Поступила 11.01.2024 Подписана в печать 14.03.2024 Опубликована онлайн 31.05.2024

#### REFERENCES

- 1. Kudin M. V., Kachanov I. V., Lenkevich S. A. (2013) Analysis of the Process pf High-Speed Impact Extrusion of Cavities of Forming Parts of Stamping Equipment. Metallurgiya: resp. mezhvedom. sb. nauch. tr. [Metallurgy: Republican Interdepartmental Collection of Scientific Papers]. Minsk, Belarusian National Technical University, Iss. 34, Part 1, 201-209 (in Russian).
- 2. Kachanov I. V., Vlasov V. V. (2018) Loading Regime Optimization for High-Speed Impact Extrusion of Bimetallic Flat-Step Rod Products. Vestsi Natsyyanal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnych navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series, 63 (1), 43-52. https://doi.org/10.29235/1561-8358-2018-63-1-43-52 (in Russian).
- 3. Bykov K. Y., Kachanov I. V., Shatalov I. M. (2021) Power Mode of High-Speed Combined Extrusion of Flat Bimetallic Road Milling Picks. Nauka i Tehnika = Science & Technique, 20 (4), 287-295 (in Russian). https://doi. org/10.21122/2227-1031-2021-20-4-287-295.
- 4. Lenivkin V. A., Kisilev D. V., Sofyanikov V. A., Nikashin A. I. (2015) Welding Processes and Equipment. Rostov on Don, Publishing Center of Don State Technical University. 178 (in Russian).
- 5. Kachanov I. V., Kudin M. V., Lenkevich S. A. (2014) Resource-Saving Technology for Producing Bimetallic Forming Parts "Punch Insertion" by High-Speed Hot Extrusion. Sovremennye metody i tekhnologii sozdaniya i obrabotki materialov: sb. nauch. tr. Kn. 2: Tekhnologii i oborudovanie mekhanicheskoi i fiziko-tekhnicheskoi obrabotki [Modern Methods and Technologies for the Creation and Processing of Materials: Collection of Scientific Papers. Book 2: Technologies and Equipment for Mechanical and Physical-Technical Processing]. Minsk,

- Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, 160-169 (in Russian).
- 6. Kachanov I. V., Shary V. N., Vlasov V. V. (2016) Resource-Saving Technology for High-Speed Hot Extrusion of Bimetallic Rod Parts. Nauka i Tehnika = Science & *Technique*. 15 (1), 3–8 (in Russian)
- 7. Kachanov I. V., Vlasov V. V., Lenkevich S. A., Rubchenya A. A. (2014) Computer Modeling of Resource-Saving Technology of High-Speed Hot Rxtrusion of Bimetallic Tool. Tendentsii integratsii obrazovaniya, nauki i biznesa: sb. materialov Belorussko-Litovskoi birzhi delovykh kontaktov, 27-28 novab. 2014 g. [Trends in the Integration of Education, Science and Business: Collection of Materials of the Belarusian-Lithuanian Business Contacts Exchange, November 27-28, 2014]. Minsk, Belarusian National Technical University, 61-63 (in Rus-
- 8. Kachanov I. V., Kudin M. V., Lenkevich S. A. (2015) Computer Modeling in Deform-3D for Analysis of Plastic Flow in High-Speed Hot Extrusion of Bimetallic Formative Parts of Die Tooling. Nauka i Tehnika = Science & Technique, (1), 20-25 (in Russian).
- 9. Kachanov I. V., Shatalov I. M., Roubchenya A. A. (2018) Modeling of High-Speed Extrusion Process for Bimetal Milling Picks of Road Milling Machines in Deform-3D Software Environment. Nauka i Tehnika = Science & Technique, 17 (3), 198-203. https://doi.org/10. 21122/2227-1031-2018-17-3-198-203 (in Russian).
- 10. Bykov K. Yu., Kachanov I. V., Lenkevich S. A. (2022) The Influence of the Dimensions of the Initial Metal Insert on the Geometric Parameters of the Bimetallic Connection When Extruding Road Cutters. Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika: mezhdunar. nauch.- tekhn. sb. [Theoretical and Applied Mechanics: International Scientific and Technical Collection]. Minsk, Belarusian National Technical University, Iss. 37, 144-152 (in Rus-
- 11. Bykov K. Yu., Kachanov I. V., Lenkevich S. A., Vlasov V. V. (2023) Acoustic Method for Recording Initial Deformation Rate at High-Speed Forging of Rod Products. Nauka i Tehnika = Science and Technique, 22 (1), 20–26. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2023-22-1-20-26 (in Russian).
- 12. Bykov K. Yu., Kachanov I. V., Lenkevich S. A., Shatalov I. M. (2024) The Influence of the Initial Deformation Rate on the Quality of Bimetallic Cutters Obtained by High-Speed Combined Extrusion. Innovatsionnye tekhnologii, avtomatizatsiya i mekhatronika v mashino- i priborostroenii: materialy KhII mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Minsk, 13 marta 2024 g.) [Innovative Technologies, Automation and Mechatronics in Mechanical Engineering and Instrument Making: Proceedings of the 12th International Scientific and Practical Conferenceи (Minsk, March 13, 2024)]. Minsk, Belarusian National Technical University, 29-30. Available at: https://rep.bntu.by/hand le/data/142305 (in Russian).

Received: 11.01.2024 Accepted: 14.03.2024 Published online: 31.05.2024

**Наука** итехника. Т. 24, № 3 (2025) https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-204-216

УДК 621.91.01/621.914.22

# Влияние угла наклона режущей кромки вращающегося инструмента на силу резания при скоростной обработке сложнопрофильных поверхностей деталей на станках с ЧПУ

Докт. техн. наук, проф. Н. Н. Попо $\kappa^{1}$ , инж. В. С. Анисимов<sup>1</sup>

1)Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой (Новополоцк, Республика Беларусь)

Реферат. Целью работы является повышение производительности обработки сложнопрофильных поверхностей деталей на станках с ЧПУ. Для достижения поставленной цели решается задача исследования составляющих сил резания при обработке заготовок вращающимся инструментом с крутонаклонной режущей кромкой на различных режимах резания. Применяются теоретический и экспериментальный методы исследований. В результате теоретических исследований получены формулы для расчета нормальной силы резания при обработке плоской поверхности вращающейся детали концевой фрезой, учитывающие влияние угла наклона режущей кромки и соотношения составляющих силы резания. Установлен диапазон изменения угла наклона режущей кромки, обеспечивающий снижение силы резания. Для проверки теоретических зависимостей проведены экспериментальные исследования составляющих силы резания при обработке заготовки из алюминиевого сплава Д16Т концевыми фрезами различных фирмпроизводителей. С использованием специального программно-измерительного комплекса получены осциллограммы амплитудных изменений составляющих силы резания при различных значениях глубины резания и врезания, подачи на зуб и скорости резания. Установлены зависимости влияния угла наклона режущей кромки на силу резания, подтверждающие результаты теоретических исследований. Определены значения поправочных коэффициентов на скорость резания, учитывающие угол наклона режущей кромки инструмента и свойства обрабатываемого материала, что позволяет корректировать значения скорости резания и обеспечить повышение производительности обработки до двух раз.

**Ключевые слова:** сложнопрофильная поверхность, деталь, концевая фреза, угол наклона режущей кромки, сила резания, мощность привода, производительность, станок с ЧПУ

Для цитирования: Попок, Н. Н. Влияние угла наклона режущей кромки вращающегося инструмента на силу резания при скоростной обработке сложнопрофильных поверхностей деталей на станках с ЧПУ / Н. Н. Попок, В. С. Анисимов // Наука и техника. 2025. Т. 24, № 3. С. 204–216. https://doi.org/ 10.21122/2227-1031-2025-24-3-204-216

# Effect of the Angle of Inclination of the Cutting Edge of a Rotating Tool on the Cutting Force during High-Speed Machining of Complex-Profile Surfaces of Parts on CNC Machines

N. N. Popok<sup>1)</sup>, V. S. Anisimov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk (Novopolotsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** The aim of the work is to increase the productivity of processing complex-profile surfaces of parts on CNC machines. To achieve this goal, the task of studying the components of cutting forces when processing workpieces with a rotating tool with a steeply inclined cutting edge in various cutting modes is solved. Theoretical and experimental research methods are used. As a result of theoretical research, formulas have been obtained for calculating the normal cutting force when

#### Адрес для переписки

Попок Николай Николаевич Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой ул. Блохина, 29, 211440, г. Новополоцк, Республика Беларусь Тел.: + 375 29 596-08-39 n.popok@psu.by

#### Address for correspondence

Popok Nikolay N. Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk 29, Blokhin str., 211440, Novopolotsk, Republic of Belarus Тел.: + 375 29 596-08-39 n.popok@psu.by processing a flat surface of a rotating part with an end mill, taking into account the influence of the angle of inclination of the cutting edge and the ratio of the components of the cutting force. The range of change in the angle of inclination of the cutting edge is set, which reduces the cutting force. To verify theoretical dependencies, experimental studies of the components of the cutting force were carried out when processing a billet made of aluminum alloy D16T with end mills from various manufacturers. Using a special software and measuring complex, oscillograms of amplitude changes in the components of the cutting force at different values of cutting depth and embedding, feed to the tooth and cutting speed were obtained. The dependences of the influence of the cutting edge inclination angle on the cutting force are established, confirming the results of theoretical studies. The values of the correction coefficients for the cutting speed are determined, taking into account the angle of inclination of the cutting edge of the tool and the properties of the processed material, which allows to adjust the values of the cutting speed and ensure an increase in processing productivity up to two times.

Keywords: complex profile surface, part, end mill, angle of inclination of the cutting edge, cutting force, drive power, productivity, CNC machine

**For citation:** Popok N. N., Anisimov V. S. (2025) Effect of the Angle of Inclination of the Cutting Edge of a Rotating Tool on the Cutting Force during High-Speed Machining of Complex-Profile Surfaces of Parts on CNC Machines. *Science and Technique*. 24 (3), 204–216. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-204-216 (in Russian)

#### Введение

При механической обработке сложнопрофильных поверхностей деталей большое значение имеют величины силы резания, совершаемой при этом работы и потребляемой мощности приводами станка. Особенно актуален учет этих параметров при обработке на станках с ЧПУ, для которых характерен нестационарный процесс резания с изменяющимися во времени кинематическими и динамическими показателями. Как правило, современные станки с ЧПУ позволяют фиксировать мощность в процессе резания и корректировать элементы режима резания. Дополнительные возможности по управлению процессом резания обеспечивает применение режущих инструментов с крутонаклонной режущей кромкой, совершающей касательное движение к обрабатываемой поверхности [1]. Влияние изменения угла наклона режущей кромки за счет кинематических особенностей обработки деталей, форма которых сочетает цилиндрические, конические, сферические, плоские и криволинейные поверхности вращающимся инструментом (фрезой), на динамические характеристики процесса резания в настоящее время изучено недостаточно. Результаты рассмотренных ниже исследований положены в основу совершенствования и развития обработки сложнопрофильных поверхностей деталей вращающимся инструментом, реализуемой на современных трех- и пятиосевых станках с ЧПУ.

#### Основная часть

Согласно методике, изложенной в [2], определим нормальную силу N, силу трения F и ее составляющие  $F_N$  и  $F_T$  для схемы обработ-

ки плоской поверхности вращающейся детали вращающимся инструментом (рис. 1).

Часть главной составляющей силы резания  $P_Z$ 

$$P_Z' = P_Z - F_{1Z}. (1)$$

Часть силы подачи  $P_X$ 

$$P_X' = P_X - N_1. {2}$$

Вспомогательный угол 9

$$tg\theta = \frac{P_Y}{P_Z}. (3)$$

Нормальная к режущей кромке сила  $N_{YZ}$ , действующая вдоль поверхности резания:

$$N_{YZ} = P_Z' \frac{\cos(\lambda - \theta)}{\cos \theta} \,. \tag{4}$$

Вспомогательный угол  $\theta$ 

$$tg\theta = \frac{P_X'}{N_{YZ}}. (5)$$

Нормальная к передней поверхности сила N

$$N = \frac{N_{YZ}}{\cos \theta} \cos(\theta + \gamma). \tag{6}$$

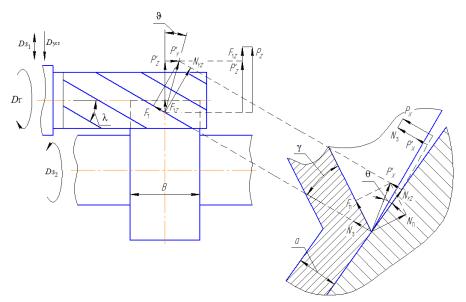
Нормальная сила трения  $F_N$ 

$$F_N = \frac{N_{YZ}}{\cos \theta} \sin(\theta + \gamma). \tag{7}$$

Касательная сила трения  $F_{\rm T}$ 

$$F_{\rm T} = P_{\rm Z}' \frac{\sin(\lambda - \vartheta)}{\cos \vartheta} \,. \tag{8}$$

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)



*Puc. 1.* Схема для определения нормальной силы и сил трения на передней поверхности инструмента с углом  $\lambda \neq 0$  *Fig. 1.* Diagram for determining the normal force and friction forces on the front surface of a tool with an angle  $\lambda \neq 0$ 

Угол между нормальной и полной силой трения η

$$tg\eta = \frac{F_{\rm T}}{F_{\scriptscriptstyle N}} \,. \tag{9}$$

Полная сила трения F

$$F = \frac{F_N}{\cos \eta} \,. \tag{10}$$

Средний коэффициент трения µ

$$\mu = \frac{F}{N}.\tag{11}$$

Определим величины характеристик процесса резания, входящих в формулы (1)-(11), для рассматриваемого случая обработки лыски (плоской поверхности) детали вращающимся инструментом (концевой фрезой). Примем, что ширина обрабатываемой поверхности (глубина резания) составляет 7 мм, глубина врезания 1 мм. Весь припуск снимается за один проход. Материал заготовки - сплав алюминия Д16T с  $\sigma_B$  = 440 МПа. В качестве режущего инструмента используется 4-зубая твердосплавная концевая фреза диаметром 10 мм, скорость резания принимается равной 250 м/мин. Зная исходные данные об обрабатываемом материале и режущем инструменте, рассчитывается главная составляющая силы резания  $P_Z$ по общепринятой формуле  $P_Z = C_{PZ}t^{x_{PZ}}s^{y_{PZ}} \times$  $\times v^{z_{PZ}} K_{PZ}$  [3].

При определении влияния угла наклона режущей кромки  $\lambda$  на процесс резания принимаются следующие значения составляющих силы резания:  $P_X = 0$  и  $P_Y = 0$ .

Результаты расчетов представлены в виде фрагмента графиков на рис. 2.

Если учитываются все три составляющие силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$  и  $P_Z$ , то, согласно формуле (3), изменяется положение результирующего вектора силы резания относительно режущей кромки инструмента. Это приводит к изменению угла 9. В свою очередь, угол 9, входящий в формулу (4), влияет на значение угла λ, уменьшая или увеличивая его. Это изменение  $\lambda$  в зависимости от заданных условий резания (в нашем случае  $\lambda = 0-27^{\circ}$ ) приводит к некоторому снижению нормальной силы N(рис. 2). Если учитывается только тангенциальная составляющая силы резания  $P_Z$ , которая имеет наибольшее значение по сравнению со значениями  $P_X$  и  $P_Y$ , то при  $\lambda = 0$  нормальная сила N имеет максимальное значение, которое по мере увеличения  $\lambda$  (от 0 до 90°) уменьшается до 0 (рис. 2).

Аналогичным образом анализируется влияние угла наклона режущей кромки на нормальную силу N по формуле (6), на нормальную и касательную силы трения — по (7) и (8) с учетом углов  $\theta$  (формула (5)) и  $\eta$  (формула (9)), а также на работу деформации, сдвига и трения.

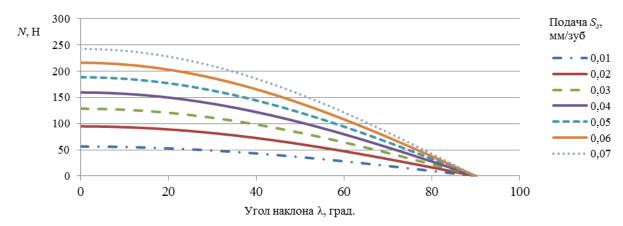


Рис. 2. Влияние угла наклона режущей кромки λ на нормальную силу резания при соотношении составляющих силы резания  $P_X = 0$  и  $P_Y = 0$ 

Fig. 2. Influence of the angle of cutting edge inclination angle  $\lambda$  on the normal cutting force at the ratio of the components of the cutting force  $P_X = 0$  and  $P_Y = 0$ 

Для проверки полученных теоретических формул и расчетных данных проведены экспериментальные исследования сил резания на вертикально-фрезерном станке с ЧПУ FANUC Robodril серии α-D21LiB. Технические характеристики станка: частота вращения шпинделя 10000 мин<sup>-1</sup>, программируемая рабочая подача 30000 мм/мин, мощность главного двигателя  $7.5 \text{ кВт, размеры рабочей зоны } 700 \times 400 \times 330 \text{ мм.}$ Форма заготовки – цилиндрическая, материал заготовки - сплав алюминия марки Д16Т. В качестве режущего инструмента используются концевые фрезы различных фирм, наименование и геометрические параметры которых представлены в табл. 1.

Измерение сил резания производится с использованием специального сконструированного и изготовленного в условиях научноисследовательской лаборатории программноизмерительного комплекса (ПИК), включающего (рис. 3): установочное приспособление фирмы System3R (Швеция); шасси обработки и регистрации данных фирмы National Instruments (США); функциональные модули сбора данных, с помощью которых осуществляются первичное преобразование и оцифровка данных с акселерометра, и тензометрический преобразователь фирмы National Instruments (США); шасси сбора данных, с помощью которого осуществляются передача оцифрованных данных на систему обработки и регистрация данных фирмы National Instruments (США); первичный тензометрический преобразователь. ПИК позволяет фиксировать силы резания в направлении осей X, Y, Z координатной системы станка.

Таблииа 1

#### Наименование и геометрические параметры концевых фрез Name and geometric parameters of end mills

Наименование фрезы	Радиус вершины (фаска), мм	Угол наклона главной режущей кромки лезвия фрезы $\lambda$ , град.	Задний угол α, град.	Угол наклона вспомогательной режущей кромки $\lambda_1$ , град.	Количество зубьев
USSHARP 10-R0.5-4F HRC 65	0,5	30°	9° ± 5′	1° ± 10′	4
SECO JS514100D2C.0Z4-NXT 5115144-059	(0,1)	46°	9° ± 10′	3°30' ± 10'	4
Guhring #19978 10 WN R-N	(0,1)	30°	$9^{\circ}30' \pm 5'$	$1^{\circ}30' \pm 10'$	4
Guhring #6765 10 WN R-RF1	(0,2)	48°	$10^{\circ} \pm 10^{\circ}$	$2^{\circ}30' \pm 10'$	4
Guhring #19964 10WNR-HRF (шаг зубьев 1 мм, $r_{\rm B}$ = 0,6 мм; $r_{\rm BH}$ = 0,3 мм)	(0,1)	20°	$10^{\circ}30' \pm 10'$	2° ± 10′	4
Guhring #5504 12R-NRF (шаг зубьев 1,3 мм, $r_{\rm B} = 0,6$ мм; $r_{\rm BH} = 0,3$ мм)	(0,5)	30°	10°30′ ± 10′	2° ± 10′	4

Следует учитывать, что в общепринятой координатной системе, связанной с режущим инструментом, по оси X будет действовать радиальная составляющая силы резания  $P_{Y}$ , по оси Y — тангенциальная составляющая силы резания  $P_{Z}$  и по оси Z — осевая составляющая силы резания  $P_{X}$ .



Рис. 3. Программно-измерительный комплекс:
1 – установочное приспособление; 2 – шасси обработки и регистрации данных; 3 – функциональные модули сбора данных; 4 – шасси сбора данных;
5 – первичный тензометрический преобразователь Fig. 3. Software and measurement complex:
1 – installation device; 2 – data processing and recording chassis; 3 – functional data acquisition modules; 4 – data acquisition chassis; 5 – primary strain gauge converter

Заготовка диаметром D размещается в установочном приспособлении ПИК (рис. 4) и имеет возможность поступательного перемещения вдоль осей X или Y в движении подачи  $D_S$ . Фреза устанавливается в шпинделе станка по

оси Z на глубину врезания A ( $a_e$ ) и глубину резания t (ширину фрезерования b) с возможностью главного вращательного движения  $D\Gamma$ .

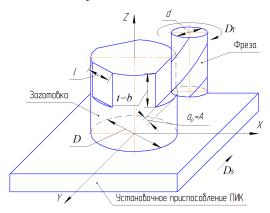
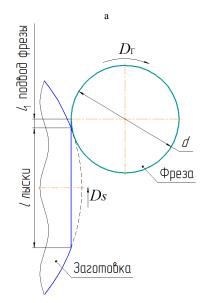


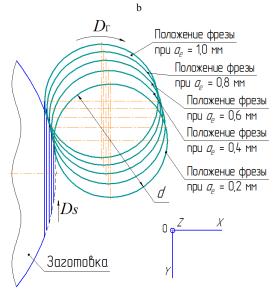
Рис. 4. Схема обработки плоской поверхности при проведении эксперимента

Fig. 4. The scheme of processing a flat surface during the experiment

В ходе эксперимента производится последовательная обработка плоской поверхности сегмента лыски заготовки длиной l и глубиной врезания  $a_e$  (рис. 5).

На каждый последующий проход фрезы в движении подачи  $D_S$  заготовка поворачивается на очередной обрабатываемый сегмент длиной l лыски, при этом учитывается длина подвода фрезы  $l_1$ . Для приведенных на рис. 5b данных  $a_e$  угол врезания фрезы в заготовку  $\alpha_e$  изменяется в пределах 9–20°.





Puc. 5. Схема обработки лыски заготовки (a) и начальные положения фрезы при срезании слоя с глубиной врезания  $a_{ei}$  (b) Fig. 5. Processing scheme of the workpiece (a) and the initial positions of the cutter when cutting a layer with a cutting depth  $a_{ei}$  (b)

В ПИКе предусмотрено дополнительное вращательное движение заготовки вокруг собственной оси. Таким образом, технические возможности станка и ПИК позволяют реализовать обработку плоских, цилиндрических и криволинейных поверхностей детали вращающейся фрезой с врезанием по касательной к обрабатываемой поверхности заготовки.

При обработке заготовок выбираются рекомендуемые [3, 4, 10] элементы режима резания  $\upsilon$ , S, t и согласовываются с техническими характеристиками станка (табл. 2).

Последовательность изменения элементов режима резания в опытах составляется таким образом, чтобы учесть особенности как одно-, так и трехфакторного эксперимента (табл. 3).

Таблица 2 Элементы режима резания, согласованные с техническими характеристиками станка Elements of the cutting mode, consistent with the technical characteristics of the machine

	При диаметре фр	резы $d = 10$ мм			
Количес	ство зубьев <i>z</i>				4
Подача на зуб $f_Z$ , мм/зуб	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Минутная подача $f_m$ , мм/мин	572,96	891,27	1273,24	1718,87	2228,17
Глубина врезания $a_e$ , мм	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Скорость резания v, м/мин	150	175	200	225	250
Частота вращения шпинделя $n$ , мин <sup>-1</sup>	4774,65	5570,42	6366,2	7161,97	7957,75
	При диаметре фр	резы $d = 12$ мм			
Количес	ство зубьев <i>z</i>				4
Подача на зуб $f_Z$ , мм/зуб	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Минутная подача $f_m$ , мм/мин	477,47	742,72	1061,03	1432,4	1856,81
Глубина врезания $a_e$ , мм	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Скорость резания υ, м/мин	150	175	200	225	250
Частота вращения шпинделя <i>n</i> , мин <sup>-1</sup>	3978,87	4642,02	5305,17	5968,31	6631,46

Значения элементов режима резания в опытах эксперимента
Values of the elements of the cutting mode in the experimental tests

№	Глубина	Подача на зуб $f_Z$ ,	Минутная подача $f_m$ ,	Скорость	Частота вращения
опыта	врезания $a_e$ , мм	мм/зуб	мм/мин	резания υ, м/мин	шпинделя $n$ , мин <sup>-1</sup>
1	0,2	0,07	2230	250	7960
2	0,4	0,07	2230	250	7960
3	0,6	0,07	2230	250	7960
4	0,8	0,07	2230	250	7960
5	1	0,07	2230	250	7960
6	1	0,03	955	250	7960
7	1	0,04	1274	250	7960
8	1	0,05	1592	250	7960
9	1	0,06	1910	250	7960
10	1	0,07	2230	250	7960
11	1	0,07	1337	150	4775
12	1	0,07	1560	175	5570
13	1	0,07	1782	200	6366
14	1	0,07	2005	225	7162
15	1	0,07	2230	250	7960
16	0,2	0,03	955	250	7960
17	0,2	0,07	1337	150	4775
18	1	0,03	573	150	4775
19	0,2	0,03	573	150	4775

Таблица 3

На рис. 6 показаны фрагменты осциллограмм с дисплея ПИК амплитудных изменений составляющих силы резания в течение времени подвода фрезы и обработки сегмента лыски невращающихся и вращающихся заготовок при глубине врезания  $a_e = 1,0$  мм, ширине (глубине) резания  $a_p = 7,0$  мм, минутной подаче  $f_m = 1300$  мм/мин, частоте вращения шпинделя n = 6400мин<sup>-1</sup>. Как видно на рис. 6, осциллограммы позволяют установить изменения значений составляющих силы резания при входе и выходе фрезы в зону резания и значения силы резания по длине обработки сегмента лыски заготовки.

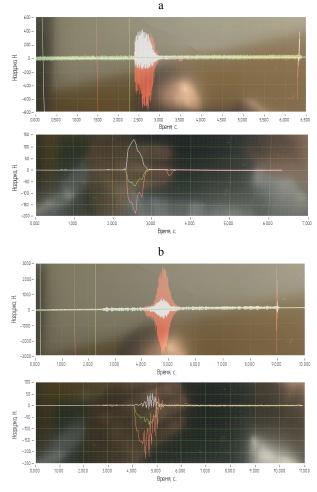
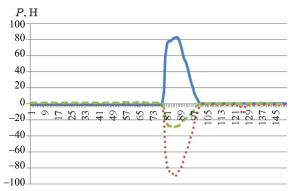


Рис. 6. Фрагменты осциллограммы амплитудных изменений составляющих силы резания при попутном фрезеровании невращающейся заготовки (a) и при встречном фрезеровании (b) вращающейся заготовки

Fig. 6. Fragments of the oscillogram of amplitude changes in the components of the cutting force with passing milling of a non-rotating workpiece (a) and when counter milling (b) a rotating workpiece

Время фиксации силы резания на дисплее ПИКа сопоставляется со временем обработки лыски. Полученные осциллограммы обрабатываются соответствующим образом (пересчитываются) по максимальным и минимальным пикам изменения силы резания и приводятся к виду, фрагментарно представленному на рис. 7. В данном случае количество записанных блоков данных характеризует чувствительность применяемой регистрирующей аппаратуры, которая позволяет фиксировать 25000 сигналов в секунду (1 с соответствует 20 блокам).



Количество записанных блоков данных

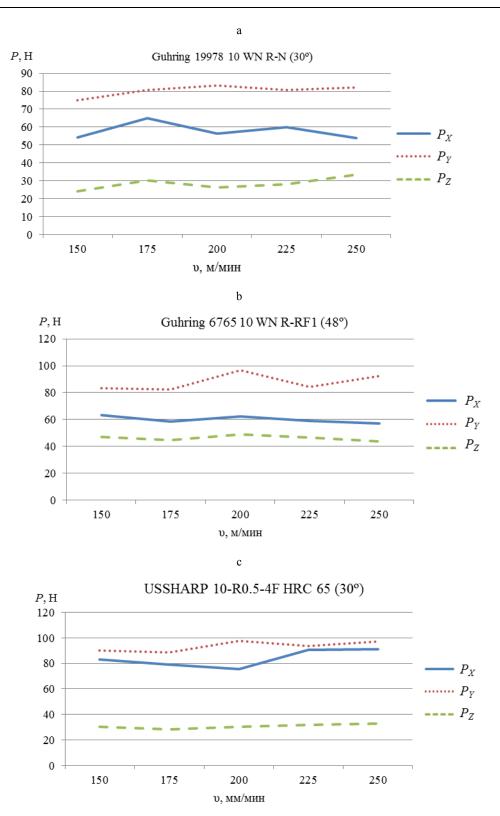
Puc. 7. Фрагмент обработанной осциллограммы:  $-P_{X;} \cdots -P_{Y;} ----P_{Z}$  Fig. 7. Fragment of the processed waveform:  $-P_{X;} \cdots -P_{Y;} ----P_{Z}$ 

По результатам эксперимента строятся зависимости изменения составляющих силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  от глубины резания, подачи на зуб и скорости резания для различных фрез и значений угла наклона режущей кромки. Фрагменты графиков показаны на рис. 8.

Как видно из графиков, с увеличением значений скорости резания от 150 до 250 м/мин составляющие силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$  и  $P_Z$  изменяются незначительно.

Сопоставление значений составляющих силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  для различных фрез и при изменении элементов режима резания представлены на рис. 9.

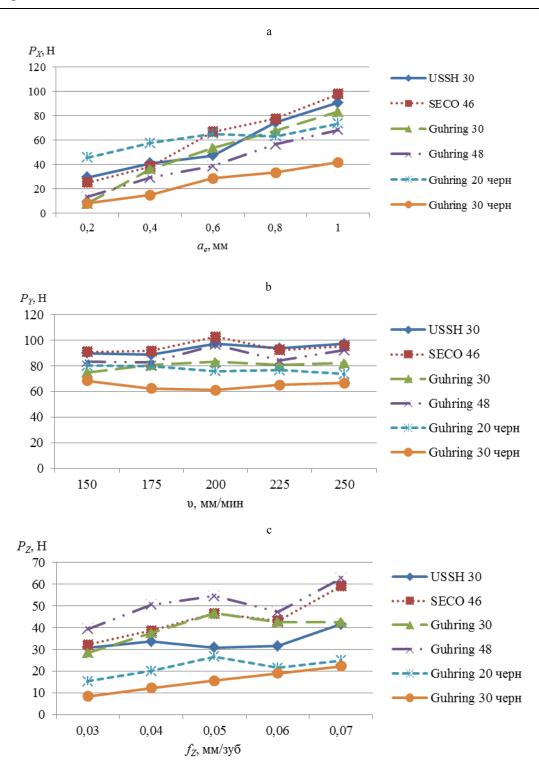
Как видно из графиков, наибольшее влияние на составляющие  $P_X$  и  $P_Z$  оказывает увеличение значений  $a_e$  и  $f_Z$ , причем уменьшение длины режущей кромки (фрезы Guhring #19964 10WNR-HRF (20°) и Guhring #5504 12R-NRF (30°)) приводит к наименьшим значениям  $P_X$  и  $P_Z$ . Увеличение скорости резания v до значений 250 м/мин практически не влияет на изменения составляющей силы резания v



Puc.~8. Зависимости изменения составляющих силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  от скорости резания при обработке фрезами Guhring 19978 10 WN R-N (30°) (a), Guhring 6765 10 WN R-RF1 (48°) (b), USSHARP 10-R0.5-4F HRC 65 (30°) (c)

Fig. 8. Dependences of changes in the components of the cutting force  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  on the cutting speed when processing with Guhring cutters 19978 10 WN R-N (30°) (a), Guhring 6765 10 WN R-RF1 (48°) (b), USSHARP 10-R0.5-4F HRC 65 (30°) (c)

Наука <sub>и</sub>техника. Т. 24, № 3 (2025)



Puc. 9. Графики изменения составляющих  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  силы резания для различных фрез в зависимости от глубины врезания  $a_e$  (a), скорости резания v (b) и подачи на зуб  $f_Z$  (c) Fig. 9. Graphs of changes in the components  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  of the cutting force for various cutters depending on the cutting depth  $a_e$  (a), cutting speed v (b) and feed to the tooth  $f_Z$  (c)

С учетом полученных теоретических и экспериментальных зависимостей нормальной

силы и составляющих силы резания  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$  определяется поправочный коэффициент на

силу резания при изменении угла наклона режущей кромки лезвия инструмента  $K_{\lambda}$ .

Значения коэффициента  $K_{\lambda}$  рассчитываются по следующим формулам:

для нормальной силы

$$K_{\lambda N} = 1 \pm \frac{N_{\text{наиб}} - N_{\text{наим}}}{N_{\text{наиб}}} ,$$

для составляющей силы резания P

$$K_{\lambda P} = 1 \pm \frac{P_{\text{Hau}6} - P_{\text{Hau}M}}{P_{\text{Hau}6}}$$
.

Рассматривается диапазон λ от 30° до 60°, причем  $\lambda_{\text{наим}}$  соответствует значениям  $N_{\text{наиб}}$ и  $P_{\text{наиб}}$ , а  $\lambda_{\text{наиб}}-N_{\text{наим}}$  и  $P_{\text{наим}}$ . Принимается, что нормальная сила N прямо пропорционально связана с составляющими силы  $P_X$ ,  $P_Y$ ,  $P_Z$ .

В результате расчетов получены следующие значения поправочных коэффициентов на угол наклона режущей кромки:

-для теоретических зависимостей  $K_{\lambda N}$  = 0,773;

- для экспериментальных зависимостей:  $K_{\lambda P_X} = 0,775 - 0,820; K_{\lambda P_Y} = 0,783 - 0,842; K_{\lambda P_Z} =$ =1,158-1,167, которые свидетельствуют о совпадении значении  $K_{\lambda N}$  и  $K_{\lambda Px}$ ,  $K_{\lambda Py}$ , полученных на основании теоретических расчетов и экспериментальных исследований.

Как следует из расчетов, увеличение угла наклона режущей кромки от 30° до 48° приводит к росту составляющей силы резания  $P_Z$  (осевой) и падению составляющей силы резания  $P_Y$  (тангенциальной) в 1,19–1,28 раза и  $P_X$  (радиальной) — в 1,22—1,29 раза.

Для использования полученных результатов при обработке материалов со свойствами, отличными от алюминиевого сплава марки Д16Т, воспользуемся данными справочника [3], в котором влияние свойств материала на скорость резания учитывается поправочным коэффициентом  $K_{v}$ . Скорость резания определяется по формуле

$$\upsilon = \upsilon_{\text{T6}} K_{\upsilon} = \frac{C_{\upsilon}}{T^m t^x S^y} K_{\text{M}\upsilon} K_{\text{H}\upsilon} K_{\text{M}\upsilon}, \quad (12)$$

где  $\upsilon_{T6}$  - табличное значение скорости резания;  $K_{v}$  – поправочный коэффициент на скорость резания;  $C_{\upsilon}$  – поправочный коэффициент на свойства обрабатываемого материала; T — период стойкости инструмента; t глубина резания; S – подача; m, x, y – показатели степени;  $K_{\text{Mo}}$  – коэффициент, учитывающий влияние свойств обрабатываемого материала на скорость резания;  $K_{\Pi \nu}$  – то же, учитывающий состояние поверхности заготовки;  $K_{\text{И}\text{U}}$  – то же, учитывающий материал инструмента.

Также учтем данные, приведенные в работе [8], по которым поправочный коэффициент, учитывающий влияние свойств обрабатываемого материала на скорость резания, приравнивается к коэффициенту обрабатываемости  $K_{\mathrm{M}\mathrm{U}} = K_{\mathrm{O}} = \frac{\mathrm{U}_{\mathrm{x}}}{\mathrm{U}_{\mathrm{or}}}$  и коэффициент сравни-

тельной обрабатываемости цветных металлов рассматривается по отношению к стали 45, т. е.  $K_0$  для стали 45 принимается за единицу. С учетом такого подхода коэффициент обрабатываемости алюминиевого сплава концевыми фрезами из твердого сплава равен 1,3 [8, с. 33, табл. 1–3].

Воспользовавшись рекомендациями фирмы Guhring [табл. 2] по скорости резания стали  $\upsilon_{C} = 175$  м/мин, при обработке алюминиевого сплава Д16Т, получим  $\upsilon_{\rm A} = \upsilon_{\rm C} \cdot K_{\rm O} =$  $= 175 \cdot 1,3 = 227,5$  м/мин. Полученное значение ид находится в рекомендуемом не 200-415 м/мин.

С учетом поправочного коэффициента на угол наклона режущей кромки  $K_{\lambda}$  скорость при обработке алюминиевого сплава будет равна  $\upsilon_{\Lambda} = \upsilon_{\Lambda} \cdot K_{\lambda} = 200 \cdot (1,16 \div 1,23) = 232 \div 246$  м/мин. Тогда скорость резания для стали будет равна

$$\upsilon_{\text{C}\lambda} = \frac{\upsilon_{\text{Д}\lambda}}{K_{\text{O}}} = \frac{232 \div 246}{1,3} = 178,5 \div 189 \text{ м/мин, что}$$

несколько выше рекомендуемого фирмой Guhring значения  $\upsilon_C = 175$  м/мин.

Поправочный коэффициент на материал в формуле для расчета скорректированной скорости резания может быть получен из соотношения поправочных коэффициентов угол  $\lambda - K_{\lambda}$  и на обрабатываемость  $K_{O}$ :

$$K_{\text{Mu}} = \frac{K_{\lambda}}{K_{\Omega}};$$

$$K_{\rm O} = \frac{v_x}{v_{\rm OT}} = \frac{200}{175} = 1{,}14,$$

где  $K_{\lambda} = 1,16-1,23$ ;  $\upsilon_{x} = 200$  м/мин – скорость резания алюминиевого сплава [4, 10];  $\upsilon_{\text{эт}} = 175$  м/мин – скорость резания стали (эталонная).

Тогда 
$$K_{\text{Mo}} = \frac{1,16 \div 1,23}{1,14} = 1,02 \div 1,14$$
, что

несколько меньше рекомендуемого значения  $K_0 = 1,3$  [8].

То есть значение скорости резания стали будет равно:  $\upsilon_{\rm C} = \upsilon_{\rm T6} K_{\rm M\upsilon}$ , где  $K_{\rm M\upsilon}$  будет учитывать сравнительную обрабатываемость стали и алюминиевого сплава и влияние угла наклона режущей кромки. Тогда  $\upsilon_{\rm C} = 175 \cdot (1,02 \div 1,14) = 178,5 \div 199,5$  м/мин.

Значения скорости резания стали, полученные первым ( $\upsilon_{\rm C}=178{\text -}189~{\rm m/muh}$ ) и вторым ( $\upsilon_{\rm C}=178,5{\div}199,5~{\rm m/muh}$ ) предложенными способами, практически совпадают, что свидетельствует о правильности подхода приравнивания поправочного коэффициента, учитывающего влияние свойств обрабатываемого материала на скорость резания, к коэффициенту сравнительной обрабатываемости алюминиевых и стальных материалов.

Полученные рекомендации использовались при изготовлении деталей, представленных на рис. 10. Сочетание сложнопрофильных поверхностей деталей обрабатывалось, как правило, одним инструментом — концевой и охватывающей фрезами за два установа (рис. 10a, b) и один установ (рис. 10c, d) на токарном станке с ЧПУ модели ЕМСО S45 и вертикальнофрезерном станке с ЧПУ модели FANUC Robodrill серии α-D21LiB соответственно.







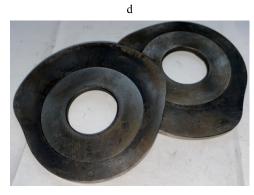


Рис. 10. Образцы изготовленных деталей с цилиндрическими и плоскими (а), сферическими (b), коническими (c) и криволинейными (d) поверхностями

Fig. 10. Samples of manufactured parts with cylindrical and flat (a), spherical (b), conical (c) and curved (d) surfaces

При этом значения скорости резания назначались выше рекомендуемых в каталоге [4, 10], что позволило увеличить минутную подачу и производительность обработки в 1,2–1,3 раза, а также повысить точность получаемых поверхностей деталей за счет сокращения количества установов и смены баз.

#### выводы

- 1. Рассмотрена схема фрезерования плоской поверхности вращающейся заготовки на токарном станке и получены формулы для нормальной силы и силы трения. В результате анализа формул установлено уменьшение нормальной силы при увеличении угла наклона режущей кромки, что позволяет за счет изменения последнего управлять силой и мощностью резания.
- 2. Результаты экспериментальных исследований подтверждают полученные теоретические зависимости при фрезеровании заготовок концевой фрезой. С увеличением угла наклона режущих кромок в пределах 30÷48° установлено уменьшение силы резания на 19–29 %. Уменьшению силы резания также способствует врезание фрезы в заготовку по касательной, попутное фрезерование вращающейся заготовки и прерывистость (уменьшение длины) режущей кромки. Полученные зависимости позволяют оптимизировать режим резания, повысить производительность обработки и эффективность использования мощности привода станка.
- 3. По результатам экспериментальных исследований установлено, что увеличение угла наклона главной режущей кромки лезвия фрезы  $\lambda$  с 30° до 48° при обработке лыски неподвижной заготовки обеспечивает снижение тангенциальной и радиальной составляющих силы резания на 20–30 %. При обработке вращающейся заготовки по схеме попутного фрезерования происходит снижение амплитудных значений тангенциальной и радиальной составляющих силы резания до 3 раз по сравнению с обработкой неподвижной заготовки,

- а при встречном фрезеровании, наоборот, амплитудные значения тангенциальной и радиальной составляющих силы резания увеличиваются с 400 до 3000 H.
- 4. Установлены значения поправочных коэффициентов, учитывающих влияние угла наклона режущей кромки  $K_{\lambda}$  и свойств обрабатываемого материала  $K_{\text{Mu}}$  на силу и скорость резания в пределах  $K_{\lambda} = 1,19-1,29$  и  $K_{\text{Mu}} = 1,02-1,14$  соответственно, что позволяет при увеличении значений угла наклона режущей кромки с 30° до 48° обеспечить снижение силы резания на 19–29 %, увеличение скорости и производительности обработки в 1,19–1,29 раза при догрузке мощности приводов на 20–30 %.
- 5. Рекомендуется следующий алгоритм реализации скоростной обработки сложнопрофильных поверхностей (сочетание цилиндрических, конических, сферических и плоских) деталей: 1) выбор концевой фрезы с углом наклона режущей кромки  $\lambda = 30-60^\circ$ ; 2) выбор схемы обработки поверхности детали с касательным движением резания; 3) увеличение скорости резания в 1,2–1,3 раза, что обеспечивает повышение производительности обработки до 1,3 раза.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Попок, Н. Н. Динамика процесса резания фрезами с крутонаклонными режущими кромками / Н. Н. Попок, В. С. Анисимов, К. В. Корба // Инновационные технологические системы и процессы в машиностроении: сб. ст. І Междунар. науч.-техн. конф. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2023. С. 122–128.
- 2. Бобров, В. Ф. Влияние угла наклона главной режущей кромки инструмента на процесс резания металлов / В. Ф. Бобров. М.: Машгиз, 1962. 152 с.
- 3. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. / под ред. А. М. Дальского, А. Г, Косиловой, Р. К. Мещерякова, А. Г. Суслова. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение-1, 2001. Т. 2. 912 с.
- Guhring. Super Line 2016 // Guhring. URL: https://pdf. directindustry.com/pdf/guehring/superline-2016/9235-70 6023.html.

- Справочник конструктора-инструментальщика / под общ. ред. В. И. Баранчикова. М.: Машиностроение, 1994. 560 с.
- 6. Филиппов, Г. В. Режущий инструмент / Г. В. Филиппов. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1981. 392 с.
- Mitsubishi Materials. Каталоги. URL: https://import tools.ru/brands/metall/mitsubishi-carbide/.
- Даниленко, Б. Д. Возможности использования показателя обрабатываемости материала в качестве поправочного коэффициента при расчете скорости резания / Б. Д. Даниленко // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2013. № 2. С. 32–35.
- 9. Даниленко, Б. Д. Сравнительная обрабатываемость алюминиевых сплавов / Б. Д. Даниленко // СТИН. 2011. № 5. С. 15–18.
- 10. Seco. Catalog & Technical Guide 2020.2 // Seco. URL: https://pdf.directindustry.com/pdf/seco-tools/catalog-technical-guide-20202/5699-951358.html.

Поступила 29.10.2024 Подписана в печать 09.01.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

#### REFERENCES

1. Popok N. N., Anisimov V. S., Korba K. V. (2023) Dynamics of the Cutting Process with Cutters with Steeply Inclined Cutting Edges. *Innovatsionnye tekhnologicheskie sistemy i protsessy v mashinostroenii: sb. st. I Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Innovative Technological Systems and Processes in Mechanical Engineering: Collection of articles of the 1<sup>st</sup> International Scientific and Technical Conference]. Mogilev, Publishing House of Belarusian-Russian University, 122–128 (in Russian).

- 2. Bobrov V. F. (1962) The Influence of the Angle of Inclination of the Main Cutting Edge of the Tool on the Process of Cutting Metals. Moscow, Mashgiz Publ. 152 (in Russian).
- Dalsky A. M., Kosilova A. G., Meshcheryakov R. K., Suslov A. G. (eds.). (2001) *Mechanical Engineer's Hand-book. Vol.* 2. 5<sup>th</sup> Ed. Moscow, Mashinostroenie-1 Publ. 912 (in Russian).
- 4. Guhring. Super Line 2016. *Guhring*. Available at: https://pdf.directindustry.com/pdf/guehring/superline-2016/9235-706023.html.
- Baranchikov V. I. (ed.). (1994) Handbook of the Toolmaker-Designer. Moscow, Mashinostroenie Publ. 560 (in Russian).
- Filippov G. V. (1981) Cutting Tools. Leningrad, Mashinostroenie Publ., Leningrad Branch. 392 (in Russian).
- Mitsubishi Materials. Catalog. Available at: https://import tools.ru/brands/metall/mitsubishi-carbide.
- 8. Danilenko B. D. (2013) Possibilities of Using the Material Machinability Index as a Correction Factor when Calculating the Cutting Speed. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, (2), 32–35 (in Russian).
- 9. Danilenko B. D. (2011) Comparative Machinability of Aluminum Alloys. STIN [Machines. Tools], (5), 15–18 (in Russian).
- Seco. Catalog & Technical Guide 2020.2. Seco. URL: https://pdf.directindustry.com/pdf/seco-tools/catalog-technical-guide-20202/5699-951358.html.

Received: 29.10.2024 Accepted: 09.01.2025 Published online: 30.05.2024 https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-217-224

УДК 551.13.15.21.19

## Снижение стоимости изделия путем оптимизации конструкторских размерных цепей

Кандидаты техн. наук, доценты Ю. Б. Спесивцева, С. С. Соколовский, докт. техн. наук, проф. В. Л. Соломахо, студенты Д. С. Кубрин, А. И. Лужинская

Реферат. Цель расчета размерных цепей заключается в обеспечении точности замыкающего звена, необходимой для функционирования объекта. Традиционно применяемые методы назначения допусков на составляющие звенья размерной цепи ориентированы на обеспечение их точностной эквивалентности без связи процесса проектирования с производством. На практике точность конструктивных элементов деталей определяет стоимость обработки соответствующих поверхностей, поэтому различные варианты распределения точности замыкающего звена среди составляющих звеньев приводят к различной стоимости изготовления всего комплекта деталей, входящих в размерную цепь. В работе решается задача оптимизации конструкторских размерных цепей по критерию минимальной себестоимости. Комплексный подход решения этой задачи включает методику определения зависимостей «допуск - стоимость», формирование необходимой информационной базы и непосредственно алгоритм оптимизации допусков составляющих звеньев размерной цепи. Определение зависимостей «допуск - стоимость» базируется на методике укрупненного расчета технологической себестоимости с помощью коэффициентов относительной стоимости технологической операции и времени ее выполнения. Полученные зависимости аппроксимируются степенной функций. Задача оптимизации решается на основе необходимого и достаточного условия существования экстремума с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Зависимости для определения оптимизированных допусков звеньев размерных цепей получены для методов «максимума-минимума» и вероятностного. Формирование информационной базы для определения зависимостей «допуск - стоимость» основано на классификации и типизации конструктивных элементов деталей по признакам, определяющим вид обработки и технологическое оборудование. Оптимизация конструкторских размерных цепей на базе предложенного подхода может применяться в условиях массового производства как один из путей снижения себестоимости изделия и обеспечения его конкурентоспособности.

**Ключевые слова:** конструкторская размерная цепь, минимизация себестоимости, зависимость «допуск – стоимость», оптимизированные допуски, классификация звеньев размерной цепи

**Для цитирования:** Снижение стоимости изделия путем оптимизации конструкторских размерных цепей / Ю. Б. Спесивцева [и др.] // *Наука и техника.* 2025. Т. 24, № 3. С. 217–224. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-217-224

## Reducing Cost of Product by Optimizing Design Dimensional Chains

Yu. B. Spesivtseva, S. S. Sokolovsky, V. L. Solomakho, D. S. Kubrin, A. I. Luzhinskaya

**Abstract.** The purpose of calculating dimensional chains is to ensure the accuracy of the closing link necessary for the functioning of the object. Traditionally used methods of assigning tolerances to the component links of the dimension chain are aimed at ensuring their accuracy equivalence without linking the design process with production. In practice, the accuracy of the structural elements of the parts determines the cost of processing the corresponding surfaces, therefore, different options for distributing the accuracy of the master link among the component links lead to different costs for manufacturing

#### Адрес для переписки

Спесивцева Юлия Борисовна Белорусский национальный технический университет ул. Я. Коласа, 22, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 331-11-20 spesivtseva@bntu.by

#### Address for correspondence

Spesivtseva Yulija B.
Belorussian National Technical University 22, Ya. Kolasa str., 220013, Minsk, Republic of Belarus Tel.: + 375 17 331-11-20 spesivtseva@bntu.by

<sup>1)</sup> Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

the entire set of parts included in the dimensional chain. The paper solves the problem of optimizing design dimensional chains according to the criterion of minimum cost. An integrated approach to solving this problem includes a method for determining the tolerance-cost dependencies, the formation of the necessary information base and directly an algorithm for optimizing the tolerances of the component links of the dimensional chain. The definition of the "tolerance - cost" dependencies is based on the method of aggregated calculation of technological cost using the coefficients of the relative cost of the technological operation and the time of its execution. The obtained dependencies are approximated by power functions. The optimization problem is solved on the basis of the necessary and sufficient condition for the existence of an extremum using the method of indefinite Lagrange multipliers. Dependencies for determining optimized tolerances of links of dimensional chains are obtained for the maximum-minimum and probabilistic methods. The formation of an information base for determining the "tolerance - cost" dependencies is based on the classification and typification of structural elements of parts according to features that determine the type of processing and technological equipment. Optimization of design dimensional chains based on the proposed approach can be used in mass production conditions as one of the ways to reduce the cost of a product and ensure its competitiveness.

**Keywords:** design dimension chain, cost minimization, "tolerance – cost" relationship, optimized tolerances, classification of links of the dimension chain

**For citation:** Spesivtseva Yu. B., Sokolovsky S. S., Solomakho V. L., Kubrin D. S., Luzhinskaya A. I. (2025) Reducing Cost of Product by Optimizing Design Dimensional Chains. *Science and Technique*. 24 (3), 217–224. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-217-224 (in Russian)

#### Введение

Качество изделий продукции машино- и приборостроения, формируемое на этапе производства отдельных деталей и сборочных единиц, во многом определяется требованиями к точности, устанавливаемыми в ходе проектирования. Размерные цепи, являясь универсальным инструментом формализованного представления взаимосвязи структурных единиц изделия любой сложности, используются на многих этапах его создания. Однако особенно значительную роль они играют на этапе проектирования [1]. В общем случае расчет размерных цепей при учете влияющих факторов является гарантией того, что по завершении процесса проектирования будет получен необходимый качественный результат.

Традиционно применяемые на практике методы определения точности составляющих звеньев таких цепей (методы равных допусков, одинаковых квалитетов, пробных расчетов и др.) ориентированы на обеспечение их точностной эквивалентности [2]. В основу этих методов положено допущение, что равноточные звенья цепей характеризуются и одинаковой технологической себестоимостью их реализации. Сам принцип решения прямой задачи расчета размерных цепей традиционным путем не является эффективным в технико-экономическом отношении, поскольку не связывает процесс проектирования допусков размеров с их технологическим обеспечением.

#### Анализ подходов к расчету размерных цепей

Поиск возможности учета затрат на обработку элементов деталей, определяющих составляющие звенья размерных цепей при решении прямой задачи, ведется давно [3]. Большинство исследований по данной тематике направлено на создание математических алгоритмов формирования базы данных в виде зависимостей допусков размеров от затрат на их обеспечение и оптимизации на этой основе норм точности составляющих звеньев цепей. Как правило, зависимости «точность - стоимость» являются нелинейными, имеют гиперболический характер и описываются разными математическими выражениями, что существенно влияет на выбор метода оптимизации и получаемые результаты. При решении рассматриваемой задачи оптимизации допуски размеров считаются независимыми друг от друга, но существуют подходы, где в той или иной степени учитывается и возможная корреляция допусков, что особенно актуально для селективной сборки [4]. Кроме того, существуют комбинированные расчеты, в которых не только допуски, но и номинальные размеры рассматриваются как переменные [5]. В большинстве случаев допуски в зависимостях «точность - стоимость» рассматриваются как дискретные величины, и если есть непрерывные параметры, то смешанный характер переменных усложняет задачу оптимизации.

Алгоритмы оптимизации могут быть классифицированы как детерминированные и стохастические [6]. Стохастические методы эффективны при использовании сложных функций и учета многих факторов, таких как конкретные операции технологического процесса, припуски на обработку поверхностей деталей и др. Параллельно развивается подход. базирующийся на использовании вычислительного интеллекта в трех основных разновидностях (нейронные сети, эволюционные алгоритмы и нечеткая логика). Многочисленные исследования сосредоточены только на соверматематического шенствовании алгоритма оптимизации затрат.

Ключевым элементом оптимизации является зависимость «точность - стоимость». Руководствуясь стремлением смоделировать ее как можно точнее, были попытки, кроме учета непосредственно расходов на технологическое воспроизведение элементов деталей, включать также затраты, не имеющие непосредственного отношения к этому процессу и возникающие на протяжении всего жизненного цикла изделия. Рассматривались затраты на контроль, связанные со стоимостью используемых средств измерений и временем измерения, а также с неправильной разбраковкой деталей, обусловленной неопределенностью измерения [7]. Этап технического обслуживания предполагает изменение характеристик изделия после ввода его в эксплуатацию, предлагалось моделировать потери качества на этом временном промежутке и учитывать их при проектировании допусков [8]. Еще один подход к оптимизации допусков рассматривает не только денежные потери для производителя и потребителя, но и воздействия на окружающую среду. Была сформулирована задача двухцелевой оптимизации для минимизации экономических и экологических затрат [9]. В целом такие модели являются неоправданно усложненными, так как многие затраты не поддаются прямому измерению и значительно усложняют алгоритм оптимизации.

Наличие достоверных эмпирических данных о затратах на изготовление отдельных поверхностей деталей различной точности является необходимым условием для создания

адекватной модели зависимости «допуск – стоимость». Большинство исследований базируется на ориентировочных данных, опубликованных в небольшом количестве изданий [10–13]. Не в последнюю очередь производственные данные ограничены по причине их конфиденциальности. Доступная информация о допусках и затратах ограничена и, как правило, касается изготовления конкретных деталей.

Таким образом, общим и наиболее существенным недостатком всех предлагаемых способов экономического обоснования допусков является отсутствие универсальной методики количественной оценки технологической себестоимости и трудоемкости изготовления различных элементов деталей, определяющих составляющие звенья размерных цепей в зависимости от их точности на этапе проектирования.

Технологическая себестоимость и трудоемкость обработки связаны с точностью параметра зависимостями гиперболического вида, так что при увеличении допуска стоимость и трудоемкость обработки уменьшается, причем это уменьшение носит нелинейный характер. Допуски на составляющие звенья определяют стоимость обработки соответствующих определяющих поверхностей, поэтому различные варианты распределения точности замыкающего звена среди составляющих звеньев цепи приводят к разной стоимости изготовления всего комплекта деталей, входящих в расчетную схему. При нормировании точности составляющих звеньев встает задача определения оптимальных значений их допусков. Для ее решения необходим эффективный механизм количественной оценки себестоимости воспроизведения составляющих звеньев размерных цепей в зависимости от назначенных допусков. Традиционные методики количественопенки себестоимости изготовления деталей являются трудоемкими и, как правило, не подходят для этапа проектирования, так как основываются на детальной информации о технологических процессах (применяемом технологическом оборудовании и оснастке, квалификации персонала, режимах резания и др.).

#### Комплексный подход решения задачи оптимизации размерных цепей

Комплексный подход к решению задачи оптимизации конструкторских размерных цепей предполагает наличие методики определения зависимостей «допуск - стоимость» и необходимой информационной базы для построения таких зависимостей по предлагаемой методике, а также непосредственно алгоритма и соответствующего математического обеспечения оптимизации допусков составляющих звеньев размерной цепи.

На первом этапе формулируется задача, для решения которой рассчитывается размерная цепь, определяется метод расчета (метод «максимума-минимума» или вероятностный). Выявляется замыкающее звено на основе требований к точности, которым должно удовлетворять изделие или сборочная единица, назначается его номинальный размер и допускаемые отклонения. При вероятностном расчете выбирается процент риска выхода замыкающего звена за пределы интервала (поля) допуска. Выявляются составляющие звенья размерной цепи, для каждого из которых определяется возможный диапазон допусков, исходя из принципа экономической целесообразности.

Определение зависимостей «допуск - стоимость» основывается на методике укрупненного расчета технологической себестоимости получения поверхностей, определяющих звенья размерной цепи различных уровней точности.

Для выполнения таких расчетов предлагается использовать следующее общее уравнение:

$$C = \sum_{i=1}^{n} q_i t_i,$$

где С – технологическая себестоимость получения элемента конструкции детали;  $q_i$  – коэффициент относительной стоимости і-й технологической операции, приведенный к единице времени;  $t_i$  – время, затрачиваемое на выполнение i-й технологической операции; n- общее количество операций технологического процесса получения элемента конструкции детали.

Для определения коэффициентов  $q_i$  рекомендуется применение обобщенного подхода, базирующегося на использовании предварительно рассчитанных укрупненных нормативов себестоимости использования необходимого технологического оборудования (станочного, контрольно-измерительного и пр.) соответствующих типоразмеров [14]. В общем случае нормативы должны учитывать затраты, приходящиеся на один час работы оборудования: на заработную плату (с отчислениями) основных и вспомогательных рабочих; амортизацию и ремонт оборудования; вспомогательные материалы, необходимые для обслуживания оборудования; амортизацию и ремонт приспособлений; амортизацию, ремонт и заточку режущего инструмента; содержание зданий; общие цеховые расходы. Для построения оценочной шкалы рассматриваемых коэффициентов предлагается выбрать станок-представитель и принять его за базу с коэффициентом, равным единице. Коэффициенты относительной стоимости технологических операций, выполняемых на других станках, определяются отношением

$$q_i = \frac{C_i}{C_6},$$

где  $C_i$ ,  $C_0$  – нормативы затрат, приходящихся на один час работы базового и і-го оборудования.

Необходимым условием для получения достоверных оценок таких коэффициентов является сопоставимость стоимостных показателей, для чего они должны относиться к одному и тому же временному интервалу.

Для оценки времени, затрачиваемого на выполнение і-й технологической операции, рекомендуется использовать нормативы штучного времени технологических переходов [15], так как они содержат все подлежащие учету составляющие, зависящие от размеров, конфигурации, материала и точности обрабатываемого элемента: время основное, вспомогательное и затрачиваемое на отдых и организационно-техническое обслуживание.

Полученные зависимости «допуск - стоимость» предлагается аппроксимировать с использованием степенной функции

$$F(\delta) = A + B\delta^p$$
,

где  $\delta$  – допуск, определяющий требование к точности рассматриваемого элемента; А, В, р – параметры аппроксимирующей функции, определение значений которых при установлении практически реальных границ допусков по методу наименьших квадратов сводится к нелинейной задаче оптимизации.

#### Оптимизационный расчет размерной цепи

Целью расчета является минимизация суммарной технологической себестоимости С воспроизведения размерной цепи при условии, что допуск замыкающего звена δ<sub>Σ</sub> равен сумме допусков составляющих звеньев  $\delta_i$ .

Допустимая область изменения управляемых параметров  $\delta_i$  задается ограничением в виде равенства, зависящего от выбранного метода расчета:

- для метода «максимума-минимума»

$$\delta_{\Sigma} - \sum_{i=1}^{n} \delta_{i} = 0;$$

- для вероятностного метода

$$\delta_{\Sigma} - \sqrt{\sum_{i=1}^{n} k_i^2 \delta_i^2} / k_{\Sigma} = 0,$$

где  $k_{\Sigma}$ ,  $k_i$  – коэффициенты относительного рассеяния размеров, определяющих замыкающее и составляющие звенья размерной цепи.

Наличие обобщенного аналитического описания для искомых зависимостей позволяет получить решение поставленной задачи оптимизации, используя известное необходимое и достаточное условие существования экстремума (первая производная функции в этой точке равна нулю, вторая производная - больше нуля). В нашем случае, поскольку функциональные ограничения заданы в виде равенств, переход к задаче безусловной оптимизации можно осуществить с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. На основе целевой функции  $F(\delta_i)$  и функциональных ограничений формируется новая функция  $L(\delta, \lambda)$ 

$$L(\delta, \lambda) = F(\delta_i) + \lambda \Psi$$
,

где  $L(\delta, \lambda)$  – функция Лагранжа;  $\lambda$  – множитель Лагранжа;  $\Psi = 0$  – ограничение в виде равенства, соответствующее методу расчета размерной цепи.

В нашем случае вектор управляемых параметров образуют допуски составляющих звеньев  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ , ...,  $\delta_n$ , выражение для  $F(\delta_i)$  представляет собой функцию зависимости суммарной стоимости воспроизведения размерной цепи от допусков составляющих ее звеньев, ограничение Ψ только одно, и им является равенство суммы допусков составляющих звеньев допуску замыкающего звена. Множитель λ по этой причине будет единственным.

Чтобы найти значение неизвестного множителя  $\lambda$ , должна быть решена система алгебраических уравнений, выражающих необходимые условия экстремума функции Лагранжа:

$$\frac{dL(\delta_i, \lambda)}{d\delta_i} = \frac{F(\delta_i)}{d\delta_i} + \frac{\Psi}{d\delta_i} = 0.$$

Функция Лагранжа  $L(\delta, \lambda)$  и целевая функция  $F(\delta_i)$  имеют точку пересечения в области допустимых их значений, так как  $\Psi = 0$ . Поэтому если оптимальное значение функции Лагранжа найдено, то оно будет одновременно и условным оптимумом целевой функции  $F(\delta_i)$ .

Полученные зависимости для определения оптимизированных допусков звеньев конструкторских размерных цепей имеют вид:

для метода «максимума-минимума»

$$\delta_i = e^{\frac{1}{p_i - 1} \cdot \ln \left( \frac{\lambda}{B_i p_i} \right)};$$

для вероятностного метода

$$\delta_{i} = \frac{k_{\Sigma}}{k_{i}} \sqrt{e^{\frac{1}{p_{i/2} - 1} \ln \left[ \frac{\lambda}{B_{i} k_{\Sigma}^{p_{i}} p_{i/2} / 2k_{i}^{p_{i}}} \right]}}.$$

Координаты середин полей допусков составляющих звеньев размерной цепи назначают таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$em_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} (em_i + \alpha_i \delta_i) - \alpha_{\Sigma} \delta_{\Sigma},$$

где  $em_b$ ,  $em_{\Sigma}$  — средние отклонения составляющих и замыкающего звеньев;  $\alpha_b$ ,  $\alpha_{\Sigma}$  — коэффициенты относительной асимметрии распределений составляющих и замыкающего звеньев.

## Формирование информационной базы для определения зависимостей «допуск – стоимость»

Формирование информационной базы основано на классификации и типизации конструктивных элементов деталей, определяющих составляющие звенья размерных цепей, по признакам, необходимым для выбора возможных вариантов технологических операций их обработки, к которым в первую очередь можно отнести: типы поверхностей конструктивных элементов деталей, определяющих звено, их размеры, твердость обрабатываемых поверхностей, серийность производства.

В качестве базовых при этом предлагается принимать звенья с единичной протяженностью и «средней» твердостью. Необходимые модификации базового звена могут быть получены за счет использования определенного набора корректирующих коэффициентов, учитывающих отличительные особенности каждого реального звена по отношению к базовому его варианту. Каждое составляющее звено размерной цепи может состоять из одной или нескольких элементарных поверхностей, точность размеров, формы и расположения которых определяют точность звена. Определение себестоимости воспроизведения составляющих звеньев различных уровней точности может быть сведено к нахождению суммы себестоимостей получения типовых поверхностей, определяющих звенья.

Классификация и типизация звеньев по конструктивно-технологическим признакам

должны в той или иной степени отражать все существенные индивидуальные особенности деталей, количество которых велико. Нами предлагается в основу построения такой системы классификации положить критерии, определяющие вид обработки и необходимое технологическое оборудование, а именно:

- вид параметра, определяющего звено (линейный размер, угловой размер, отклонение формы поверхности, отклонение расположения поверхностей):
- вид детали, элемент конструкции которой входит в размерную цепь (тело вращения, не тело вращения);
- размеры детали (несколько размерных групп);
- форму поверхности, определяющей звено (плоская, цилиндрическая, коническая);
  - наличие ограничительных элементов.

Разделение звеньев по номинальным размерам на группы логично осуществлять в соответствии с общепринятым делением на размерные интервалы нормируемых элементов деталей в рамках Единой системы допусков и посадок, принятой в машиностроении в трех диапазонах: малые размеры — до 1 мм, средние размеры — свыше 1 до 500 мм и большие размеры — свыше 500 до 3150 мм. За параметры резания (глубина, подача и скорость) предлагается принимать усредненные значения для некоторого диапазона размеров, например диаметров — для цилиндрических деталей, ширин фрезерования — для плоских.

В основу классификации звеньев по точности наиболее рационально положить существующие градации уровней точности конструктивных элементов деталей по линейным и угловым размерам (квалитеты точности линейных размеров по ГОСТ 25346—2013, степени точности углов по ГОСТ 8908—81), а также отклонениям формы и расположения поверхностей (степени точности по ГОСТ 24643—81).

Твердость материала определяет выбор параметров технологического процесса и сказывается на себестоимости воспроизведения обрабатываемых поверхностей деталей, поэтому звенья также необходимо группировать по обрабатываемости их определяющих элементов.

#### выводы

- 1. Оптимизация конструкторских размерных цепей по критерию обеспечения требуемой точности замыкающего звена при минимальной стоимости изготовления комплекта деталей, входящих в размерную цепь, остается актуальной задачей. Для ее решения предложен комплексный подход, включающий методику определения зависимостей «допуск - стоимость», принципы формирования необходимой информационной базы и соответствующее математическое обеспечение.
- 2. Методика определения зависимостей «допуск - стоимость» конструктивных элементов деталей, являющихся звеньями размерных цепей, основана на укрупненном нормировании затрат, приходящихся на один час работы оборудования и нормативах штучного времени технологических переходов.
- 3. Полученные аналитические выражения для определения допусков звеньев размерных цепей могут быть использованы для методов расчета «максимума-минимума» и вероятностного.
- 4. Формирование информационной базы основано на классификации конструктивных элементов деталей по признакам, определяющим выбор технологических операций.
- 5. Снижение затрат на изготовление деталей, входящих в размерную цепь, может рассматриваться как существенное конкурентное преимущество в условиях серийного и массового производства.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дунаев, П. Ф. Расчет допусков размеров / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. М.: Иновационное машиностроение, 2021. 400 с.
- 2. Размерный анализ конструкций: справ. / С. Г. Бондаренко, О. Н. Чередников, В. П. Губий, Т. М. Игнатцев; под общ. ред. С. Г. Бондаренко. Киев: Тэхника, 1989. 150 c.
- 3. Roth, M. From Tolerance Allocation to Tolerance-Cost Optimization: A Comprehensive Literature Review / M. Roth, B. Schleich, S. Wartzack // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2020. Vol. 107. P. 4859-4912. https://doi.org/10.1007/s00170-020-05254-5.

- 4. Chen, M. S. Optimising Tolerance Allocation for Mechanical Components Correlated by Selective Assembly / M. S. Chen // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 1996. Vol. 12. P. 349-355. https://doi.org/10.1007/bf01179810.
- 5. Rout, B. K. Simultaneous Selection of Optimal Parameters and Tolerance of Manipulator Using Evolutionary Optimization Technique / B. K. Rout, R. K. Mittal // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009. Vol. 40. P. 513-528. https://doi.org/10.1007/s00158-009-0368-2.
- 6. Siddique, N. Nature Inspired Computing: An Overview and Some Future Directions / N. Siddique, H. Adeli // Cognitive Computation. 2015. Vol. 7. P. 706-714. https://doi.org/10.1007/s12559-015-9370-8.
- 7. Moroni, G. Early Cost Estimation for Tolerance Verification / G. Moroni, S. Petro, T. Tolio // CIRP Annals. 2011. Vol. 60, No 1. P. 195–198. https://doi.org/10.1016/j. cirp.2011.03.010.
- 8. Zhao, Y. M. Optimal Tolerance Design of Product Based on Service Quality Loss / Y. M. Zhao, D. S. Liu, Z. J. Wen // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2016. Vol. 82. P. 1715-1724. https://doi.org/10.1007/s00170-015-7480-9.
- 9. Hoffenson, S. Tolerance Optimization Considering Economic and Environmental Sustainability / S. Hoffenson, A. Dagman, R. Söderberg // Journal of Engineering Design. 2014. Vol. 25, No 10-12. P. 367-390. https://doi. org/10.1080/09544828.2014.994481.
- 10. Trucks, H. E. Designing for Economical Production / H. E. Trucks. Rochester: Society of Manufacturing Engineers, 1974. 221 p.
- 11. Dieter, G. E. Engineering Design: A Materials and Processing Approach / G. E. Dieter. New York: McGraw-Hill, 1983. 592 p.
- 12. Johnson, R. C. The Cost of Finishes and Tolerances / R. C. Johnson // Journal of the American Society of Naval Engineers. 1958. Vol. 70, No 4. P. 607-614. https://doi.org/10.1111/j.1559-3584.1958.tb01777.x.
- 13. Jamieson, A. Introduction to Quality Control / A. Jamieson. Reston: Reston Publ. Co, 1982. 237 p.
- 14. Великанов, К. М. Расчеты экономической эффективности новой техники: справ. / К. М. Великанов. Л.: Машиностроение, 1989. 430 с.
- 15. Общемашиностроительные нормативы времени и режимов резания для нормирования работ, выполняемых на универсальных и многоцелевых станках с числовым программным управлением. Ч. 1. Нормативы времени. Дата актуализации 01.01.2021.

Поступила 10.03.2025 Подписана в печать 21.05.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

#### REFERENCES

1. Dunaev P. F., Lelikov O. P. (2021) Calculation of Dimensional Tolerances. Moscow, Innovatsionnoe Mashinostroenie Publ. 400 (in Russian).

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)

- 2. Bondarenko S. G., Cherednikov O. N., Gubii V. P., Ignattsev T. M. (1989) *Dimensional Analysis of Structures*. Kiev, Tekhnika Publ. 150 (in Russian).
- Roth M., Schleich B., Wartzack S. (2020) From Tolerance Allocation to Tolerance-Cost Optimization: A
  Comprehensive Literature Review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 107, 4859–4912. https://doi.org/10.1007/s00170-020-05254-5.
- Chen M. S. (1996) Optimising Tolerance Allocation for Mecha-nical Components Correlated by Selective Assembly. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 12. P. 349–355. https://doi.org/10. 1007/bf01179810.
- Rout B. K., Mittal R. K. (2009) Simultaneous Selection of Optimal Parameters and Tolerance of Manipulator Using Evolutionary Optimization Technique. Structural and Multidisciplinary Optimization, 40, 513–528. https://doi. org/10.1007/s00158-009-0368-2.
- Siddique N., Adeli H. (2015) Nature Inspired Computing: An Overview and Some Future Directions. *Cognitive Computation*, 7, 706–714. https://doi.org/10.1007/s12559-015-9370-8.
- 7. Moroni G., Petro S., Tolio T. (2011) Early Cost Estimation for Tolerance Verification. *CIRP Annals*, 60 (1), 195–198. https://doi.org/10.1016/j.cirp.2011.03.010.
- 8. Zhao Y. M., Liu D. S., Wen Z. J. (2016) Optimal Tolerance Design of Product Based on Service Quality Loss. *The International Journal of Advanced Manufacturing*

- *Technology*, 82, 1715–1724. https://doi.org/10.1007/s00170-015-7480-9.
- 9. Hoffenson S., Dagman A., Söderberg R. (2014) Tolerance Optimization Considering Economic and Environmental Sustainability. *Journal of Engineering Design*, 25 (10–12), 367–390. https://doi.org/10.1080/09544828. 2014.994481.
- Trucks H. E. (1974) Designing for Economical Production. Rochester, Society of Manufacturing Engineers. 221.
- 11. Dieter G. E. (1983) Engineering Design: A Materials and Processing Approach. New York, McGraw-Hill. 592.
- 12. Johnson R. C. (1958) The Cost of Finishes and Tolerances. *Journal of the American Society of Naval Engineers*, 70 (4), 607–614. https://doi.org/10.1111/j.1559-3584. 1958.tb01777.x.
- 13. Jamieson A. (1982) *Introduction to Quality Control*. Reston, Reston Publ. Co. 237.
- Velikanov K. M. (1989) Calculations of Economic Efficiency of New Technology. Leningrad, Mashinostroenie Publ. 430 (in Russian).
- 15. General Machine-Building Standards for Cutting Time and Modes for Standardizing Work Performed on Universal and Multi-Purpose Machines with Numerical Control. Part 1. Time standards. Update date: 01.01.2021.

Received: 10.03.2025 Accepted: 21.05.2025 Published online: 30.05.2025



https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-225-233

УДК 621.891

### Модель взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля для пластичных материалов

Докт. техн. наук, доц. В. Г. Барсуков $^{1}$ , канд. физ.-мат. наук, доц. А. И. Веремейчик $^{2}$ , канд. техн. наук, доц. Е. А. Евсеева $^{3}$ 

Реферат. Работа посвящена сравнительному анализу параметров напряженного состояния микровыступов поверхностей контактирующих материалов в области низких контактных давлений, характерных для закона трения Амонтона-Кулона, и в области высоких давлений, характерных для модели пластического трения Зибеля, используемой в теории обработки материалов давлением. Цель статьи - на основе микромеханического моделирования параметров упруго-пластического контактного взаимодействия выступов шероховатости поверхностей с использованием адгезионной теории трения произвести теоретическое обоснование и расчетную оценку взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля для пластичных материалов. Шероховатости деформируемого поверхностного слоя моделировались сферическими микровыступами. При анализе исходили из того, что деформирование микронеровностей происходит в виде трех последовательных стадий. Вначале материал деформируется упруго, затем в приповерхностном слое зарождается область пластического состояния, окруженная упруго-деформируемым материалом, а на конечной стадии происходит свободное пластическое течение. Принято в первом приближении, что для малых стесненных упругопластических деформаций применим закон Гука. В основной части работы на основе предложенной модели микроконтактного взаимодействия определены силовые параметры перехода от стесненного упруго-пластического деформирования микровыступов к свободному пластическому течению с учетом действия контактного трения, по Зибелю, на модельных пятнах касания. В дальнейшем выполнен переход от осредненных контактных давлений и удельных сил трения на единичных пятнах касания к номинальным давлениям и удельным силам трения. Получены аналитическая зависимость, связывающая коэффициенты трения Кулона и Зибеля, а также коэффициент Пуассона подвергаемого пластическому деформированию материала. На примере углеродистых и легированых сталей, а также цветных металлов и сплавов произведена расчетная оценка взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля для широкого диапазона изменения коэффициента Пуассона. Рассчитанные значения согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Результаты исследований могут быть использованы в учебном процессе, а также в инженерной и научно-исследовательской практике

**Ключевые слова**: трение, адгезионная теория, микромеханическая модель, коэффициент трения Кулона, фактор трения Зибеля, пластическое деформирование материалов

Для цитирования: Барсуков, В. Г. Модель взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля для пластичных материалов / В. Г. Барсуков, А. И Веремейчик, Е. А. Евсеева // Наука и техника. 2025. Т. 24, № 3. С. 225–233. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-225-233

#### Адрес для переписки

e 2a@mail.ru

Евсеева Елена Анатольевна Белорусский национальный технический университет просп. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 239-93-04

#### Address for correspondence

Eвсева Elena A. Belarusian National Technical University 65, Nezavisimosty Ave., 220013, Minsk, Republic of Belarus Tel.: +375 17 239-93-04 e 2a@mail.ru

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)

<sup>1)</sup> Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (Гродно, Республика Беларусь),

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>Брестский государственный технический университет (Брест, Республика Беларусь),

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

#### Model of the Relationship between the Coulomb and Siebel **Friction Coefficients for Plastic Materials**

V. G. Barsukov<sup>1)</sup>, A. I. Verameichyk<sup>2)</sup>, E. A. Evseeva<sup>3)</sup>

Abstract. The work is devoted to a comparative analysis of the stress state parameters for micro protrusions of the contacting materials surfaces in the region of low contact pressures characteristic for the Amontons-Coulomb friction law and in the region of high pressures characteristic of the Siebel plastic friction model used in the theory of material processing by pressure. The aim of the work is to substantiate theoretically and calculate the relationship between the Coulomb and Siebel friction coefficients for plastic materials based on micromechanical modeling of the elastic-plastic contact interaction parameters for the surface roughness protrusions using the adhesive friction theory. The roughness of the deformable surface layer was modeled by spherical micro protrusions. The analysis was based on the fact that the deformation of micro roughnesses occurs in three successive stages. Initially, the material is deformed elastically, then a plastic state region, surrounded by elastically deformable material, arises in the near-surface layer, and free plastic flow occurs at the final stage. It is accepted in the first approximation that Hooke's law is applicable for small constrained elastic-plastic deformations. In the main part of the work, on the basis of the proposed micro contact interaction model, the force parameters of the transition from constrained elasticplastic deformation of micro protrusions to free plastic flow are determined, taking into account the action of contact friction, according to Siebel, on model contact spots. Subsequently, a transition from averaged contact pressures and specific friction forces on single contact spots to nominal pressures and specific friction forces is performed. An analytical dependence is obtained linking the Coulomb and Siebel friction coefficients, as well as the Poisson ratio of the material subjected to plastic deformation. Using carbon and alloy steels, as well as non-ferrous metals and alloys as examples, a calculated assessment of the relationship between the Coulomb and Siebel friction coefficients is made for a wide range of variations of the Poisson ratio. The calculated values are consistent with the available experimental data. The research results can be used in the educational process, as well as in engineering and scientific research practice.

Keywords: friction, adhesion theory, micromechanical model, Coulomb friction coefficient, Siebel friction factor, plastic deformation of materials

For citation: Barsukov V.G. Verameichyk A.I., Evseeva E.A. Model of the Relationship between the Coulomb and Siebel Friction Coefficients for Plastic Materials // Science and Technique. 24 (3), 225-233. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-225-233 (in Russian)

#### Введение

Трение играет существенную роль не только в механике машин и механизмов [1, 2], но и при обработке давлением твердых [3, 4] и дисперсных [5] материалов. В последнем случае оно определяет силовые и энергетические параметры процессов деформирования, неоднородность напряженно-деформированного состояния и влияет на неравномерность распрефизико-механических деления показателей свойств получаемых изделий [6, 7]. Несмотря на важность проблемы трения, многие ее аспекты изучены недостаточно [8, 9], что обусловлено сложностью протекающих в зоне фрикционного контакта явлений.

Теоретические исследования силовых параметров в зоне фрикционного контакта основаны преимущественно на законе трения Амонтона-Кулона, который устанавливает линейную зависимость удельных сил трения т от давления р в зоне контакта. Вместе с тем такой подход часто не подтверждается при обработке материалов давлением, поскольку зависимость удельных сил трения от давления в зоне контакта является существенно нелинейной [1, 8–11]. При анализе процессов объемной штамповки металлов применяется иной подход, основанный на модели пластического трения Зибеля, согласно которой удельные силы трения не зависят от контактного давления, а составляют некоторую часть (через долевой коэффициент, называемый также фактор) от предела текучести материала на сдвиг [12]. Кроме того, известны нелинейные зависимости удельных сил трения от давления, согласующиеся в области низких давлений с законом трения Амонтона-Кулона, а в области высоких давлений с моделью пластического трения Зибеля [9–11]. Обзор этих исследований приведен в [9]. Вме-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Yanka Kupala Grodno State University (Grodno, Republic of Belarus),

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>Brest State Technical University (Brest, Republic of Belarus),

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

сте с тем из опубликованных работ неясно, существует ли взаимосвязь коэффициентов трения Кулона и Зибеля.

Цель работы — на основе микромеханического моделирования параметров упруго-пластического контактного взаимодействия выступов шероховатости поверхностей с использованием адгезионной теории трения произвести теоретическое обоснование и расчетную оценку взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля при пластическом деформировании материалов.

#### Методика исследований

Теоретическое обоснование взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля осуществляли с использованием адгезионной теории трения на основе разработки микроконтактной модели стесненного упруго-пластического деформирования шероховатых поверхностей. Шероховатости моделировались сферическими микровыступами. Вначале определяли силовые параметры перехода от стесненного упруго-пластического деформирования к свободному для единичных модельных пятен касания. Принималось действие модели пластического трения Зибеля на пятнах касания. На втором этапе, после составления расчетной схемы и получения уравнений для модельного контакта единичных шероховатостей, переходили от контактных давлений и удельных сил трения на пятнах касания к осредненным давлениям и удельным силам трения на номинальной площади контакта. Результаты моделирования приводили к аналитической зависимости, связывающей показатели деформационных и фрикционных свойств материала. Для проверки расчетной схемы выполнялись оценочные расчеты на примере углеродистых и легированных сталей, а также цветных металлов и сплавов.

### Теоретическое обоснование взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля

Выполним сравнительный анализ расчетных моделей фрикционного контакта. Широко распространенный в механике машин и физике закон трения Амонтона—Кулона устанавливает линейную взаимосвязь удельных сил трения  $\tau$  от давления p в зоне контакта

$$\tau = fp, \tag{1}$$

где f – коэффициент трения Кулона.

Вместе с тем в теории обработки металлов давлением исходят из установленной Зибелем закономерности [12], что при высоких контактных давлениях p удельные силы трения не зависят от p, а составляют некоторую долю от предела текучести на сдвиг  $\tau_s$  деформируемого материала

$$\tau = m\tau_{s}, \qquad (2)$$

где m — так называемый «фактор трения» Зибеля.

Но согласно энергетической теории текучести предел текучести материала на сдвиг  $\tau_s$  связан с пределом текучести при растяжении и сжатии  $\sigma_s$  [13]

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \approx 0,577\sigma_s. \tag{3}$$

С учетом (3) аналитическая зависимость (2) может быть преобразована к следующему виду:

$$\tau = \frac{m}{\sqrt{3}}\sigma_s = \mu_s \sigma_s, \tag{4}$$

где  $\mu_s$  — коэффициент пластического трения Зибеля, рассчитываемый по формуле

$$\mu_s = \frac{m}{\sqrt{3}} \approx 0,577m. \tag{5}$$

Из формул (1)-(4) видно, что существует противоречие закона трения Амонтона-Кулона (линейная зависимость удельных сил трения от давления) и модели пластического трения Зибеля (независимость удельных сил трения от давления). Проанализируем возможность устранения этого противоречия с использованием адгезионной теории трения, которая основана на выдвинутом Ф.П. Боуденом и Д. Тейбором положении о том, что вступающие в контакт неровности образуют «мостики схватывания» благодаря адгезии на пятнах контакта [14]. В зависимости от свойств контактирующих материалов срез «мостиков схватывания» может происходить по границе раздела неровностей или по более мягкому материалу. С увеличением нормальной нагрузки растут пластическая деформация контактирующих выступов и сближение тел трения. В результате увеличиваются размеры и число «мостиков схватывания», что сопровождается ростом силы трения  $F_T$ . Следовательно, сила трения растет пропорционально площади  $A_r$  фактического контакта и определяется произведением удельных сил адгезионного сцепления  $\tau_a$  на величину  $A_r$  [14, 15]:

$$F_T = \tau_a A_r = \tau_a \eta A_u, \tag{6}$$

где  $\eta = A_r / A_{_{\rm H}}$  — относительная площадь фактического контакта;  $A_{_{\rm H}}$  — номинальная площадь касания.

С учетом формулы (6) для удельных сил трения т можно записать

$$\tau = \frac{F_T}{A_u} = \tau_a \eta. \tag{7}$$

Для практического использования формулы (7) необходимо знать закономерность изменения относительной площади  $A_r$  фактического контакта как функции прикладываемого давления и механических свойств контактирующих материалов.

Известно [16], что при контакте сфер (и сферических выступов) из упруго-пластических материалов процесс деформирования осуществляется в виде нескольких последовательно реализуемых стадий (рис. 1).

На начальной стадии деформирование осуществляется упруго. Затем в приповерхностном слое зарождается область пластического состояния, окруженная упруго-деформируемым материалом (стадия стесненного упруго-пластического состояния). При дальнейшем росте нагрузки область пластического состояния выходит на поверхность, после чего процесс характеризуется свободным упруго-пластическим деформированием материала.

Наиболее подробно изучена первая стадия, которая подчиняется классическим решениям теории упругости [17]. Заключительную стадию при оценочных технических расчетах предложено описывать на основе модели внедрения жесткой сферы в пластическое не упрочняемое полупространство [15]. В простейшем случае (для малых пластических деформаций) эта зависимость изменения относительной площади η фактического контакта как функции прикладываемого давления имеет линейный характер [15]:

$$\eta = \frac{p}{c\sigma_c} \,, \tag{8}$$

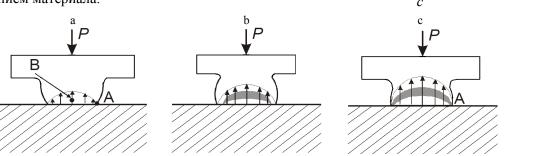
где  $c \approx 3$  – коэффициент.

Приняв, что на площадке фактического контакта выполняется модель пластического трения Зибеля в форме (4), из аналитической зависимости (7) с учетом (8) получаем следующее выражение для расчета удельных сил трения:

$$\tau = \frac{F_T}{A_{\rm H}} = \frac{\mu_s}{c} p. \tag{9}$$

(10)

Как видно из (9), удельные силы трения т прямо пропорциональны прикладываемому давлению p. Таким образом, при малых пластических деформациях, когда площадь фактического контакта мала в сравнении с номинальной, из модели пластического трения Зибеля на микроплощадках следует закон трения Амонтона—Кулона на макроплощадках. При этом коэффициент трения Кулона f связан с коэффициентом пластического трения Зибеля  $\mu_s$  при помощи следующей зависимости:



 $Puc.\ 1.$  Схемы деформирования материала при контакте выступов в виде микросфер с гладкой поверхностью: а - идеально упругое; b - стесненное упруго-пластическое; с - свободное упруго-пластическое

Fig. 1. Schemes of material deformation upon contact of protrusions in the form of microspheres with a smooth surface: a – ideally elastic; b – constrained elastic-plastic; c – free elastic-plastic

Поскольку в рассмотренной модели  $c \approx 3$  [15], из формулы (10) следует, что коэффициент пластического трения Зибеля µ<sub>s</sub> в три раза больше коэффициента трения Кулона f. При этом максимальное значение коэффициента трения Кулона  $f_{\text{max}}$  для всех видов контактирующих материалов, независимо от показателей их деформационных свойств, составляет

$$f_{\text{max}} = \frac{\mu_{\text{smax}}}{c} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = 0,192.$$
 (11)

Однако такой вывод не подтверждается на практике.

Наряду с рассмотренной выше моделью внедрения жесткой сферы в пластическое полупространство имеется ряд исследовательских работ [16, 17], посвященных анализу стадии стесненного упруго-пластического деформирования материалов сферическим индентором. В частности, в работе [17] предложена упрощенная модель с шаровым ядром упруго-пластического внедрения. Предполагается, что внутри ядра имеет место гидростатическое напряженное состояние с интенсивностью, равной среднему контактному давлению  $p_m$ . В соответствии с этой моделью [15, 17] для несжимаемого материала среднее давление  $p_m$ определяется соотношением  $p_m/\sigma_s = 2.7$ , что на 10 % меньше значений, предсказываемых формулой (8) в соответствии с теорией идеальной пластичности. При таком подходе в соответствии с рассматриваемой адгезионной теорией трения следует допустить увеличение максимального коэффициента трения Кулона до значения

$$f_{\text{max}} = \frac{\mu_{s \text{ max}}}{2.7} = \frac{0.577}{2.7} \approx 0.214.$$
 (12)

Полученное значение лучше согласуется с имеющимися экспериментальными данными и свидетельствует о перспективности развития микроконтактного подхода с более углубленным учетом показателей механических свойств подвергаемого деформированию материала.

#### Разработка микроконтактной адгезионной модели взаимосвязи коэффициентов трения Кулона и Зибеля

Рассмотрим условия перехода от стадии стесненного упруго-пластического деформирования (рис. 1) к фазе пластического смятия неровностей. В связи с тем, что пластическая линза внутри микросферы окружена упругой оболочкой, для малых стесненных упругопластических деформаций на этой стадии примем в первом приближении действие закона Гука. В соответствии с энергетической теорией текучести переход от упругого состояния к пластическому в любой точке начинается тогда, когда эквивалентные напряжения  $\sigma_{red}$ станут равны пределу текучести [13]  $\sigma_s$  В точке A (рис. 1в) эквивалентные напряжения  $\sigma_{redA}$ равны [13, 16]

$$\sigma_{red_A} = \frac{\sqrt{3}(1-2\nu)}{3} p_0,$$
 (13)

где  $p_0$  — наибольшие напряжения в зоне контакта (напряжения Герца); у - коэффициент Пуассона.

Из (13) следует, что максимальные контактные напряжения  $p_0$ , соответствующие переходу материала в точке A от упругого состояния к пластическому, равны

$$p_0 = \frac{\sqrt{3}}{1 - 2v} \sigma_s. \tag{14}$$

Поскольку среднее давление  $p_m$  в зоне контакта в соответствии с теорией Герца составляет 2/3 от максимального  $p_0$  [13, 15], переход материала в точке A от упругого состояния к пластическому будет осуществляться при среднем давлении

$$p_m = \frac{2}{3} p_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3(1-2\nu)} \sigma_s. \tag{15}$$

Для удельных сил трения на площадках фактического контакта в соответствии с законом трения Амонтона-Кулона с учетом (15) можно записать

$$\tau = fp_m = f \frac{2\sqrt{3}}{3(1 - 2\nu)} \sigma_s. \tag{16}$$

Приняв в формуле (7) прочность адгезионного сцепления  $\tau_a$ , равной удельным силам трения, по Зибелю, в форме (4), получаем

$$\tau = \tau_a \frac{A_r}{A_u} = \mu_s \sigma_s \frac{A_r}{A_u}.$$
 (17)

Наука итех<u>ника. Т. 24, № 3 (2025)</u>

Входящую в формулу (17) площадь фактического контакта  $A_r$  можно найти как отношение действующего усилия P к среднему давлению  $p_m$  на площадках фактического контакта. При этом учтем, что прижимающее усилие P можно рассматривать как произведение номинального давления p на номинальную площадь контакта  $A_H$ . Тогда

$$A_r = \frac{P}{p_m} = \frac{pA_{\rm H}}{p_m}.\tag{18}$$

Подставив значение  $p_m$  из (15) в (18), находим отношение  $A_r/A_{\rm H}$ 

$$\frac{A_r}{A_H} = \frac{\sqrt{3}(1 - 2v)}{2} \frac{p}{\sigma_s}.$$
 (19)

С учетом (19) формула (17) для расчета удельных сил трения  $\tau$  преобразуется в следующую зависимость:

$$\tau = \frac{\sqrt{3}(1 - 2\nu)}{2} \mu_s p. \tag{20}$$

Сравнивая (20) с законом трения Амонтона— Кулона (1), для коэффициента трения f получаем

$$f = \frac{\sqrt{3}(1 - 2\nu)}{2}\mu_s. \tag{21}$$

Полученная аналитическая зависимость устанавливает искомую взаимосвязь коэффициента пластического трения Зибеля  $\mu_s$  с коэффициентом трения Кулона и коэффициентом Пуассона более мягкого материала контактирующей пары. Аналогичная зависимость для фактора трения m получается совместным решением (5) и (21)

$$f = \frac{1 - 2\nu}{2}m. \tag{22}$$

### Результаты исследований и их обсуждение

С целью апробации полученных расчетных зависимостей выполнены оценочные расчеты коэффициентов трения Кулона для широкого диапазона изменения коэффициентов пластического трения Зибеля и коэффициента Пуассона. Диапазон изменения коэффициентов Пуассона

принят в соответствии с имеющимися в справочной литературе данными для углеродистых (v = 0.24-0.28) и легированных (v = 0.25-0.30)сталей, а также меди (v = 0.31-0.34), бронзы (v = 0.32-0.35), алюминия (v = 0.32-0.36) [13]. Имеющиеся в литературе данные по значениям коэффициента пластического трения Зибеля µ<sub>s</sub> фрагментарны и трудносопоставимы, поскольку получены по различным методикам. В связи с изложенным для оценочных расчетов выбран диапазон  $\mu_s = 0.45 - 0.577$ , верхнее значение которого ( $\mu_s = 0,577$ ) соответствует теоретически максимально возможному сопротивлению, когда реализуется условие сдвига, по Прандтлю (пластическое течение материала в подповерхностных слоях), а меньшие значения µ<sub>s</sub> соответствуют реальным условиям существования на контактной поверхности окисных пленок и адсорбированных слоев.

Результаты расчетов приведены в табл. 1. Курсивом (последний столбец) выделены предельные значения для идеального контакта поверхностей, не содержащих адсорбированных слоев и окисных пленок, когда реализуется условие сдвига, по Прандтлю ( $\mu_s = 0,577$ ). Взаимосвязь коэффициентов m и  $\mu_s$  при составлении таблицы принята с соответствии с формулой (5).

Таблица 1
Расчетные значения коэффициентов
трения Кулона f
Calculated values of the Coulomb friction coefficients f

	Коэф-	Коэффициент $\mu_{\rm s}$ и фактор $(m)$ трения Зибеля				
(	рициент Пуас-	$\mu_{\rm s} = 0.45$	$\mu_{\rm s} = 0.50$	$\mu_{\rm s} = 0.55$	Сред-	Предель-
	•				нее зна-	ное зна-
	сона v	(m = 0.78)	(m = 0.87)	(m=0.95)	чение	чение
	0,24	0,20	0,225	0,25	0,225	0,26
	0,26	0,19	0,21	0,23	0,21	0,24
	0,28	0,17	0,19	0,21	0,19	0,22
	0,30	0,16	0,17	0,19	0,17	0,20
	0,32	0,14	0,16	0,17	0,16	0,18
	0,34	0,125	0,14	0,15	0,14	0,16
	0,36	0,11	0,12	0,13	0,12	0,14

Анализ табл. 1 показывает, что рассчитанные значения коэффициентов трения Кулона *f* для сталей и цветных металлов находятся в диапазоне, который согласуется с имеющимися экспериментальными данными для сухого трения гладко обработанных поверхностей (табл. 2). Приведенные в табл. 2 ориентировочные осред-

ненные значения взяты из справочной литературы [18, 19], а также из интернет-источников. Граничное трение не рассматривалось, поскольку в этом случае коэффициент трения fзависит от вида и содержания смазки, скорости скольжения и температуры в зоне контакта [2, 20].

Таблица 2 Ориентировочные значения коэффициентов сухого трения металлов и сплавов Approximate values of dry friction coefficients of metals and alloys

	Коэффициент	
Контактир	трения	
	Кулона $f$	
Сталь конструк-	сталь мягкая	0,20
ционная	сталь конструкционная	0,18
	бронза	0,12-0,15
	медь	0,15
	латунь	0,19
	алюминий	0,15
	дюралюминий	0,18
Сталь хромо-	сталь конструкционная	0,15
никелевая	никелевая сталь хромоникелевая	
	латунь Л62	0,16
Латунь Л59, Л62	бронза безоловянистая	0,16
	латунь	0,16

Удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных оценочных значений коэффициентов трения свидетельствует о корректности принятой расчетной схемы и полученных на ее основе результатов. Все это позволяет также решать представляющую интерес для практики обратную задачу – производить расчетную оценку коэффициента и «фактора» трения Зибеля по известным значениям коэффициентов трения Кулона и коэффициента Пуассона деформируемого материала. Соответствующие простые и удобные для практического использования зависимости получаются путем преобразования формул (21) и (22):

$$\mu_s = \frac{2\sqrt{3}}{3(1-2\nu)}f;$$
 (23)

$$m = \sqrt{3}\mu_s = \frac{2f}{1 - 2\nu}.$$
 (24)

Из модели внедрения жесткой сферы в идеальное пластическое полупространство в соответствии с формулой (10) следует, что отношение коэффициента пластического трения Зибеля  $\mu_s$  к коэффициенту трения Кулона f есть величина, постоянная для всех материалов и приблизительно равная 3. Вместе с тем, согласно формуле (23), основанной на предложенной микроконтактной адгезионной модели, коэффициент пластического трения Зибеля линейно зависит от коэффициента трения Кулона и нелинейно - от коэффициента Пуассона более мягкого материала пары трения (рис. 2).

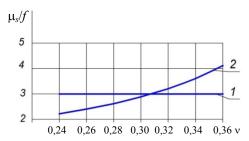


Рис. 2. Отношение коэффициента пластического трения Зибеля  $\mu_s$  к коэффициенту трения Кулона f:

- 1 расчет по модели внедрения жесткой сферы в идеальное пластическое полупространство;
- 2 расчет по микроконтактной адгезионной модели в соответствии с формулой (22)

Fig. 2. Ratio of the Siebel plastic friction coefficient  $\mu_s$  to the Coulomb friction coefficient *f*:

- 1 calculation using the model of introducing a rigid sphere into an ideal plastic half-space;
  - 2 calculation using the microcontact adhesion model in accordance with formula (22)

При этом, как видно из рис. 2, результаты расчетов по микроконтактной адгезионной модели и модели внедрения жесткой сферы в идеальное пластическое полупространство совпадают при коэффициенте Пуассона v = 0.31. В диапазоне v = 0.28-0.33, характерном для наиболее распространенных сочетаний металлических пар трения, расхождения также не превышают 13 %, что для технических расчетов вполне допустимо. По мере дальнейшего отклонения от рассмотренного диапазона у = = 0,28-0,33 наблюдается более заметное расхождение результатов.

При практическом использовании формул (22) и (23) необходимо учитывать, что коэффициент трения f должен быть определен при давлениях, когда закон трения Кулона применим (номинальные контактные давления существенно меньше предела текучести более мягкого материала пары). При более высоких давлениях, сопровождающихся пластическим течением в объеме материала или пластическим «пропахиванием» поверхностных слоев, удельные силы трения нелинейно зависят от контактного давления и понятие «коэффициент трения» становится условным, поскольку эта величина при таких давлениях не может рассматриваться как константа [1, 8, 9].

#### выводы

- 1. Результаты выполненных исследований параметров напряженного состояния микровыступов поверхностных слоев контактирующих материалов позволили осуществить теоретическое обоснование взаимосвязи коэффициентов трения Зибеля и Кулона для пластичных материалов на основе адгезионной теории трения и микроконтактной модели упругопластического деформирования шероховатых поверхностей.
- 2. Получена аналитическая зависимость, связывающая коэффициенты трения Кулона и Зибеля, а также коэффициент Пуассона подвергаемого пластическому деформированию материала из контактирующей пары. На примере углеродистых и легированых сталей, а также цветных металлов и сплавов произведена расчетная оценка взаимосвязи коэффициентов трения Зибеля и Кулона для широкого диапазона изменения коэффициента Пуассона. Рассчитанные значения удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.
- 3. Результаты исследований могут быть использованы в учебном процессе при изучении дисциплин, связанных с обработкой материалов давлением, а также в инженерной и научно-исследовательской практике.

#### Обозначения:

 $A_{\rm H}$  — номинальная площадь касания;  $A_r$  — площадь фактического контакта; c — коэффициент; f — коэффициент трения Кулона;  $f_{\rm max}$  — максимальное значение коэффициента трения Кулона;  $F_{\rm T}$  — сила трения; m — «фактор трения» Зибеля; P — действующее усилие; p — давление;  $p_m$  — среднее контактное давление;  $p_0$  — наибольшие напряжения в зоне контакта (напряжения Герца);  $\mu_{\rm s}$  — коэффициент пластического трения Зибеля;  $\mu_{\rm smax}$  — максимальное значение коэффициента пластического трения Зибе-

ля;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\sigma_{redA}$  — эквивалентные напряжения в точке A;  $\sigma_s$  — предел текучести при растяжении и сжатии;  $\tau$  — удельные силы трения;  $\tau_s$  — предел текучести на сдвиг;  $\tau_a$  — удельные силы адгезионного сцепления;  $\eta$  — относительная площадь фактического контакта.

#### **Nomenclature:**

 $A_{\rm H}$  – nominal contact area;  $A_r$  – actual contact area; c – coefficient; f – Coulomb friction coefficient;  $f_{\rm max}$  – maximum value of Coulomb's friction coefficient;  $F_{\rm T}$  – friction force; m – Siebel's "friction factor"; P – effective force; p – pressure;  $p_m$  – average contact pressure;  $p_0$  – greatest stresses in the contact zone (Hertz stresses);  $\mu_s$  – Siebel's plastic friction coefficient;  $\mu_{\rm smax}$  – maximum value of Siebel's plastic friction coefficient;  $\nu$  – Poisson's ratio;  $\sigma_{\rm red}$  – equivalent stresses;  $\sigma_s$  – yield strength in tension and compression;  $\tau$  – specific friction forces;  $\tau_s$  – shear yield strength;  $\tau_a$  – specific adhesive bond forces;  $\eta$  – relative actual contact area.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Оценка работоспособности ПТФЭ-композитов в качестве антифрикционных слоев опорных частей с шаровым сегментом. / А. А. Адамов, И. Э. Келлер, Д. С. Петухов [и др.] // Трение и износ, 2023. Т. 44, № 3. С. 201–211. https://doi.org/10.32864/0202-4977-2023-44-3-201-211.
- Мышкин, Н. К. Трение, смазка, износ. Физические основы и технические приложения трибологии / Н. К. Мышкин, М. И. Петроковец. М.: Физматлит, 2007. 368 с.
- 3. Wagoner, R. H. Fundamentals of Metal Forming R. H. Wagoner, J.-L. Chenot. NY: John Wiley, 1997. 389 p.
- Метод определения коэффициента трения при холодной прокатке особо тонких листов / В. А. Томило, С. В. Пилипенко, А. В. Дудан [и др.] // Трение и износ. 2024. Т. 45, № 3. С. 220–226. https://doi.org/10.32864/0202-4977-2024-45-3-220-226.
- Худяков, А. Ю. Анализ известных зависимостей и разработка новых уравнений прессования мелкофракционных материалов горно-металлургического комплекса / А. Ю Худяков, С. В. Ващенко // Новые огнеупоры. 2019. № 12. С. 37–46.
- 6. Isherwood, D. P. Some Observation of die Wall Friction Effects on the Compaction of Polymer / D. P. Isherwood // Powder Technology, 1987. Vol. 48, No 3. P. 253–262. https://doi.org/10.1016/0032-5910(86)80050-x.
- 7. Методика экспресс-оценки параметров внутреннего трения в брикетах пресс-материала / В. В. Барсуков, В. Тарасюк, В. М. Шаповалов, Б. Крупич [и др.] // Трение и износ. 2017. Т. 38, № 1. С. 41–48.
- 8. Kendal, K. Inadequacy of Coulomb's Friction Law for Particle Assemblies / K. Kendal // Nature. 1986. Vol. 319. P. 203–205. https://doi.org/10.1038/319203a0.
- 9. Барсуков, В. Г. Технологическое трение при экструзии композитов / В. Г. Барсуков, А. И. Свириденок. Гродно: ГРГУ, 1998. 201 с.
- Mróz, Z. Consitutive model of Adhesive and Ploughing Friction in Metal – Forming Processes / Z. Mróz, S. Stupkiewicz // International Journal of Mechanical Sci-

Science and Technique. V. 24, No 3 (2025)

- ences. 1998. Vol. 40, № 2–3. P. 281–303. https://doi.org/10. 1016/s0020-7403(97)00055-6.
- 11. Лаптев, А. М. Построение диаграммы для определения коэффициента трения в формуле Леванова по методу осадки кольца / А. М. Лаптев, Я. Ю. Ткаченко, В. И. Жабин // Обработка материалов давлением. 2011. № 3 (28). С. 129–132.
- 12. Siebel, E. Grundlagen und Begriffe der Bildsamen Formgebung / E. Siebel // Werkstatttechnik und Maschinenbau. 1950. No 40. S. 373–380.
- 13. Писаренко, Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.
- Bowden, F. P. Friction and Lubrication of Solids / F. P. Bowden, D. Tabor. London: Oxford University Press. 1954. 424 p. https://doi.org/10.1093/oso/9780198 507772. 001.0001
- Свириденок, А. И. Механика дискретного фрикционного контакта / А. И. Свириденок, С. А. Чижик, М. И. Петроковец. Минск: Наука и техника, 1990. 272 с.
- 16. Крупич, Б. Моделирование микроконтактных взаимодействий при газоабразивном изнашивании сталей с учетом деформационного упрочнения / Б. Крупич, В. Г. Барсуков, А. И. Свириденок // Трение и износ. 2019. Т. 40, № 6. С. 644–653.
- Johnson, K. L. Contact Mechanics / K. L Johnson. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 414 p. https://doi.org/10.1017/cbo9781139171731.
- Енохович, А. С. Справочник по физике и технике / А. С. Енохович. М.: Просвещение, 1989. 224 с.
- Stachowiak, G. W. Engineering Tribology / G. W. Stachowiak, A. W. Batchelor. 4<sup>th</sup> ed. Elsevier Science: Butterworth-Heinemann, 2016. 884 p.
- 20. Триботехнические характеристики покрытий на основе бронзы БрА7Н6Ф после оплавления оптоволоконным лазером / О. Г. Девойно, Е. Э. Фельдштейн, А. Я. Григорьев [и др.] // Трение и износ. 2023. Т. 44, № 1. С. 12–19. https://doi.org/10.32864/0202-4977-2023-44-1-12-19.

Поступила 10.01.2025 Подписана в печать 14.03.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

#### REFERENCES

- 1. Adamov A. A., Keller I. E., Petukhov D. S., Kuzminykh V. S., Patrakov I. M., Grakovich P. N., Shilko I. S. (2023) Evaluation of the Performance of PTFE Composites as Antifriction Layers of Bearing Parts with a Spherical Segment. *Journal of Friction and Wear*, 44 (3), 127–134. https://doi.org/10.3103/s1068366623030029.
- Myshkin N. K., Petrokovets M. I. (2007) Friction, Lubrication, Wear. Physical Fundamentals and Engineering Applications of Tribology. Moscow, Fizmatlit Publ. 368 (in Russian).
- 3. Wagoner R., Chenot J.-L. (1997) Fundamentals of Metal Forming. NY, John Wiley. 389.
- 4. Tomilo V. A., Pilipenko S. V., Dudan A. V., Shtempel O. P., Vigerina T. V. (2024) Method for Determining the Friction Coefficient in Cold Rolling of Ultra-Thin Sheets. *Journal of Friction and Wear*, 45 (3), 147–151. https://doi.org/10.3103/s1068366624700223.
- Khudyakov A. Yu., Vashchenko S. V. (2019) Analysis of Known Dependencies and Development of New Equations

- for Pressing Fine-Grained Materials of the Mining and Metallurgical Complex. *Novye Ogneupory = New Refractories*, (12), 37–46 (in Russian).
- Isherwood D. P. (1987) Some Observation of Die Wall Friction Effects on the Compaction of Polymer. *Powder technology*, 48 (3), 253–262. https://doi.org/10.1016/0032-5910(86)80050-x
- 7. Barsukov V. V., Tarasiuk W., Shapovalov V. M., Krupicz B., Barsukov V. G. (2017) Express Evaluation Method of Internal Friction Parameters in Molding Material Briquettes. *Journal of Friction and Wear*, 38 (1), 71–76. https://doi.org/10.3103/s1068366617010032.
- Kendal K. (1986) Inadequacy of Coulomb's Friction Law for Particle Assemblies. *Nature*, 319, 203–205. https://doi. org/10.1038/319203a0.
- Barsukov V. G., Sviridenok A. I. (1998) Technological Friction during Extrusion of Composites. Grodno, Publishing House of Grodno State University. 201 (in Russian).
- Mróz Z., Stupkiewicz S. (1998) Consitutive Model of Adhesive and Ploughing Friction in Metal – Forming Processes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 40 (2–3), 281–303. https://doi.org/10.1016/s0020-7403 (97)00055-6.
- 11. Laptev A. M., Tkachenko Ya.Yu., Zhabin V. I. (2011) Construction of a Diagram for Determining the Friction Coefficient in the Levanov's Formula Using the Ring Upsetting Method. *Obrabotka Materialov Davleniem* [Material Processing by Pressure], (3), 129–132 (in Russian).
- 12. Siebel E. (1950) Grundlagen und Begriffe der Bildsamen Formgebung. *Werkstatttechnik und Maschinenbau*, (40), 373–380 (in German).
- Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveev V. V. (1988) Handbook on Strength of Materials. Kyiv, Naukova Dumka Publ. 736 (in Russian).
- 14. Bowden F. P., Tabor D. (1954) Friction and Lubrication of Solids. London, Oxford University Press. 424 https://doi.org/10.1093/oso/9780198507772.001.0001
- Sviridenok A. I. Chizhik S. A., Petrokovets M. I. (1990) Mechanics of Discrete Frictional Contact. Minsk, Nauka i Tekhnika Publ. 272 (in Russian).
- 16. Krupich B., Barsukov V. G. and Sviridenok A. I. (2019) Simulation of Microcontact Interactions during Gas-Abrasive Wearing of Steels with Allowance for Strain Hardening. *Journal of Friction and Wear*, 40 (6), 488–494. https://doi.org/10.3103/S106836661906014X.
- Johnson K. L. (1985) Contact Mechanics. Cambridge, Cambridge University Press. 414. https://doi.org/10.1017/ cbo9781139171731.
- 18. Enochovich A. S. (1989) *Handbook of Physics and Technology*. Moscow, Prosveshchenie Publ. 224 (in Russian).
- Stachowiak G. W., Batchelor A. W. (2016) Engineering tribology. 4<sup>th</sup> ed. Butterworth-Heinemann, Elsevier Science. 884. https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-7836-0.X5000-7.
- Devoino O. G., Feldshteyn E. E., Grigoriev A. Ya, Basinyuk V. L., Kardopolova M. A., Kosiakova I. M. (2023) Tribological Characteristics of Coatings Based on Bronze BrA7N6F After Melting with a Fiber Optic Laser. *Journal of Friction and Wear*, 44 (1), 12–19. https://doi. org/10.3103/s1068366623010038.

Received: 10.01.2025 Accepted: 14.03.2025 Published online: 30.05.2025

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025) https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-234-245

УДК 534.131:534-8

## Моделирование вынужденных колебаний концентраторов ультразвука на основе кольцевых упругих элементов

Докт. техн. наук, доц. Д. А. Степаненко<sup>1)</sup>, асп. А. Н. Киндрук<sup>1)</sup>

Реферат. В статье рассмотрена методика моделирования вынужденных колебаний концентраторов ультразвука на основе кольцевых упругих элементов и составных колебательных систем на их основе. В основу моделирования положено решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний путем разложения в ряд по собственным функциям соответствующей однородной задачи. В результате получены выражения для коэффициента усиления колебаний по амплитуде и входного механического импеданса, позволяющие исследовать влияние конструктивных параметров на основные эксплуатационные характеристики колебательных систем, содержащих кольцевые концентраторы. Корректность полученных численных результатов подтверждается их сравнением с результатами моделирования с помощью метода конечных элементов. Показано, что составная колебательная система, состоящая из последовательно соединенных стержневого волновода и кольцевого концентратора, обеспечивает усиление колебаний по амплитуде при условии, что частоты антирезонанса элементов системы имеют близкие значения. Установлено, что коэффициент усиления составной колебательной системы может быть повышен за счет увеличения площади поперечного сечения стержневого волновода и/или волнового сопротивления его материала, а также за счет оптимального выбора величины рассогласования между частотами антирезонанса элементов системы. Также дается объяснение механизма усиления колебаний однородным кольцевым концентратором, основанное на анализе взаимодействия множества мод колебаний, возбуждаемых в концентраторе при его работе в околорезонансном режиме.

**Ключевые слова:** ультразвуковые колебания, кольцевой концентратор, краевая задача, собственные частоты, вынужденные колебания

**Для цитирования:** Степаненко, Д. А. Моделирование вынужденных колебаний концентраторов ультразвука на основе кольцевых упругих элементов / Д. А. Степаненко, А. Н. Киндрук // *Наука и техника.* 2025. Т. 24, № 3. С. 234–245. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-234-245

## Modelling of Forced Vibrations of Ultrasound Concentrators Based on Ring-Shaped Elastic Elements

D. A. Stepanenko<sup>1)</sup>, A. N. Kindruk<sup>1)</sup>

**Abstract.** The article considers methodology for modelling forced vibrations of ultrasound concentrators based on ring-shaped elastic elements and compound vibratory systems including such concentrators. As a background for modelling we used solution of non-homogeneous differential equation of forced vibrations based on series expansion by eigenfunctions of the corresponding homogeneous problem. As a result we obtained expressions for the gain factor of vibrations amplitude and the input mechanical impedance allowing to study the effect of design parameters on the main operational characteristics of vibratory systems containing ring-shaped concentrators. The obtained numerical results are verified by comparing them to the results of modelling by means of finite element method. It is shown that a compound vibratory system consisting of serially connected bar waveguide and a ring-shaped concentrator enables gain of vibrations amplitude under condition that elements of the system have close values of anti-resonance frequencies. It has been determined that gain of a compound vibratory system can be improved by increasing

#### Адрес для переписки

Степаненко Дмитрий Александрович Белорусский национальный технический университет ул. Я. Коласа, 22, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 293-91-01

Address for correspondence

Stepanenko Dmitry A.
Belarusian National Technical University
22, Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 293-91-01

kipp@bntu.by

Science and Technique, V. 24, No 3(2025)

kipp@bntu.by

<sup>1)</sup> Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarussian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

crossectional area of the bar waveguide and/or specific acoustic impedance of its material, as well as by means of optimal choice of mismatch value between anti-resonant frequencies of the system elements. An explanation is also given of the mechanism of vibrations amplification by means of uniform ring-shaped concentrator based on an analysis of the interaction between plurality of vibration modes excited in concentrator in the case of its near-resonant operation.

Keywords: ultrasonic vibrations, ring-shaped concentrator, boundary value problem, natural frequencies, forced vibrations

For citation: Stepanenko D. A., Kindruk A. N. (2025) Modelling of Forced Vibrations of Ultrasound Concentrators Based on Ring-Shaped Elastic Elements. Science and Technique. 24 (3), 234-245. https://doi.org/10. 21122/2227-1031-2025-24-3-234-245 (in Russian)

## Введение

Усиление ультразвуковых колебаний по амплитуде, необходимое для успешного применения ультразвука в качестве средства интенсификации различных технологических процессов, может быть реализовано с помощью концентраторов в виде стержней с изменяющейся по длине продольной жесткостью и кольцевых концентраторов, усилительные свойства которых связаны с зависимостью изгибной жесткости кольцевого упругого элемента от угловой координаты [1, с. 100; 2; 3]. Конструктивно кольцевые концентраторы переменной жесткости могут быть выполнены в виде неравнотолщинных колец или колец с неравномерным распределением упругих свойств материала, например колец из функционально-градиентного материала или составных колец, изготовленных путем неразъемного соединения нескольких сегментов из материалов с различным по величине модулем упругости. Усилительными свойствами также обладают однородные кольцевые упругие элементы с не зависящей от угловой координаты изгибной жесткостью в случае их околорезонансного возбуждения, то есть при наличии рассогласования между собственной частотой колебаний концентратора и частотой вынуждающего воздействия, создаваемого возбудителем колебаний (пьезоэлектрическим преобразователем). Эффект усиления ультразвуковых колебаний по амплитуде с помощью однородных кольцевых упругих элементов наблюдался при моделировании с помощью метода конечных элементов (МКЭ) колебательной системы для кавитационного упрочнения цилиндрических поверхностей деталей приборов и машин [4], однако авторы цитируемого исследования не указывают в явной форме на существование этого эффекта. Также известно исследование, посвященное

применению однородных кольцевых упругих элементов в качестве вибрационных изоляторов [5]: его авторы отмечают, что в зависимости от начальной деформации упругого элемента и частоты возбуждения он может выполнять функцию как вибрационного изолятора со снижением амплитуды колебаний в выходном сечении, так и усилителя с увеличением амплитуды колебаний. Целями данной статьи являются теоретический анализ эффекта усиления колебаний по амплитуде однородными кольцевыми упругими элементами и разработка механико-математических моделей ультразвуковых колебательных систем на их основе.

## Постановка и методика решения задачи

Собственные частоты изгибных колебаний симметричного кольцевого концентратора могут быть найдены путем решения обобщенной задачи Штурма – Лиувилля 6-го порядка [6]

$$L_1 v = \mu_i L_2 v \tag{1}$$

с периодическими граничными условиями:

$$v(0) = v(\pi) = 0, \quad \frac{d^2v}{d\phi^2}\Big|_{\phi=0} = \frac{d^2v}{d\phi^2}\Big|_{\phi=\pi} = 0;$$

$$\left. \frac{d^4 v}{d\phi^4} \right|_{\phi=0} = \frac{d^4 v}{d\phi^4} \right|_{\phi=\pi} = 0,$$

где  $v(\phi)$  – амплитуда тангенциальных колебательных смещений;  $\phi \in [-\pi; \pi]$  – угловая координата, а собственные значения ці связаны с собственными частотами  $f_i$  соотношением

$$\mu_i = 4\pi^2 R^4 f_i^2,$$

R — радиус средней линии.

Дифференциальные операторы  $L_1$  и  $L_2$  в уравнении (1) определяются формулами:

$$L_{I} = \frac{d^{3}}{d\phi^{3}} \left( EI \frac{d^{3}}{d\phi^{3}} \right) + 2 \frac{d^{2}}{d\phi^{2}} \left( EI \frac{d^{2}}{d\phi^{2}} \right) + \frac{d}{d\phi} \left( \left( EI + \frac{d^{2}(EI)}{d\phi^{2}} \right) \frac{d}{d\phi} \right);$$

$$(2)$$

$$L_2 = -\rho S + \frac{d}{d\phi} \left( \rho S \frac{d}{d\phi} \right), \tag{3}$$

где E — модуль продольной упругости материала; I — осевой момент инерции поперечного сечения;  $\rho$  — плотность материала; S — площадь поперечного сечения.

Выражения (2)–(3) записаны в общем виде, позволяющем применять уравнение (1) как для однородных концентраторов (с постоянными значениями E, I,  $\rho$  и S), так и для неоднородных концентраторов, для которых перечисленные параметры являются функциями угловой координаты.

Вынужденные колебания концентратора при воздействии гармонической вынуждающей силы с частотой f будут описываться неоднородным дифференциальным уравнением

$$L_1 v - \mu L_2 v = R^3 \frac{d\rho_F}{d\phi},\tag{4}$$

где  $\rho_F(\phi) = dF/d\phi$  – плотность распределения амплитуды вынуждающей силы  $F(\phi)$ ,  $\mu = 4\pi^2 R^4 f^2$ .

Решение уравнения (4) может быть представлено в виде разложения по базисным функциям  $v_i(\phi)$ , являющимся собственными функциями задачи (1) [7, с. 421] и представляющим собой изгибные моды колебаний, соответствующие собственным частотам  $f_i$ :

$$v(\phi) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i v_i(\phi), \tag{5}$$

где коэффициенты  $a_i$  зависят от закона распределения вынуждающей силы (вида функции  $\rho_F(\phi)$ ).

Для расчета коэффициентов  $a_i$  подставим ряд (5) в уравнение (4)

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i (L_i v_i - \mu L_2 v_i) = R^3 \frac{d\rho_F}{d\phi},$$

или с учетом (1)

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i (\mu_i - \mu) L_2 v_i = R^3 \frac{d\rho_F}{d\phi}.$$
 (6)

Собственные функции задачи Штурма – Лиувилля (1) удовлетворяют обобщенному условию ортогональности [8]

$$\int_{-\pi}^{\pi} v_n(\phi) L_2 v_i(\phi) d\phi = \delta_{ni} \int_{-\pi}^{\pi} v_n(\phi) L_2 v_n(\phi) d\phi, \quad (7)$$

где  $\delta_{ni}$  — символ Кронекера.

Для дальнейшего анализа представим стоящую в правой части уравнения (6) функцию в виде разложения по функциям  $L_2v_i(\phi)$ 

$$\frac{d\rho_F}{d\phi} = \sum_{i=1}^{\infty} b_i L_2 v_i(\phi). \tag{8}$$

Значения коэффициентов  $b_i$  могут быть определены путем умножения ряда (8) на базисную функцию  $v_n(\varphi)$  с последующим применением условия ортогональности (7)

$$b_n = \frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{d\rho_F}{d\phi} v_n(\phi) d\phi}{\int\limits_{-\pi}^{\pi} v_n(\phi) L_2 v_n(\phi) d\phi} = -\frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi} \rho_F(\phi) \frac{dv_n}{d\phi} d\phi}{\int\limits_{-\pi}^{\pi} v_n(\phi) L_2 v_n(\phi) d\phi}.$$

Подставляя ряд (8) в правую часть уравнения (6) и почленно приравнивая правую и левую части, получим

$$a_{i} = \frac{R^{3} \int_{-\pi}^{\pi} \rho_{F}(\phi) \frac{dv_{i}}{d\phi} d\phi}{(\mu - \mu_{i}) \int_{-\pi}^{\pi} v_{i}(\phi) L_{2} v_{i}(\phi) d\phi}.$$
 (9)

В случае сосредоточенной вынуждающей силы

$$\rho_F(\phi) = F_0 \delta(\phi),$$

где  $\delta(\phi)$  – функция Дирака, выражение (9) принимает вид

$$a_{i} = \frac{F_{0}R^{3} \frac{dv_{i}}{d\varphi}\Big|_{\varphi=0}}{(\mu - \mu_{i}) \int_{-\pi}^{\pi} v_{i}(\varphi) L_{2}v_{i}(\varphi) d\varphi}.$$
 (10)

В случае однородного кольца собственные функции определяются выражением  $v_i(\varphi) = \sin(i\varphi)$  и формула (10) записывается в виде

$$a_i = \frac{iF_0 R^3}{(i^2 + 1)\pi \rho S(\mu_i - \mu)} = \frac{iF_0}{4(i^2 + 1)\pi^3 R \rho S(f_i^2 - f^2)}.$$

В случае неоднородного кольца собственные функции задачи (1) могут быть в силу периодичности граничных условий разложены в ряд Фурье

$$v_i(\phi) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{ik} \sin(k\phi),$$

коэффициенты  $A_{ik}$  которого определяются методом гармонического баланса и зависят от вида функций  $E(\varphi)$ ,  $I(\varphi)$ ,  $\rho(\varphi)$  и  $S(\varphi)$  [9].

Уравнение (10) примет в этом случае вид

$$a_{i} = \frac{F_{0}R^{3}\sum_{k=1}^{\infty}kA_{ik}}{(\mu_{i} - \mu)\int_{-\pi}^{\pi}\rho S\left(\sum_{k=1}^{\infty}A_{ik}\sin(k\phi)\sum_{k=1}^{\infty}(k^{2} + 1)A_{ik}\sin(k\phi)\right)d\phi}.$$
 (12)

Стоящее в знаменателе произведение рядов Фурье по синусам может быть представлено в виде ряда Фурье по косинусам

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_{ik} \sin(k\varphi) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (k^2 + 1) A_{ik} \sin(k\varphi) = \frac{1}{2} B_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \cos(k\varphi).$$
 (13)

Для этого представим ряды, входящие в выражение (13), в комплексной форме:

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_{ik} \sin(k\phi) = -\frac{j}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{i|k|} \operatorname{sgn}(k) \exp(jk\phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{ik}^{(1)} \exp(jk\phi);$$
(14)

$$\sum_{k=1}^{\infty} (k^2 + 1) A_{ik} \sin(k\phi) = -\frac{j}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (k^2 + 1) A_{i|k|} \operatorname{sgn}(k) \exp(jk\phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{ik}^{(2)} \exp(jk\phi);$$
 (15)

$$\frac{1}{2}B_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \cos(k\phi) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_{i|k|} \exp(jk\phi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{ik} \exp(jk\phi),$$
 (16)

где ј – мнимая единица.

Коэффициенты рядов (14)–(16) связаны между собой посредством дискретной свертки [9, 10]:

$$c_{ik} = c_{ik}^{(1)} * c_{ik}^{(2)} = \sum_{k'=-\infty}^{\infty} c_{k-k'}^{(1)} c_{k'}^{(2)} = -\frac{1}{4} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(k') \operatorname{sgn}(k-k') (k'^2+1) A_{i|k'|} A_{i|k-k'|} = -\frac{1}{4} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(k') \operatorname{sgn}(k') \operatorname{sgn}(k') \operatorname{sgn}(k'') A_{i|k'|} A_{i|k-k'|} = -\frac{1}{4} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(k'') \operatorname{sgn}(k'') A_{i|k'|} A_{$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{k'=1}^{\infty} (\operatorname{sgn}(k+k') A_{i|k+k'|} - \operatorname{sgn}(k-k') A_{i|k-k'|}) (k'^2+1) A_{ik'}.$$

Возвращаясь к коэффициентам  $B_{ik}$ , для которых  $k \ge 0$ , получим

$$B_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{k'=1}^{\infty} (A_{i,k+k'} - \operatorname{sgn}(k-k') A_{i|k-k'|}) (k'^2 + 1) A_{ik'}.$$
(17)

\_\_\_\_ Наука <sub>и</sub>техника. Т. 24, № 3 (2025) Аналог выражения (17) для непрерывных функций приводится в работе [11], где рассматривается обобщенное определение свертки, в котором интегрирование производится по неотрицательной части действительной оси:

$$h_1 * h_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty h_1(x') (\operatorname{sgn}(x' - x) h_2(|x' - x|) + h_2(x' + x)) dx'.$$

Использование такого обобщенного определения позволяет применять теорему Бореля о свертке, справедливую для обычного преобразования Фурье, для синус- и косинус-преобразований Фурье:

$$\mathcal{F}_{c}\{h_{1} * h_{2}\} = \mathcal{F}_{s}\{h_{1}\} \cdot \mathcal{F}_{s}\{h_{2}\},$$
 (18)

где 
$$\mathcal{F}_c\{h\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty h(x) \cos(\omega x) dx$$
 и  $\mathcal{F}_s\{h\} =$ 

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{0}^{\infty} h(x) \sin(\omega x) dx - \text{косинус- и синус-}$$

преобразования Фурье соответственно.

Если h(x) — четная функция, то обращение ее косинус-преобразования Фурье производится по формуле

$$h(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{0}^{\infty} \mathcal{F}_{c}\{h\} \cos(\omega x) d\omega = \mathcal{F}_{c}^{-1}\{\mathcal{F}_{c}\{h\}\},$$

то есть для четных функций обратное косинуспреобразование Фурье совпадает по своей форме с прямым косинус-преобразованием Фурье, отличаясь заменой переменных  $x \leftrightarrow \omega$ .

Аналогичное утверждение справедливо для обратного синус-преобразования Фурье нечетных функций. Таким образом, если в выражении (18) функции  $h_1(x)$  и  $h_2(x)$  заменить функциями  $g_1(\omega)$  и  $g_2(\omega)$  частотной переменной  $\omega$ , то выражение примет форму

$$\mathcal{F}_{c}^{-1}\{g_{1} * g_{2}\} = \mathcal{F}_{s}^{-1}\{g_{1}\} \cdot \mathcal{F}_{s}^{-1}\{g_{2}\}.$$
 (19)

Если  $g_1(\omega) = \mathcal{F}_s\{h_1\}\,, \ g_2(\omega) = \mathcal{F}_s\{h_2\}\,,$  то формула (19) запишется в виде

$$\mathcal{F}_{s}\{h_{1}\}_{2}^{*}\mathcal{F}_{s}\{h_{2}\} = \mathcal{F}_{c}\{h_{1}\cdot h_{2}\}. \tag{20}$$

Выражение (17) является дискретным аналогом формулы (20).

После подстановки ряда (13) в выражение (12) оно принимает вид

$$a_{i} = \frac{F_{0}R^{3} \sum_{k=1}^{\infty} kA_{ik}}{(\mu_{i} - \mu) \left(\frac{1}{2}B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\phi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\phi) d\phi\right)},$$
(21)

где коэффициенты  $B_{ik}$  определяются формулой (17).

Формула (11) для однородного кольца получается из (21) как частный случай при  $A_k = \delta_{ik}, \ \rho S = {\rm const.}$ 

При использовании допущения о нерастяжимости средней линии кольца распределение амплитуды радиальных колебательных смещений будет описываться формулой

$$w(\varphi) = \frac{dv}{d\varphi} = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \frac{dv_i}{d\varphi}.$$

Для однородного кольца

$$w(\phi) = \sum_{i=1}^{\infty} i a_i \cos(i\phi) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i a_i'}{f_i^2 - f^2} \cos(i\phi), \quad (22)$$

где коэффициенты  $a_i$  определяются формулой (11).

Для неоднородного кольца

$$w(\phi) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sum_{k=1}^{\infty} k A_{ik} \cos(k\phi),$$

где коэффициенты  $a_i$  определяются формулой (21).

Механизм усиления колебаний по амплитуде однородными кольцевыми упругими элементами может быть объяснен на основе (22). Для этого рассмотрим эпюры распределения амплитуды радиальных колебательных смещений для изгибных мод колебаний i-го и (i + 1)-го порядков (рис. 1).

На рисунке представлена развертка половины концентратора длиной  $\pi R$ . Порядки i и i+1 мод выбраны таким образом, что  $f_i < f < f_{i+1}$ . Как следует из формулы (22), при подобном выборе коэффициенты  $ia_i'/(f_i^2-f^2)$  и  $(i+1)a_{i+1}'/(f_{i+1}^2-f^2)$ , характеризующие вклад рассматриваемых мод в результирующую амплитуду колебаний, имеют противоположные знаки.

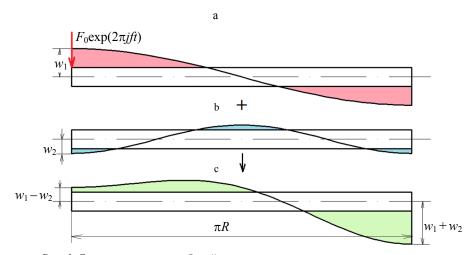


Рис. 1. Схема усиления колебаний однородным кольцевым концентратором Fig. 1. Diagram of vibration amplification by means of uniform ring-shaped concentrator

Как следствие, во входном сечении концентратора  $\varphi = 0$  *i*-я и (i + 1)-я гармоники ряда (22) с амплитудами  $w_1$  и  $w_2$  будут складываться в противофазе с результирующей амплитудой  $w_1 - w_2$ , а в выходном сечении  $\phi = \pi$  будет происходить их синфазное сложение с более высокой результирующей амплитудой  $w_1 + w_2$ . В действительности происходит не просто сложение двух изолированных мод, а более сложное взаимодействие множества субрезонансных мод, для которых  $f_i < f$ , со множеством надрезонансных мод, для которых  $f_i > f$ , однако для более наглядного анализа рассматриваются только две моды колебаний, частоты которых имеют наименьшие отклонения от частоты вынуждающего воздействия.

Амплитуда радиальной составляющей колебательной скорости будет иметь вид

$$v_r(\phi) = 2\pi j f w(\phi)$$
.

С учетом формулы (22) для однородного кольца

$$v_r(\varphi) = 2\pi j f \sum_{i=1}^{\infty} i a_i \cos(i\varphi) . \qquad (23)$$

Так как собственные частоты колебаний однородного кольца имеют вид [12]

$$f_i = \frac{i(i^2 - 1)}{2\pi R^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S(i^2 + 1)}},$$

функциональный ряд (23) при  $\phi = 0$  с учетом формулы (11) превращается в следующий числовой ряд:

$$v_r(0) = \frac{F_0 \omega}{j \pi \rho SR} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2}{(i^2 + 1)\omega^2 - i^2 (i^2 - 1)^2 \beta},$$

где 
$$\beta = \frac{EI}{\rho SR^4}$$
 ,  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота.

Входной механический импеданс однородного концентратора будет иметь вид

$$Z_{\text{BX}}(\omega) = \frac{F_0}{v_r(0)} = \frac{j\pi\rho SR}{\omega \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2}{(i^2 + 1)\omega^2 - i^2(i^2 - 1)^2\beta}},$$

а коэффициент усиления колебаний по амплитуде при приложении вынуждающей нагрузки к входному сечению будет определяться формулой

$$K(\omega) = \frac{v_r(\pi)}{v_r(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i i^2}{(i^2 + 1)\omega^2 - i^2 (i^2 - 1)^2 \beta}}{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^2}{(i^2 + 1)\omega^2 - i^2 (i^2 - 1)^2 \beta}}.$$
(25)

Выражение (24) совпадает с представленным в работе [13]. Знак мнимой части импеданса определяется знаком аргумента комплексной экспоненты  $\exp(\pm 2\pi j f t)$ , используемой для описания гармонических временных зависимостей. В работе [13] используется представление  $\exp(2\pi i f t)$ , совпадающее с принятым в настоящем исследовании.

Собственные частоты колебаний концентратора могут быть определены из уравнения

$$\operatorname{Im}(Z_{\text{\tiny RX}}(\omega)) = 0.$$

Для неоднородного кольца

$$v_{r}(0) = j\omega \sum_{i=1}^{\infty} a_{i} \sum_{k=1}^{\infty} kA_{ik} = \frac{F_{0}\omega}{jR} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\left(\sum_{k=1}^{\infty} kA_{ik}\right)^{2}}{(\omega^{2} - \omega_{i}^{2}) \left(\frac{1}{2}B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi\right)} = \frac{1}{2}C_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} C_{ik}$$

$$= \frac{F_{0}\omega}{jR} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2}C_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} C_{ik}}{(\omega^{2} - \omega_{i}^{2}) \left(\frac{1}{2}B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi\right)},$$

где коэффициенты  $C_{ik}$  определяются с помощью обобщенной дискретной свертки,

$$C_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{k'=1}^{\infty} ((k+k')A_{i,k+k'} + |k-k'|A_{i|k-k'|})k'A_{ik'}.$$

Входной механический импеданс неоднородного концентратора

$$Z_{\text{BX}}(\omega) = \frac{jR}{\omega} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2}C_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} C_{ik}}{(\omega^2 - \omega_i^2) \left( \frac{1}{2} B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi \right)} \right]^{-1}.$$

Амплитуда радиальной составляющей колебательной скорости в выходном сечении концентратора

$$v_{r}(\pi) = j\omega \sum_{i=1}^{\infty} a_{i} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k} k A_{ik} = \frac{F_{0}\omega}{jR} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k A_{ik} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k} k A_{ik}}{(\omega^{2} - \omega_{i}^{2}) \left(\frac{1}{2} B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi\right)}.$$

Произведение сумм в числителе может быть представлено в виде

$$\sum_{k=1}^{\infty} k A_{ik} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k A_{ik} = \left(\sum_{k=1}^{\infty} 2k A_{i,2k}\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{\infty} (2k-1) A_{i,2k-1}\right)^2 = \frac{1}{2} D_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} D_{ik},$$

где коэффициенты  $D_{ik}$  будут определяться формулой

$$\begin{split} D_{ik} &= 2\sum_{k'=1}^{\infty} ((k+k')A_{i,\,2(k+k')} + |\,k-k'\,|\,\,A_{i,\,2|k-k'|})k'A_{i,\,2k'} + \\ &+ \frac{1}{2}\sum_{k'=1}^{\infty} (2(k+k')-1)A_{i,\,2(k+k')-1} + |\,2(k-k')+1\,|\,\,A_{i|2(k-k')+1|})(2k'-1)A_{i,\,2k'-1} \;. \end{split}$$

С учетом полученных соотношений коэффициент усиления колебаний для неоднородного концентратора примет вид

$$K(\omega) = \left( \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2} D_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} D_{ik}}{(\omega^{2} - \omega_{i}^{2}) \left( \frac{1}{2} B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi \right)} \right) \times \left( \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2} C_{i0} + \sum_{k=1}^{\infty} C_{ik}}{(\omega^{2} - \omega_{i}^{2}) \left( \frac{1}{2} B_{i0} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S d\varphi + \sum_{k=1}^{\infty} B_{ik} \int_{-\pi}^{\pi} \rho S \cos(k\varphi) d\varphi \right)} \right)^{-1}.$$

На практике представляет интерес использование кольцевых концентраторов совместно с традиционными стержневыми волноводами или концентраторами. В связи с этим рассмотрим составную колебательную систему, состоящую из последовательно соединенных стержневого волновода с постоянной площадью поперечного сечения и однородного кольцевого концентратора. Покажем, что такая колебательная система обеспечивает усиление колебаний по амплитуде при работе в резонансном режиме, хотя входящие в ее состав элементы не обладают усилительными свойствами на своих собственных частотах. Выходной механический импеданс стержневого волновода будет определяться выражением [1, с. 91]

$$Z_{\text{вых 1}}(\omega) = j\rho_1 c_1 S_1 \text{tg}\left(\frac{\omega L}{c_1}\right),$$

где L – длина волновода;  $c_1 = \sqrt{E_1/\rho_1}$  – скорость продольной стержневой волны в материале волновода, индекс «1» указывает на отношение соответствующих параметров к стержневому волноводу.

Коэффициент усиления колебаний по амплитуде стержневым волноводом при приложении вынуждающей нагрузки к выходному сечению

$$K_1(\omega) = \cos\left(\frac{\omega L}{c_1}\right).$$

Общий коэффициент усиления колебаний составной колебательной системой

$$K_{\text{оби }}(\omega) = |K_1(\omega)K_2(\omega)|,$$
 (26)

где коэффициент усиления  $K_2(\omega)$  определяется формулой (25).

Для обеспечения максимальной эффективности передачи энергии от кольцевого концентратора к стержневому волноводу их механические импедансы должны быть согласованы между собой. Согласно известному из электротехники принципу согласования импедансов условие согласования имеет вид [14, с. 144]

$$Z_{\text{вых}}^{\text{ист}} = (Z_{\text{вх}}^{\text{нагр}})^*,$$

где  $Z_{\text{вых}}^{\text{ист}}$  – выходной импеданс источника;  $Z_{\rm BX}^{\rm Harp}$  – входной импеданс нагрузки, \* обозначает комплексное сопряжение.

В рассматриваемом случае роль источника играет стержневой волновод, а роль нагрузки кольцевой концентратор. Учитывая, что в рассматриваемом случае оба импеданса имеют нулевую действительную часть, условие согласования принимает форму

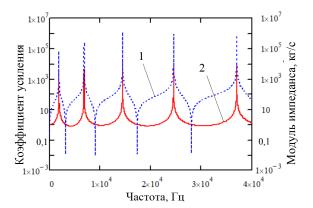
$$Im(Z_{BLIX 1}(\omega)) + Im(Z_{BX 2}(\omega)) = 0,$$
 (27)

где импеданс  $Z_{{\scriptscriptstyle \mathrm{BX}}\,2}(\omega)$  определяется выражением (24).

Условие (27) позволяет определить собственные частоты колебаний составной колебательной системы.

## Результаты и их обсуждение

В качестве численного примера рассмотрена задача моделирования вынужденных колебаний однородного кольцевого концентратора со следующими параметрами: плотность материала  $\rho = 7800 \, \text{кг/м}^3$ , модуль продольной упругости  $E = 210 \, \Gamma \Pi a$ , размеры сторон поперечного b = h = 2 MMсечения (сечение квадратной формы), радиус средней линии  $R = 20 \, \text{мм}$ . График зависимости  $|\operatorname{Im}(Z_{\scriptscriptstyle \mathsf{RX}}(\omega))|$ , рассчитанной в соответствии с формулой (24), характеризуется наличием точек резонанса  $Im(Z_{BX}(\omega)) = 0$ , соответствующих собственным частотам колебаний, и точек антирезонанса  $|\operatorname{Im}(Z_{RX}(\omega))| \to \infty$ , соответствующих частотам вынуждающего воздействия, для которых колебательная скорость входного сечения принимает нулевое значение (рис. 2).



 $Puc.\ 2.$  Расчетные зависимости  $|Z_{\text{вx}}(\omega)|$  (кривая 1) и  $|\text{K}(\omega)|$  (кривая 2) для однородного кольцевого концентратора

Fig. 2. Calculated dependencies  $|Z_{\text{BX}}(\omega)|$  (curve 1) and  $|K(\omega)|$  (curve 2) for uniform ring-shaped concentrator

В случае антирезонанса происходит полная взаимная компенсация амплитуд субрезонансных и надрезонансных мод во входном сечении. Коэффициент усиления  $K(\omega)$ , рассчитанный по формуле (25), стремится к бесконечности на частотах антирезонанса, а на частотах резонанса он принимает единичные значения, так как колебания кольца в этом случае имеют одномодовый характер. Расчет производился по 30 членам ряда: дальнейшее увеличение числа членов приводило к изменению частот антирезонанса не более чем на 0,2 %.

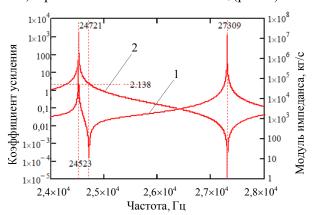
Так как максимальные значения коэффициента усиления соответствуют частотам антире-

зонанса, для достижения максимального общего коэффициента усиления элементы составной колебательной системы должны иметь близкие частоты антирезонанса. Условие антирезонанса стержневого волновода имеет вид

$$L=\frac{(2n-1)c_1}{4f},$$

где n — натуральное число.

Подставляя в это условие одну из частот антирезонанса  $f_a$  кольцевого концентратора, можно определить длину стержневого волновода, обеспечивающую согласование элементов системы по частоте антирезонанса. Например, при  $f_a = 24523$  Гц и n = 1 получим L = 52,9 мм. Расчет коэффициента усиления колебаний составной колебательной системой при совпадении частот антирезонансов будет приведен далее. Более простым для анализа является случай, когда между элементами колебательной системы имеется некоторое рассогласование по частоте антирезонанса. Например, стержневой волновод с длиной L = 47.5 мм будет иметь частоту антирезонанса 27309 Гц, что соответствует отклонению 11,4 % от частоты антирезонанса кольцевого концентратора. При использовании графического представления левой части условия (27) на графике в области частот 24...28 кГц идентифицируются два антирезонанса составной колебательной системы, соответствующих антирезонансам входящих в ее состав элементов, и резонанс на частоте 24721 Гц (рис. 3).



Puc.~3. Расчетные зависимости  $|Z_{\text{вx}}(\omega)|$  (кривая 1) и  $|K(\omega)|$  (кривая 2) для составной колебательной системы

Fig. 3. Calculated dependencies  $|Z_{\text{Bx}}(\omega)|$  (curve 1) and  $|K(\omega)|$  (curve 2) for compound vibratory system

При расчете свойства материала и площадь поперечного сечения волновода были приняты такими же, как для кольцевого концентратора. Значение коэффициента усиления на частоте резонанса составляет 2,138. Значительный коэффициент усиления 2,481 также наблюдается на частоте 15110 Гц, однако данная частота выходит за рамки диапазона ультразвуковых частот и поэтому не представляет интереса для ультразвуковой технологии. Для остальных резонансных частот в исследованном диапазоне (от 10 Гц до 60 кГц) коэффициент усиления составил от 1,455 до 1,906.

Так как коэффициент усиления колебаний по амплитуде определяется формулой

$$K_{\text{общ}}(\omega) = \left| \frac{w(\pi, \omega)}{\xi(0, \omega)} \right| = \frac{|K_2(\omega)| \cdot |w(0, \omega)|}{|\xi(L, \omega)| / |K_1(\omega)|} = \left| \frac{K_1(\omega)}{|/K_2(\omega)|} \cdot \frac{|w(0, \omega)|}{\xi(L, \omega)} \right|, \quad (28)$$

где  $\xi(x,\omega)$  — амплитуда продольных колебательных смещений в поперечном сечении стержневого волновода с линейной координатой x при круговой частоте  $\omega$ ;  $w(\phi,\omega)$  — то же радиальных колебательных смещений в поперечном сечении кольцевого концентратора с угловой координатой  $\phi$  при круговой частоте  $\omega$ , то при работе обоих элементов системы на частоте антирезонанса  $\omega_a$  в формуле (28) возникают две неопределенности вида 0/0.

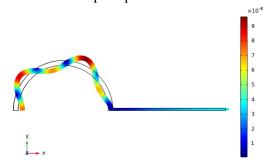
Раскрывая эти неопределенности по правилу Лопиталя, получим

$$K_{\text{общ}}(\omega_{a}) = \frac{\left| \frac{dK_{1}}{d\omega} \right|_{\omega = \omega_{a}}}{\left| \frac{d}{d\omega} \left( \frac{1}{K_{2}} \right) \right|_{\omega = \omega_{a}}} \cdot \left| \frac{\frac{\partial w}{\partial \omega} \right|_{\varphi = 0, \, \omega = \omega_{a}}}{\left| \frac{\partial \xi}{\partial \omega} \right|_{x = L, \, \omega = \omega_{a}}} \right|. (29)$$

Для рассмотренного выше примера при работе элементов системы на совместной частоте антирезонанса  $f_a = 24523$   $\Gamma$ ц расчет коэффи-

циента усиления по формуле (29) дает значение  $K_{\text{общ}}(2\pi f_a) = 2{,}083$ .

Достоверность полученных теоретических результатов подтверждена путем моделирования с помощью МКЭ с применением программы Comsol Multiphysics. На рис. 4 представлена расчетная собственная форма колебаний составной колебательной системы, полученная при тех же исходных данных, что и описанный выше численный пример.



Puc. 4. Результаты расчета с помощью метода конечных элементов

Fig. 4. Results of calculation by means of FEM

Расчетные величины собственной частоты и коэффициента усиления составили соответственно 23932 Гц и 1,999, что близко к значениям, полученным на основе теоретического анализа. Погрешность определения собственной частоты составила 3,3 %. Более точные результаты могут быть получены при описании колебаний кольца уравнениями типа Тимошенко, учитывающими растяжимость средней линии.

Учитывая, что распределение амплитуды колебательных смещений в стержневом волноводе описывается формулой

$$\xi(x,\omega) = -\frac{N_{0x}}{\omega \rho_1 c_1 S_1} \operatorname{cosec}\left(\frac{\omega L}{c_1}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right),\,$$

где  $N_{0x}$  – амплитуда внутренней силы в выходном сечении волновода, входящая в выражение (29) производная принимает вид

$$\begin{split} \frac{\partial \xi}{\partial \omega}\bigg|_{x=L,\;\omega=\omega_{a}} &= \frac{N_{0x}}{\omega^{2}\rho_{1}c_{1}S_{1}} \csc\left(\frac{\omega L}{c_{1}}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{c_{1}}\right) + \frac{N_{0x}L}{\omega\rho_{1}c_{1}^{2}S_{1}} \cot\left(\frac{\omega L}{c_{1}}\right) \csc\left(\frac{\omega L}{c_{1}}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{c_{1}}\right) + \\ &+ \frac{N_{0x}x}{\omega\rho_{1}c_{1}^{2}S_{1}} \csc\left(\frac{\omega L}{c_{1}}\right) \sin\left(\frac{\omega x}{c_{1}}\right)\bigg|_{x=L,\;\omega=\omega_{a}} = \frac{N_{0x}L}{\omega_{a}\rho_{1}c_{1}^{2}S_{1}} = \frac{\pi N_{0x}}{2\omega_{a}^{2}\rho_{1}c_{1}S_{1}}. \end{split}$$

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)

Из полученной формулы вытекает, что общий коэффициент усиления будет пропорционален площади  $S_1$  поперечного сечения волновода и волновому сопротивлению  $\rho_1c_1$  его материала. В рассмотренном выше численном примере было принято  $S_1 = S_2$ , и соответственно для соотношения  $S_1 = 2S_2$  можно прогнозировать увеличение коэффициента усиления в два раза. Действительно, расчет с помощью МКЭ дает значение  $K_{\text{общ}} = 3,880$ , что соответствует увеличению в 1,94 раза по сравнению со случаем  $S_1 = S_2$ . Повышение коэффициента усиления также может быть достигнуто за счет изготовления стержневого волновода из материала, имеющего более высокое значение волнового сопротивления по сравнению с сопротивлением материала кольцевого концентратора. Рассмотренная составная колебательная система имеет аналогию с применяемым в ультразвуковой технике ступенчатым концентратором, состоящим из двух последовательно соединенных четвертьволновых (антирезонансных) стержней, различающихся площадью поперечного сечения и/или волновым сопротивлением материалов. Коэффициент усиления колебаний таким концентратором определяется формулой

$$K = \frac{\rho_1 c_1 S_1}{\rho_2 c_2 S_2},$$

которая согласуется со сделанным выше выводом о влиянии на коэффициент усиления площади поперечного сечения и волнового сопротивления входного сегмента колебательной системы.

Учитывая, что коэффициент усиления 2,083 при согласовании элементов колебательной системы по частоте антирезонанса несколько ниже коэффициента усиления 2,138 при наличии рассогласования, представляет интерес изучение зависимости коэффициента усиления от степени рассогласования. В качестве меры рассогласования можно принять длину L стержневого волновода. Как видно из рис. 5, максимальное значение коэффициента усиления 2,162 достигается при длине волновода около 42,5 мм.

На рис. 5 также представлена кривая, полученная методом параметрической прогонки в Comsol Multiphysics. Расчет с помощью МКЭ

дал максимальное значение коэффициента усиления 2,009 при длине волновода 43 мм, что соответствует повышению по сравнению со случаем согласованной системы (1,955 при длине 53 мм).

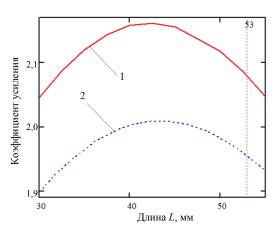


Рис. 5. Зависимости коэффициента усиления от длины волновода L, рассчитанные по формуле (26) (кривая 1) и с помощью метода конечных элементов (кривая 2)

Fig. 5. Dependencies between gain factor and waveguide length L calculated using Equation (26) (curve 1) and by means of FEM (curve 2)

# выводы

- 1. На основе теоретического анализа и расчетов с помощью метода конечных элементов показано, что составная колебательная система, состоящая из последовательно соединенных стержневого волновода и однородного кольцевого концентратора, обеспечивает усиление колебаний по амплитуде при условии, что частоты антирезонанса элементов системы имеют близкие значения.
- 2. Показано, что коэффициент усиления колебаний описанной выше составной колебательной системой может быть повышен за счет увеличения площади поперечного сечения стержневого волновода и/или волнового сопротивления его материала, что согласуется с результатами, известными для ступенчатых концентраторов ультразвука.
- 3. Установлено, что для достижения максимального коэффициента усиления частоты антирезонанса элементов колебательной системы должны иметь некоторое рассогласование между собой, величина которого определяется путем численного анализа.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Асташев, В. К. Нелинейная динамика ультразвуковых технологических процессов / В. К. Асташев, В.Л. Крупенин. М.: МГУП имени Ивана Федорова, 2016. 372 с.
- Луговой, В. П. Определение размерных параметров кольцевого концентратора ультразвуковой системы / В. П. Луговой, И. В. Луговой // Наука и техника. 2018. Т. 17, № 1. С. 51–55. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-1-51-55
- 3. Исследование характеристик составных кольцевых концентраторов ультразвуковых колебаний с помощью метода передаточных матриц / Д. А. Степаненко, А. С. Емельянова, М. А. Плескач, Н. В. Солодкая // Техническая акустика. 2018. № 2. URL: https://ejta.org/archive/articles2018/stepanenko2.pdf.
- Experimental Investigation of Peening Cylindrical Workpie ces Utilizing A Transducer with Ring Sonotrode / F. Bai, L. Wang, K. Yang [et al.] // Applied Sciences. 2021. Vol. 11, No 1. Article 94. https://doi.org/10.3390/app110 10094.
- Nonlinear Vibration Isolation via A Circular Ring / Z.-Q. Lu, D.-H. Gu, H. Ding [et al.] // Mechanical Systems and Signal Processing. 2020. Vol. 136. Article 106490. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.106490.
- Greenberg, L. Numerical Methods for Higher Order Sturm-Liouville Poblems / L. Greenberg, M. Marletta // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2000. Vol. 125, No 1–2. P. 367–383. https://doi.org/10.1016/ s0377-0427(00)00480-5.
- 7. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М.: Наука, 1970. 720 с.
- Fedotov, I. Application of Eigenfunction Orthogonalities to Vibration Problems / I. Fedotov, T. Fedotov, M. Shatalova, H. M. Tenkama // Proc. of the World Congress on Engineering. London, 2009. Vol. II. P. 1169–1173. URL: https://researchspace.csir.co.za/server/api/core/bitstre ams/da4c7905-7772-461b-a5be-2a5262ef8822/content.
- 9. Степаненко, Д. А. Математическое моделирование колебаний неоднородных кольцевых ультразвуковых волноводов / Д. А. Степаненко, К. А. Бунчук // Механика машин, механизмов и материалов. 2021. № 3. С. 90–96. https://doi.org/10.46864/1995-0470-2021-3-56-90-96
- Li, L. Use of Fourier Series in the Analysis of Discontinuous Periodic Structures / L. Li // Journal of the Optical Society of America. 1996. Vol. 13, No 9. P. 1870–1876. https://doi.org/10.1364/josaa.13.001870.
- Thao, N. X. Integral Transforms of Fourier Cosine and Sine Generalized Convolution Type / N. X. Thao, V. K. Tuan, N. T. Hong // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. 2007. Article 97250. https://doi. org/10.1155/2007/97250.
- 12. Hirashima, K. Higher-Order Theories for Free Vibration Analysis of Circular Rings / K. Hirashima, K. Hirano // Journal of the Japan Society of Civil Engineers. 1990. No 416/I-13. P. 201–204. https://doi.org/10.2208/jscej. 1990.416\_201.
- Heckl, M. A. Compendium of Impedance Formulas. Bolt Beranek and Newman Report No 774 / M. A. Heckl. Cambridge, 1961. 49 p. https://doi.org/10.21236/ad025 7966.
- Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин А. В. Нетушил, С. В. Страхов. М.: Энергия, 1975. 752 с.

Поступила 18.02.2025 Подписана в печать 22.04.2025 Опубликована онлайн 30.05.2025

## REFERENCES

- Astashev V. K., Krupenin V. L. (2016) Nonlinear Dynamics of Ultrasonic Technological Processes. Moscow, Moscow State University of Printing Arts named after Ivan Fedorov. 372 (in Russian).
- Lugovoi V. P., Lugovoi I. V. (2018) Determination of Dimensional Parameters for Annular Concentrator of Ultrasonic System. *Nauka i Tehnika = Science & Technique*, 17 (1), 51–55. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-1-51-55 (in Russian).
- Stepanenko D. A., Emel'yanova A. S., Pleskach M. A., Solodkaya N. V. (2018) Study of the Characteristics of Composite Ring Concentrators of Ultrasonic Vibrations Using the Transfer Matrix Method. *Technical Acoustics*, (2). Available at: https://ejta.org/archive/articles2018/ste panenko2.pdf (in Russian).
- Bai F., Wang L., Yang K., He Z., Qi G., Twiefel J. (2020) Experimental Investigation of Peening Cylindrical Workpieces Utilizing a Transducer with Ring Sonotrode. *Applied Sciences*, 11 (1), 94. https://doi.org/10.3390/app11010094.
- Lu Z.-Q., Gu D.-H., Ding H., Lacarbonara W., Chen L.-Q. (2020) Nonlinear Vibration Isolation Via a Circular Ring. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 136, 106490. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.106490.
- Greenberg L., Marletta M. (2000) Numerical Methods for Higher Order Sturm–Liouville Problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 125 (1–2), 367–383. https://doi.org/10.1016/s0377-0427(00)00480-5.
- Korn G., Korn T. (1970) Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. Moscow, Nauka Publ. 720 (in Russian).
- 8. Fedotov I., Fedotova T., Shatalov M., Tenkam H. M. (2009) Application of Eigenfunction Orthogonalities to Vibration Problems. *Proc. of the World Congress on Engineering. London. Vol. II*, 1169–1173. Available at: https://researchspace.csir.co.za/server/api/core/bitstreams/da4c7905-7772-461b-a5be-2a5262ef8822/content.
- 9. Stepanenko D. A., Bunchuk K. A. (2021) Mathematical Modelling of Vibrations of Non-Uniform Ring-Shaped Ultrasonic Waveguides. *Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*, 3 (56), 90–96. https://doi.org/10.46864/1995-0470-2021-3-56-90-96 (in Russian).
- Li L. (1996) Use of Fourier Series in the Analysis of Discontinuous Periodic Structures. *Journal of the Optical Society of America A*, 13 (9), 1870. https://doi.org/10.1364/josaa.13.001870.
- Thao N. X., Tuan V. K., Hong N. T. (2007) Integral Transforms of Fourier Cosine and Sine Generalized Convolution Type. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2007, 097250. https://doi.org/10.1155/2007/97250.
- Hirashima K., Hirano K. (1990) Higher-order theories for free vibration analysis of circular rings. *Journal of the Japan Society of Civil Engineers*, 1990 (416), 201–204 (in Japanese). https://doi.org/10.2208/jscej.1990.416\_201.
- 13. Heckl M. A. (1961) Compendium of Impedance Formulas. Bolt Beranek and Newman Report No 774. Cambridge. 49. https://doi.org/10.21236/ad0257966.
- Zeveke G. V., Ionkin P. A., Netushil A. V., Strakhov S. V. (1975) Fundamentals of Circuit Theory. Moscow, Energiya Publ. 752 (in Russian).

Received: 18.02.2025 Accepted: 22.04.2025 Published online: 30.05.2025

# ЭКОНОМИКА ПРОМЫШЛЕННОСТИ ECONOMY IN INDUSTRY

https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-246-256

УДК 656.96

# Эффективность использования электромобилей

Докт. техн. наук, доц. С. В. Харитончик $^{1}$ , чл.-кор. НАН Беларуси, докт. экон. наук, проф. Р. Б. Ивуть $^{1}$ , канд. техн. наук, доц. Скирковский С. В. $^{1}$ 

Реферат. В последние годы появилось много публикаций по эффективности использования электрического транспорта, включая легковые автомобили, электробусы, троллейбусы, трамваи, а также грузовые автомобили. Одновременно проводится сравнительный анализ экономических факторов, влияющих на развитие данного вида транспорта. В системе статистической отчетности имеются отчеты по Министерству транспорта и коммуникаций (форма 1 электро, 12-тр электро, 12-тр авто). Большинство научных изданий доказывает эффективность электромобилей с запасом хода до 10 тыс. км пробега, имеющих идеальную экологию и большие преимущества перед другими видами транспорта в части технической эксплуатации и сервисного обслуживания. Однако высказываются и другие мнения, в которых излагаются и негативные моменты, связанные с эксплуатацией данной техники. Целью данного исследования является проведение сравнительного анализа по эффективности использования электро- и бензиновых автомобилей. Задачи, решаемые в данной статье: исследовать теоретические особенности и разработать практические рекомендации по эксплуатации новых электромобилей и сравнить их расходы с бензиновыми автомобилями. В ходе исследования были использованы методы сравнительного анализа, статистической обработки данных и экономического моделирования. Результаты показали, что при определенных условиях использование электромобилей может быть экономически выгодным, особенно в крупных городах с высокой интенсивностью движения. Основные выводы исследования подтверждают перспективность развития электрического транспорта при условии совершенствования инфраструктуры и снижения стоимости аккумуляторных батарей. Предложенные практические рекомендации могут быть использованы при планировании развития городского транспорта и формировании транспортной политики.

**Ключевые слова:** электромобили, эффективность, сравнительный анализ, эксплуатационные расходы, экологичность, транспортная политика

Для цитирования: Харитончик С. В. Эффективность использования электромобилей / С. В. Харитончик, Р. Б. Ивуть, С. В. Скирковский // *Наука и техника.* 2025. Т. 24, № 3. С. 246–256. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-246-256

# **Efficiency of Using Electric Vehicles**

S. V. Kharytonchyk<sup>1)</sup>, R. B. Ivut<sup>1)</sup>, S. V. Skirkouski<sup>1)</sup>

**Abstract.** In recent years, many publications have appeared on the efficiency of using electric transport, including passenger cars, electric buses, trolleybuses, trams, and trucks. At the same time, a comparative analysis of the economic factors influencing the development of this type of transport is carried out. The statistical reporting system contains reports on the Ministry of Transport and Communications (Form 1 electro, 12-tr electro, 12-tr auto). Most scientific publications prove the efficiency

Адрес для переписки

Ивуть Роман Болеславович Белорусский национальный технический университет ул. Я. Коласа, 12, 220013, г. Минск, Республика Беларусь Тел.: +375 17 292-75-31 eut atf@bntu.by

Address for correspondence

Ivut Roman B.
Belarusian National Technical University
12 Ya. Kolasa str.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 292-75-31
eut\_atf@bntu.by

Наука итехника. Т. 24, № 3 (2025)

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

of electric vehicles with a range of up to 10 thousand km, ideal ecology and great advantages over other types of transport in terms of technical operation and maintenance. However, there are other opinions that outline the negative aspects associated with the operation of this technology. The purpose of this study is to conduct a comparative analysis of the efficiency of using electric and gasoline cars. The tasks to be solved in this article are to investigate the theoretical features and develop practical recommendations for the operation of new electric vehicles and compare their costs with gasoline cars. The research used methods of comparative analysis, statistical data processing and economic modeling. The results showed that under certain conditions, the use of electric vehicles can be economically beneficial, especially in large cities with high traffic. The main conclusions of the study confirm the prospects for the development of electric transport, provided that the infrastructure is improved and the cost of batteries is reduced. The proposed practical recommendations can be used in planning urban transport development and shaping transport policy.

Keywords: electric vehicles, efficiency, comparative analysis, operating costs, environmental friendliness, transport policy.

For citation: Kharytonchyk S. V., Ivut R. B., Skirkouski S. V. Efficiency of Using Electric Vehicles // Science and Technique. 24 (3), 246–256. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-3-246-256 (in Russian)

## Введение

В современных условиях происходят глобальное загрязнение окружающей среды и истощение мировых природных ресурсов. Данная проблема влияет на устойчивое развитие всех стран. Поэтому до 2030 г. разработаны цели и задачи по сбалансированности трех важнейших компонентов, обеспечивающих экономический рост, социальную стабильность и экологическое равновесие в мире. Решение данной проблемы возможно при соблюдении требований экологической безопасности автотранспортных средств. Это особенно важно для Республики Беларусь, так как в последние годы не произошло серьезных изменений в выбросах загрязняющих веществ в атмосферный воздух. В течение 2016–2023 гг. они не уменьшились, а наоборот, увеличились с 896 до 898 тыс. т. [1]. Однако данная тенденция не характерна для мобильных источников, включая автотранспорт. Так, в этом сегменте выбросы загрязняющих веществ за вышеуказанный период в Беларуси сократились с 443 до 408 тыс. т.

Развитие мирового рынка продаж автомобилей свидетельствует о сокращении производства дизельных и бензиновых автомобилей и росте производства электромобилей. В последние годы происходит реорганизация транспортного сектора экономик различных стран, включая широкомасштабное внедрение электромобилей различных типов и видов, производство которых осуществляется особенно в Европе и США. Подобная тенденция наблюдается и в РФ, где в 2021 г. принята Концепция по развитию производства и использования электротранспорта на период до 2030 г., согласно которой будет создана разветвленная инфраструктура заправочных станций. Для увеличения продаж вышеуказанных автомобилей продолжают вводиться различные стимулирующие скидки, субсидии и т. п. На начало 2024 г. в РФ приходилось более 10 электромобилей на одну публичную заправку.

Таким образом, важнейшим фактором снижения выбросов является широкое использование электромобилей, главными преимуществами которых являются экономичность и экологичность. Данный вид техники имеет целый ряд преимуществ перед другими автомобилями, вследствие чего растут их продажи, в ценовом сегменте они ежегодно становятся более доступными для приобретения. Данная тенденция приводит к большому количеству эксплуатируемых на дорогах различных стран электромобилей (EV), на номерных знаках которых содержатся зеленые прямоугольники.

## Основная часть

Исследования свидетельствуют о том, что со стороны как различных мировых организаций, местных органов управления, так и населения растет интерес к покупке и эксплуатации электромобилей. В некоторых странах созданы благоприятные условия для широкого использования за счет различных эффективных экономических рычагов воздействия на транспортный рынок. Следует отметить, что данные рычаги широко используются и производителями автомобильной техники. Например, правительство Канады планирует в 2026 г. продавать около 20 % новых электрических автомобилей, к 2030 г. эта цифра увеличится до 60 %, а в 2035 г. все продаваемые автомобили будут электрическими. Для стимулирования продаж электромобилей установлена федеральная льгота, равная 5 тыс. дол., а также другие преференции, которые определены и приняты в различных провинциях Канады для снижения первоначальной цены на новый электромобиль. В то же время руководство одной из южнокорейских компаний пришло к выводу, что в современных условиях производство электромобилей обходится дороже, чем выпуск аналогичных автомобилей с двигателями внутреннего сгорания (ДВС). Поэтому данный фактор повлиял на установление высоких цен и сдерживание роста рынка продаж вышеуказанных автомобилей.

Анализ отечественной и зарубежной литературы, а также различные опросы свидетельствуют о том, что существуют различные мнения по вопросам определения эффективности использования электрических автомобилей. Иногда высказываются резко противоположные мнения даже по однотипным электромобилям, но эксплуатируемым, например, в Европе и США, Японии и Китае и т. д. Чтобы ответить на такой сложный вопрос, следует проанализировать все факторы, влияющие на эксплуатацию различных автомобилей, и сравнить затраты, например, электромобиля и традиционного автомобиля с ДВС, электромобиля и гибридного и т. п. [2].

В первую очередь, на общие расходы влияет цена автомобиля. Как показывают последние исследования, электромобили имеют более высокую первоначальную цену по сравнению с бензиновыми автомобилями. Она обусловлена устанавливаемыми дорогими аккумуляторами. Вместе с тем у многих европейских автопроизводителей цены равны или даже ниже на электромобили по сравнению с бензиновыми и дизельными автомобилями. Анализ показывает, что покупная цена новых электрических автомобилей колеблется в широком диапазоне даже для однотипных моделей в зависимости от странового сегмента, модели, типа и других факторов. Это связано с тем, что, как отмечалось выше, во многих странах при покупке электромобилей установлены различные стимулы и скидки, позволяющие уменьшить их первоначальную стоимость. Характерен пример США, где при стоимости автомобиля 40 тыс. дол. можно получить налоговый кредит до 7,5 тыс. дол., а также различные государственные и местные льготы, позволяющие приобрести электромобиль по цене в 25 тыс. дол. Но такая же первоначальная цена подобных моделей во многих странах мира установлена и для бензиновых автомобилей, при приобретении которых не предусмотрены подобные скидки и льготы.

Происходящие в последние годы мировые тренды на энергоносители и топливо изменяют экономическую ситуацию, что влечет за собой и изменение конкурентоспособности продаваемых автомобилей [3]. Поэтому вторым фактором, влияющим на затраты, связанные с эксплуатацией автомобилей, работающих на развидах топливно-энергетических ресурсах, является стоимость топлива. Ее величина также зависит от множества факторов и колеблется в широком диапазоне - от 20 до 50 % от общих затрат. Здесь необходимо учитывать условия эксплуатации автомобилей по регионам мира, срок эксплуатации, тарифы и цены на электроэнергию и другие виды топлива и т. д.

Для того чтобы ответить на вопрос о целесообразности использования электромобилей, необходимо провести анализ основных его параметров, таких как тип кузова, скоростные характеристики, мощность двигателя, расход топлива на 100 км пробега, запас хода на одной зарядке, время зарядки, разгон до 100 км/ч и других, влияющих как на первоначальную стоимость, так и на эксплуатационные затраты.

По данным Международного энергетического агентства (ІЕА), на начало 2024 г. удельный вес электромобилей в общем объеме продаж составит около 20 %. Самый высокий уроданного показателя приходится на европейские страны и Китай. Исходя из данных, приведенных в этом источнике, рынок продаж гибридных и электромобилей будет возрастать ежегодно и достигнет почти 60 % в 2030 г. В связи с этим актуальным является вопрос, связанный с развитием инфраструктуры, необходимой для зарядки электромобилей [4]. При исследовании данной проблемы возникает необходимость в разработке и внедрении эффективного зарядного оборудования для электромобилей малой грузоподъемности и большегрузных электромобилей. В части решения первой составляющей можно использовать интермодальные терминалы, учитывая необходимость соблюдения требований безопасности и экологических норм. По-прежнему актуальной является и проблема увеличения длительности службы аккумуляторных батарей для большегрузных транспортных средств, а также городских и междугородних автобусов.

Как отмечалось выше, электромобили обладают более высокой энергоэффективностью в сравнении с автомобилями, которые работают на ископаемом топливе, т. е. они имеют низкие тепловые потери и не производят выхлопных газов. Если рассматривать экологические факторы (выбросы парниковых газов), то для многих европейских стран электромобильность стоит на первом плане и является ключевой стратегической целью при разработке вопросов, связанных с улучшением качества воздуха. Особенно интенсивно данная проблема решается в Германии и Нидерландах. Даже Норвегия, имея собственные нефтяные запасы, стремится к продаже новых легковых автомобилей и автофургонов с нулевым уровнем выбросов.

Вместе с тем, принимая решения о покупке электромобиля, в первую очередь необходимо учитывать стоимость электродвигателя, аккумуляторов, запас хода и наличие станций зарядки. Резкий спрос на продажи электромобилей ведет к увеличению потребности в таком важном сырье, каким является литий, кобальт и никель, использующиеся в производстве аккумуляторных батарей для электрического транспорта. Первый составной элемент позволяет получить высокую удельную энергоемкость и долговечность, а последние два металла - стабильность и емкость накопителя энергии. Представляется, что в перспективе такая тенденция приведет к изменению цен в мире на это стратегическое сырье. Естественно, она повлияет на стоимость электрических батарей, а соответственно и на цену электромобиля [5].

Учитывая вышеизложенное, ЕС принял пакет мер, который приведет к уменьшению на 55 % выбросов парниковых газов. Под эту цель разработаны новые механизмы, включая законодательство и трансформационные изменения в различных областях экономики Европейских стран. Следовательно, возникла необходимость в разработке таких силовых агрегатов, которые могут обеспечить существенное снижение выбросов парниковых газов, т. е. необходим

большой запас возобновляемой энергии или необходимо отдавать предпочтение улавливанию и хранению углерода.

Еще одна проблема, которая должна рассматриваться при определении экономической эффективности использования электромобилей, сводится к организации надежной и безопасной системы утилизации батарей. Вариантов здесь может быть несколько, в частности захоронение на полигонах, перепрофилирование, использование для других целей составных элементов. В мировой практике существуют различные стратегии на условиях возвратной логистики и др.

Сравним основные затраты, связанные с эксплуатацией бензиновых, дизельных и электромобилей [6]. Самым важным элементом, как отмечалось, является стоимость их приобретения, определяемая ценой покупки нового автомобиля. Исследования рынка продаж новых автомобилей показывают, что он разнообразен и цены колеблются в широком диапазоне в зависимости от производителя, марки и типа подвижного состава, условий эксплуатации, государственной политики в области производства и продаж новых автомобилей, конкуренции и других факторов. Однако электрический транспорт имеет следующие преимущества перед бензиновыми и дизельными автомобилями.

1. Учитывая мировые тенденции в области развития электроэнергии, а также рост стоимости топлива для бензиновых и дизельных автомобилей, следует признать, что электромобили выгоднее использовать как при перевозке грузов, так и пассажиров. Хотя имеется множество различных факторов, влияющих на фактический расход и стоимость топлива (например, модель автомобиля, стиль вождения, климатические условия, регион эксплуатации), однако средняя стоимость израсходованного топлива для электромобилей имеет явное преимущество перед другими видами автотранспортной техники. Кроме того, что электроэнергия дешевле и эффективнее бензина, электромобили имеют меньше движущихся и вращающихся частей, приводящих к трению. Вместе с тем фактическое энергопотребление зависит не только от параметров электромотора, но необходимо учитывать вес автомобиля, его аэродинамику и работу климат-контроля. В последних публикациях реальное энергопотребление в некоторых моделях Tesla, Volkswagen и Kia составляет от 6 до 8 км на 1 кВт·ч [3].

2. При расчете расходов на эксплуатацию и техническое обслуживание автомобилей учитываются проводимые плановые обслуживания (замена масла, шин, различных жидкостей, изношенных деталей и узлов, устранение неисправностей, различных утечек, проверка тормозов и т.п.), а также различные ремонты [7]. Необходимо отметить тот факт, что для электромобилей нет необходимости в замене масел, свечей зажигания, воздушных фильтров, а также они имеют меньший износ тормозной системы вследствие рекуперативного торможения (у них восстанавливается часть кинетической энергии, которая не использовалась бы в других случаях).

Проведение регулярного технического обслуживания (ТО) электромобилей в основном сводится к замене фильтра салона, проверке уровня антифриза в системе охлаждения батареи, а также технического состояния светотехники.

- 3. Как уже отмечалось, большинство автопроизводителей предусматривают различные преференции для владельцев электромобилей (бесплатные муниципальные парковки, свободный проезд по платным магистралям, в некоторых регионах владельцы освобождаются от уплаты транспортного налога).
- 4. Новые современные электромобили имеют пробег до подзарядки 1000 км и более при ежегодном сокращении времени зарядки для новых автомобилей. Современные быстрые станции обеспечивают процесс зарядки в течение одного часа.
- 5. В нашей стране при приобретении новых электромобилей владельцы согласно законодательству освобождаются от уплаты транспортного налога до конца 2025 г. Кроме того, если резидент Республики Беларусь ввозит электромобиль в возрасте до пяти лет, то в этом случае используется нулевая ставка НДС.
- 6. Электромобили не издают шума во время движения, так как отсутствует ДВС. Разгоняя данный автомобиль, особенно в городских условиях, где приходится часто производить торможения и быстрые старты, они создают комфортные условия для поездки как для водителя, так и для пассажиров. Для многих водителей пре-

имуществом является и отсутствие ручного переключения передач в данном автомобиле.

7. Важнейшим элементом при оценке эффективности использования различных видов автотранспорта является выброс парниковых газов, т. е. экологический фактор. Требования к экологической безопасности изложены в различных международных документах, содержащих ограничения токсичности отработавших газов, таких как углеводороды, оксиды азота, окись углерода и др. Они постоянно пересматриваются и ужесточаются.

В ЕС в 2020 г. введены нормы выбросов СО<sub>2</sub> для новых легковых автомобилей и автофургонов, а также в этом же документе определены целевые показатели для развития автомобильного парка до 2030 г. В 2022 г. ООН были приняты Глобальные технические правила по долговечности использования бортовых аккумуляторов для полных и гибридных автомобилей, которые заряжаются от внешнего зарядного устройства. Современные электромобили соответствуют по эксплуатационным и экологическим параметрам перечисленным выше нормам.

Для сравнения затрат и определения экономической эффективности использования различных автомобилей нами выбраны легковые автомобили GEELY: один – с двигателем внутреннего сгорания, а второй – электромобиль, которые схожи по техническим характеристикам, уровню комфорта и безопасности и продаются в Республике Беларусь у официального дилера. Внешний вид данных автомобилей представлен на рис. 1 [8].

Для расчета эксплуатационных расходов проанализируем основные технико-эксплуатационные показатели данных автомобилей, приведенные в табл. 1 [6, 9].

Определим срок эксплуатации автомобилей. Согласно постановлению Министерства экономики Республики Беларусь от 30 сентября 2011 г. № 161 «Об установлении нормативных сроков службы основных средств и признании утратившими силу некоторых постановлений Министерства экономики Республики Беларусь» (в ред. постановлений Минэкономики от 24.07.2013 № 52, от 17.11.2014 № 81, от 10.04.2017 № 9), для автомобилей малого класса (с рабочим объемом двигателя от 1,2 до 1,8 л) нормативный срок службы легкового автомобиля составляет 7 лет.





Puc. 1. Внешний вид автомобилей GEELY GS, GEOMETRY C Fig. 1. Exterior view of GEELY GS, GEOMETRY C cars

Таблица 1 Технико-эксплуатационные показатели автомобилей GEELY GS, GEOMETRY C Technical and operational indicators of GEELY GS, GEOMETRY C vehicles

П	Модель				
Показатель	GEEL	GEELY GS G		GEELY GEOMETRY C	
Nип двигателя	Бензиновый		Электрический		
Стоимость автомобиля, руб.	60000		104900		
Рабочий объем/мощность	1800 см <sup>3</sup>	133 л. с./98 кВт	-	150кВт	
Полная масса ТС, кг	1700		2100		
Плановое ТО	Пробег, км	Стоимость, руб.	Пробег, км	Стоимость, руб.	
TO-1	10000	460	15000	340	
TO-2	20000	570	30000	260	
TO-3	30000	540	45000	210	
TO-4	40000	800	60000	350	
TO-5	50000	540	75000	340	
TO-6	60000	640	90000	260	
TO-7	70000	460	105000	150	
TO-8	80000	800	120000	330	
TO-9	90000	540	135000	320	
TO-10	100000	705	150000	360	
Страхование гражданской ответственно- сти владельцев транспортных средств (ГОВТС)			23,9		
Налог на транспортное средство	110		0		
Удельные энергозатраты на 100 км город/загород (в условиях отрицательных температур)	Расход топлива, л/100 км	7,0/9,6 (8,0/10)	Расход энергии, кВт/100 км	19 (28,5)	
Стоимость (топлива/электричества), руб	Бензин АИ95 1 литр	2,44	1 кВт	0,43/0,56	
Емкость (топливного бака/батареи)	60 л		70 квт-ч		
Среднегодовой пробег, км	25000				

Рассчитаем основные показатели при эксплуатации электромобиля GEELY GEOMETRY C. Важнейшими из них являются расход и стоимость электроэнергии. Опыт эксплуатации электромобилей в нашей стране показывает, что зимой их пробеги на полностью заряженной тяговой аккумуляторной батарее по объективным причинам становятся короче тех, которые электрокары проезжают летом. Так, дальность пробега на одной зарядке тягового аккумулятора по циклам NEDC (New European Driving Cycle) и CLTC (China Light-Duty Vehicle Test Cycle) эксперты по электротранспорту для получения реальных цифр пробега рекомендуют делить на 1,43. Пробег, измеренный по методикам WLTP (Worldwide Harmonised Light Vehicles Test Procedure), нужно разделить на 1,12. Таким образом, расход электроэнергии при летней эксплуатации, равный 18–20 кВт/100 км, увеличивается до 27–30 кВт/100 км зимой.

Предположим, что весь год электромобиль эксплуатируется с одинаковой интенсивностью. Определим для него среднесуточный пробег по следующей формуле [1]:

$$L_{ss} = \frac{L_{\text{общ}}}{\prod_{K}},\tag{1}$$

где  $L_{\text{общ}}$  – годовой пробег, км;  $Д_{\text{K}}$  – количество дней эксплуатации.

Тогда среднесуточный пробег автомобиля, проезжающего 25,0 тыс. км в год и эксплуатируемого 365 календарных дней, составит 68,5 км.

Предположим, что автомобиль 2,5 месяца (75 дней) эксплуатируется в зимних условиях, расходуя около 28,5 кВт/100 км. Таким образом, на этот период электроавтомобилю потребуется 19,5 кВт в сутки (28,5 кВт/100 км  $\times$  68,5 км). Тогда для 75 зимних суток, или на 5137,5 км пробега, ему потребуется 1462,5 кВт (19,5 кВт  $\times$  75).

Еще в течение 290 дней при среднесуточном пробеге 68,5 км и расходе 19,5 кВт будет расходоваться 13 кВт/сут. (19 кВт/100 км  $\times$  68,5 км), или в течение 290 сут. будет израсходовано 3770 кВт, т. е. столько электроэнергии электромобилю потребуется в теплый период эксплуатации.

Далее рассчитаем потребность электромобиля в электроэнергии в течение года при пробеге 25 тыс. км. В данном случае исправному электроавтомобилю понадобится 5232,5 кВт (1462,5 кВт + 3770 кВт) электроэнергии. Если осуществлять быструю зарядку, то стои-

мость 1 кВт составляет примерно 0,56 руб. Следовательно, для рассматриваемого случая, суммарная стоимость составит 2930,2 руб. (5232,5 кВт  $\times$  0,56 BYN/кВт). В случае зарядки исключительно в ночные часы от бытовой сети (частный дом с трехуровневым тарифом) стоимость составляет 0,15 руб. за 1 кВт. Тогда стоимость электроэнергии при существующем тарифе будет равна 784,9 руб. (5232,5 кВт  $\times$   $\times$  0,15 руб. за 1 кВт.).

Второй составляющей расходов являются затраты на плановые технические обслуживания, которые для анализируемого электромобиля составят 1910 руб. (340 + 260 + 210 + 350 + 340 + 260 + 150) из расчета его гарантийного пробега 100 тыс. км [7].

Следует учитывать, как было отмечено выше, что в Беларуси электроавтомобили освобождены от уплаты налога на транспортное средство. Для рассматриваемого случая затраты на обязательное страхование гражданской ответственности владельцев транспортных средств (ГОВТС) составят 23,6 евро, или в белорусских рублях величина будет равна 84,60 руб.

Рассчитаем размер взносов по добровольному страхованию транспортных средств «Автокаско» по годам в течение срока эксплуатации автомобиля: в первые три года — по 780 дол. США, в четвертом и пятом годах — по 634 дол. США, а в шестом и седьмом — по 1224 дол. США. Всего за семь лет необходимый размер взносов составит 6726 дол. США, или в белорусских рублях по курсу Нацбанка — 21994 руб., или 5498,5 руб. в год.

Рассчитаем основные показатели при эксплуатации автомобиля с бензиновым двигателем [5, 6]. Рассчитаем годовую стоимость топлива АИ-95 для данного автомобиля. Легковой автомобиль расходует 9,6 л/100 км в городском режиме езды и 6,3 л/100 за городом. С учетом того, что для жителей городов соотношение езды в городе и за его пределами обычно 70/30, получаем 17500 км проезда в городе и 7500 тыс. км за городом. Общий объем топлива, расходуемого на 25 тыс. км пробега, равен 2152,5 л  $(17500/100 \times 9,6 + 7500/100 \times 6,3)$ . При этом его стоимость превысит 5252 руб.

Что касается стоимости планового технического обслуживания, то, по данным официальных дилеров, при гарантийном пробеге 100 тыс. км она превышает 6055 руб. (460 + 570 + 540 + 800 + 540 + 640 + 460 + 800 + 540 + 705).

Кроме того, ежегодный налог на транспортное средство равен 110 руб., затраты на обязательное страхование гражданской ответственности владельцев транспортных средств – 23,6 евро или 83,54 руб.

Определим сумму взносов по добровольному страхованию транспортных средств «Автокаско» по годам в течение срока эксплуатации автомобиля: в первые три года — по 510 дол. США, в четвертом и пятом годах — по 634 дол. США, а в шестом и седьмом — по 800 дол. США. Таким образом, за 7 лет необходимо внести на данный вид страхования 4398 дол. США, что в белорусских рублях составляет 14382 руб., или ежегодно данная сумма составляет 3595,5 руб.

Сведем все рассчитанные значения в табл. 2.

Исходя из данных таблицы, можно сделать следующие выводы. Электромобиль превышает стоимость бензинового на 44,9 тыс. руб. Разница в эксплуатационных расходах без учета затрат на добровольное страхование составляет 3467,09 руб., при зарядке в ночные часы от бытовой сети — 5612,39 руб. Если учитывать затраты на добровольное страхование, то эти величины составят 1564,09 и 3709,39 руб.

Таблица 2 Средне суммарные эксплуатационные расходы на год Average total operating costs per year

	Модель автомобиля			
Показатель, руб.	GEELY GS	GEELY	GEELY	
		GEOMET-	GEOMET-	
		RY C	RY C	
		Быстрая	Зарядка от	
		зарядка	бытовой сети	
Затраты на топливо/				
электричество	5252,1	2930,2	784,9	
Плановое ТО	1513,75	477,5	477,5	
Страхование ГОВТС	83,54	84,6	84,6	
Налог на ТС	110	0	0	
«Автокаско»	3595,5	5498,5	5498,5	
Итого без учета				
«Автокаско»	6959,39	3492,3	1347	
Итого с учетом				
«Автокаско»	10554,89	8990,8	6845,5	

Расчет окупаемости электромобиля без учета затрат на добровольное страхование при быстрой зарядке показывает, что она составит 13 лет (44900/3467,09), при зарядке в ночные часы от бытовой сети — восемь лет (44900/5612,39). Если же учитывать затраты на добровольное страхование при быстрой зарядке, то эти цифры составят 28 лет (44900/1564,09), а при зарядке в ночные часы от бытовой сети — 12 лет (44900/3709,39).

Зависимость затрат от периода эксплуатации автомобилей представлена на рис. 2.

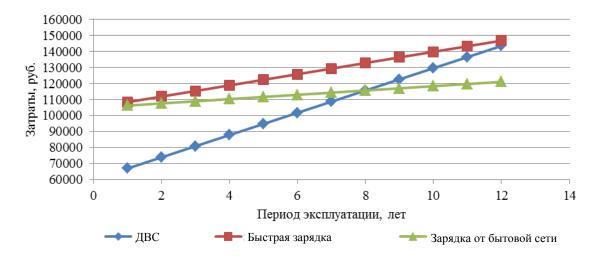


Рис. 2. Зависимость затрат от периода эксплуатации автомобилей

Fig. 2. Cost dependence of costs on the period of vehicle operation

Для оценки сравнительной эффективности приобретения автомобилей марок GEELY GS и GEOMETRY С используем показатель чистой дисконтированной стоимости проекта ( $\Delta NPV$ ), которая приведена по фактору времени к моменту оценки:

$$\Delta NPV = \Sigma \alpha_t \cdot \Delta NCF_t, \tag{2}$$

где  $\alpha_t$  — коэффициент дисконтирования за период t (используем ставку рефинансирования 11,5 %);  $\Delta NCF_t$  — дифференциальный денежный поток (разница между денежными потоками от приобретения и эксплуатации автомобилей GEOMETRY C и GEELY GS за период t).

Дифференциальный денежный поток  $\Delta NCF_t$  определяется как разница между соответствующими денежными потоками для разных автомобилей.

Чистый денежный поток можно рассчитать по формуле

$$NCF = (\Delta S - \Delta C) (1 - T) + \Delta DP \cdot T + + \Delta SV - (\Delta C_{anex} + \Delta WC),$$
 (3)

где  $\Delta S$  — разница выручки от реализации по сравниваемым автомобилям;  $\Delta C$  — разница затрат без амортизации по сравниваемым автомобилям; T — ставка налога на прибыль;  $\Delta DP$  — разница амортизации по сравниваемым автомобилям;  $\Delta SV$  — то же доходов от продажи активов по сравниваемым автомобилям;  $\Delta C_{apex}$  — то же стоимости приобретения по сравниваемым автомобилям;  $\Delta WC$  — изменение рабочего капитала по сравниваемым автомобилям.

Для базового года  $\Delta NCF$  будет равен

$$\Delta NCF0 = -104900 - (-60000) = -44900$$
 (py6.).

Доход от продажи автомобиля после эксплуатации SV в течение семи лет определен по результатам укрупненной оценки вторичного рынка исследуемых автомобилей. Для бензинового автомобиля марки GEELY GS доход от продажи SV составит 39738 руб. (соответствует коэффициенту потери стоимости 33,77 %), а для электрического автомобиля GEOMETRY C величина значительно ниже — 21824 руб. (соответствует коэффициенту потери стоимости 79,99 %).

Определим величину  $\Delta DP$ , т. е. разницу годовой амортизации по исследуемым автомобилям:

$$\Delta DP = ((104900 - 21824) - (60000 - 39738)) / 7 = 14763 \text{ (py6.)}.$$

Разница в затратах без амортизации

$$\Delta C = 6845.5 - 10554.89 = -3709.39$$
 (pyб.).

Так как используются средние данные о расходах на эксплуатацию, чистый денежный поток с первого по шестой годы определится по формуле

$$\Delta NCF(1-6) = (-\Delta C) (1 - T) + \Delta DP \cdot T =$$

$$= (-(-3709,39)) (1-0,2) + 14763 \cdot 0,2 =$$

$$= 5920,11 \text{ (py6.)}. \tag{4}$$

Для последнего (седьмого) года эксплуатации при расчете  $\Delta NCF$  необходимо добавить доходы от продажи автомобиля (по рыночной стоимости)

$$\Delta NCF(7) = (-\Delta C) (1 - T) + \Delta DP \cdot T + \Delta SV =$$

$$= \Delta NCF(1-6) + \Delta SV =$$

$$= (5920,11 + (21824 - 39738) = -11994 \text{ (py6.)}. (5)$$

Для упрощения расчетов используем формулу, в которой применяется коэффициент

аннуитета 
$$\frac{1-\left(1+t\right)^{-r}}{r}$$
:

$$\Delta NPV = \Delta NCF0 + \Delta NCF(1-6) \frac{1 - (1+t)^{-r}}{r} + \Delta NCF(7) \frac{1}{(1+r)^{t}} = 44900 + 5920,11 \cdot \frac{1 - (1+0,115)^{-7}}{0,115} + (-11994) \cdot \frac{1}{1+0.115} = -23021 \text{ (py6.)}.$$
 (6)

Так как последняя величина имеет отрицательное значение, это свидетельствует о неэффективности использования электромобиля данной марки по сравнению бензиновым.

Таким образом, исследования показывают, что электромобили, имея целый ряд преимуществ перед другими видами автомобильной техники с различными двигателями, в перспективе будут постепенно вытеснять из мирового

рынка старую технику и составят тренд будущего автомобильной индустрии. Ежегодно в развитие этой техники инвестируются большие финансовые средства, разрабатываются улучшенные новые модели с современными аккумуляторами и быстрой зарядкой. Анализируя перспективы развития электромобилей, можно отметить, что электромобильная революция набирает обороты благодаря значительным инвестициям в разработку новых моделей. Производители активно совершенствуют аккумуляторы и системы быстрой зарядки, что делает электромобили все более привлекательными для массового потребителя. Их стоимость демонстрирует устойчивую тенденцию к снижению, делая данную технику более доступной для широкого круга покупателей. В свою очередь, развитие инфраструктуры зарядных станций способствует оптимизации эксплуатационных расходов, включая снижение удельного расхода энергии на 100 км пробега. Кроме того, данные автомобили лучше по сравнению с классическими по динамическим характеристикам, в частности ускорение электромобилей происходит в среднем на 15 % быстрее автомобилей с ДВС, а максимальная скорость превышает 170 км/ч. Неуклонно растет запас хода на одной зарядке благодаря активному внедрению технологий быстрой зарядки.

Кроме важнейших критериев при выборе электромобиля (стоимости и запаса хода, который определяется емкостью батареи и энергоэффективностью силовой установки) следует учитывать и экологичность электромобилей, которая является их значительным преимуществом. Однако здесь требуется комплексный подход к оценке эффективности электромобилей. Отсутствие прямых выбросов компенсируется влиянием на экологию процесса производства электроэнергии на тепловых электростанциях, работающих на ископаемом топливе [10].

Практика свидетельствует и об имеющихся проблемах, которые в конечном итоге влияют на эффективность использования электромобилей, поэтому в некоторых случаях следует индивидуально рассчитывать затраты, учитывая марку и тип подвижного состава. Вместе с тем, несмотря на существование определенных проблем по эксплуатации электромобилей, они формируют тренд будущего развития мировой

автомобильной индустрии и требуют новых инновационных подходов по оценке эффективности их использования для различных условий эксплуатаций.

## выводы

- 1. Проанализированы изменения, происходящие в области загрязнения окружающей среды за счет выбросов загрязняющих веществ атмосферный воздух автотранспортными средствами, работающими на различных видах топлива, и показаны создаваемые в различных странах благоприятные условия по широкому использованию электромобилей. Для увеличевышеуказанных автомобилей продаж большинство стран вводят различные стимулирующие скидки, субсидии и т. п. Создаваемые благоприятные условия за счет различных эффективных экономических рычагов напрямую воздействуют на развитие транспортного рынка.
- 2. Рассмотрены различные факторы, влияющие на эффективность использования электрических автомобилей, такие как эксплуатационные затраты, первоначальная цена, экологичность, индивидуальные потребности пользователей, технические характеристики, а также наличие современных заправочных станций. Отмечено влияние на стоимость и запас хода емкости батареи и энергоэффективности силовой установки.
- 3. Для сравнения эффективности использования электромобилей выбраны две модели легковых автомобилей марки GEELY: один с двигателем внутреннего сгорания, а второй электромобиль, которые схожи по техническим характеристикам, уровню комфорта и безопасности. Рассчитаны технико-эксплуатационные показатели, нормативные сроки службы автомобилей, расходы на топливо, эксплуатационные материалы, техническое обслуживание, страхование, налоги и др. Определены сроки окупаемости и эффективность использования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Статистический ежегодник Республики Беларусь / Нац. стат. комитет Респ. Беларусь; редкол.: И. В. Медведева [и др.]. Минск: РУП «Информационно-вычи-

- слительный центр Национального статистического комитета Респ. Беларусь», 2024. 317 с.
- 2. Tsarenkova, I. The Role of Transport in the Conditions of International Integration / I. Tsarenkova, T. Poplawski, R. Ivuts // Futuribili. Rivista di Studi Sul Futuro e di Previsione Sociale. 2021. Vol. XXVI, № 1/2. P. 231–246. https://doi.org/10.13137/1971-0720/34416.
- 3. Хитрых, Д. Электромобили: мировые тренды, проблемы и перспективы / Д. Хитрых // Энергетическая политика. 2021. Январь. URL: https://energypolicy.ru/elektromobili-mirovye-trendy-problemy-i-perspektivy/energoperehod/2021/14/27/.
- Addendum 22: United Nations Global Technical Regulation No. 22. United Nations Global Technical Regulation on In-vehicle Bat-tery Durability for Electrified Vehicles. URL: <a href="http://unece.org/sites/default/files/2022-04/">http://unece.org/sites/default/files/2022-04/</a> ECE TRANS 180a22e.pdf.
- Экономический механизм развития транспортно-логистической деятельности на предприятиях / Р. Б. Ивуть,
   П. И. Лапковская, О. В. Мясникова, Д. Н. Месник. Минск: БНТУ, 2022. 240 с.
- 6. Ивуть, Р. Б. Логистика: учеб. пособие для студ. / Р. Б. Ивуть. Минск: БНТУ, 2021. 462 с.
- 7. Электрический кроссовер нового поколения // GELLY. URL: https://geelyautomobile.by/models/geely-ex5.
- 8. Стоимость зарядки электромобилей // Malanka. URL: https://malankabn.by/price.
- UNECE Starts Regulatory Work on Automotive Life Cycle Assessment // UNICE. URL: http://unece.org/media/transport/Vehicle-Regulations/news/375420. Publ. date: 26.01.2023.
- Ивуть, Р. Б. Организационно-экономические основы цифровой трансформации транспорта: концептуальные подходы и направления развития / Р. Б. Ивуть, А. А. Хорошевич. Минск: БНТУ, 2024. 224 с.

Поступила 27.03.2025 Подписана в печать 01.06.2025 Опубликована онлайн 31.07.2025

#### REERENCES

- National Statistical Committee of the Republic of Belarus (2016) Statistical Yearbook of the Republic of Belarus. Minsk, Information and Computing Center of the National Statistical Committee of the Republic of Belarus. 519 (in Russian).
- Tsarenkova I., Poplawski T., Ivuts R. (2021) The Role of Transport in the Conditions of International Integration. Futuribili. Rivista di Studi Sul Futuro e di Previsione Sociale, XXVI (1/2), 231–246. https://doi.org/10.13137/1971-0720/34416.
- 3. Khitrykh D. (2021) Electric Vehicles: Global Trends, Problems and Prospects. *Energeticheskaya Politika*, January. Available at: https://energypolicy.ru/elektromobilimirovye-trendy-problemy-i-perspektivy/energoperehod/2021/14/27/ (in Russian).
- Addendum 22: United Nations Global Technical Regulation No. 22. United Nations Global Technical Regulation on In-vehicle Bat-tery Durability for Electrified Vehicles.
   Available at: http://unece.org/sites/default/files/2022-04/ECE TRANS 180a22e.pdf.
- Ivut R. B., Lapkovskaya P. I., Myasnikova O. V., Mesnik D. N. (2022) Economic Mechanism for the Development of Transport and Logistics Activities at Enterprises.
   Minsk, Belarusian National Technical University. 240 (in Russian).
- Ivut R. B. (2021) Logistics. Minsk, Belarusian National Technical University. 462 (in Russian).
- 7. New Generation Electric Crossover. *GELLY*. Available at: https://geelyautomobile.by/models/geely-ex5 (in Russian).
- 8. Electric Vehicle Charging Cost. *Malanka*. Available at: https://malankabn.by/price (in Russian).
- UNECE (26 January 2023) UNECE Starts Regulatory Work on Automotive Life Cycle Assessment. Available at: http://unece.org/media/transport/Vehicle-Regulations/news/375420.
- Ivut R. B., Khoroshevich A. A. (2024) Organizational and Economic Foundations of Digital Transformation of Transport: Conceptual Approaches and Directions of Development. Minsk, Belarusian National Technical University) Publishing House. 224 (in Russian).

Received: 27.03.2025 Accepted: 01.06.2025 Published online: 31.07.2025