

ЛИТЕРАТУРА

1. **Епифанов, В. И.** Технология обработки алмазов в бриллиантах: учеб. для сред. ПТУ / В. И. Епифанов, А. Я. Песина, Л. В. Зыков. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1987. – 335 с.
2. **Киселев, М. Г.** Повышение интенсивности и качества распиливания твердых и сверхтвердых материалов путем сообщения заготовке двухмерного циркуляционного движения / М. Г. Киселев, А. В. Дроздов, Д. А. Ямная // Вестник БНТУ. – 2011. – № 5. – С. 36–40.
3. **Киселев, М. Г.** Исследование временных и частотных параметров контактного взаимодействия заготовки с распиловочным диском при сообщении ей двухмерного периодического движения / М. Г. Киселев, А. В. Дроздов, Д. А. Ямная // Вестник Полоцкого государственного университета. Секция. «Промышленность. Прикладные науки». – 2012. – № 3. – С. 102–108.
4. **Киселев, М. Г.** Влияние условий возбуждения стрелы распиловочной секции на параметры колебательного движения заготовки / М. Г. Киселев, А. В. Дроздов, Д. А. Ямная // Материалы, технологии, инструмент. – 2013. – Т. 18, № 1. – С. 78–85.
5. **Киселев, М. Г.** Методики определения пространственно-временных параметров контактного взаимодействия колеблющейся заготовки с распиловочным диском / М. Г. Киселев, А. В. Дроздов, Д. А. Ямная // Метрология и приборостроение. – 2012. – № 2. – С. 26–29.

REFERENCES

1. **Epifanov, V. I.** Diamond Cutting Technology for Obtaining Gem-Grade Diamonds: Manual for Secondary Vocational Technical School / V. I. Epifanov, A. Ya. Pesina, L. V. Zykov. – 4th Revised & Updated Edition. – M.: Vysshaya Shkola (High School), 1987. – 335 p.
2. **Kiselev, M. G.** Higher Intensity and Quality Improvement in Sawing Hard and Superhard Materials while Conveying 2D Circulation Motion to Billet / M. G. Kiselev, A. V. Drozdov, D. A. Yamnaya // Vestnik BNTU. – 2011. – No 5. – P. 36–40.
3. **Kiselev, M. G.** Investigation of Timing and Frequency Parameters of Billet Contact Interaction with Sawing Disc while Conveying 2D Periodical Motion to the Billet / M. G. Kiselev, A. V. Drozdov, D. A. Yamnaya // Vestnik Polotskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Section: Industry. Applied Sciences. – 2012. – No 3. – P. 102–108.
4. **Kiselev, M. G.** Influence of Boom Excitation Conditions of Sawing Section on Parameters of Billet Vibratory Motion / M. G. Kiselev, A. V. Drozdov, D. A. Yamnaya // Materialy, Tekhnologii, Instrument (Materials. Technologies. Tools). – 2013. – Vol. 18, No 1. – P. 78–85.
5. **Kiselev, M. G.** Methods for Determination of Spatial and Timing Parameters of Contact Interaction of Vibrating Billet with Sawing Disc / M. G. Kiselev, A. V. Drozdov, D. A. Yamnaya // Metrologia i Priborostroenie (Metrology and Instrumentation). – 2012. – No 2. – P. 26–29.

Поступила 12.11.2013

УДК 629.7

ИНТЕРВАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОГРАММНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

Докт. техн. наук, проф. ЛОБАТЫЙ А. А., асп. АЛЬ-МАШХАДАНИ М. А.

Белорусский национальный технический университет

E-mail: lobaty@tut.by

INTERVAL-OPTIMAL PROGRAMME CONTROL OF AIRCRAFT

LOBATY A. A., AL-MASHHADANI M. A.

Belarusian National Technical University

Решается задача аналитического синтеза управления летательным аппаратом при наведении его по траектории, заданной опорными точками в инерциальной системе координат, и заданном критерии оптимизации. Приводится пример, иллюстрирующий работоспособность предложенных теоретических положений.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, система управления, задача наведения, траектория полета.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

The paper solves a problem pertaining to analytical synthesis of aircraft control while ensuring aircraft direction along its trajectory which is preset by reference data in the inertial coordinate system and a specified optimization criterion. An example illustrating working efficiency of the proposed theoretical statements has been given in the paper.

Keywords: unmanned flying machine, control system, guidance problem, flight line.

Fig. 3. Ref.: 5 titles.

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) являются эффективным средством для решения широкого спектра задач как военного, так и народно-хозяйственного характера. БЛА имеют большую перспективу применения в тех областях, где отсутствие пилота на борту позволяет сделать летательный аппарат более компактным и дешевым, а также при выполнении работ, связанных с риском для жизни и здоровья человека.

Достижения в области технологий микроэлектроники, информатики делают возможным решение задач по созданию БЛА различного назначения и конструктивной компоновки. Поэтому важным является разработка современных теоретических методов по обоснованию и синтезу систем управления БЛА как сложных динамических систем.

Принципы построения систем управления БЛА зависят от предназначения аппарата. Если стоит задача наведения БЛА в заданную точку (в том числе подвижную), то необходимо рассматривать один из известных методов самонаведения аппарата на цель. Вторая задача – полет БЛА по заданному маршруту. Рассмотрим подробнее данную задачу.

В общем случае траектория полета БЛА состоит из трех участков: $R_1(t_0, t_1)$, $R_2(t_1, t_2)$, $R_3(t_2, t_k)$, где R_1 – траектория полета БЛА в зону выполнения основной задачи; R_2 – траектория полета БЛА по выполнению основной задачи (например, мониторинг земной поверхности); R_3 – траектория полета БЛА к месту приземления, как правило, это возвращение его к месту старта; t_0 и t_k – моменты старта и приземления аппарата.

Существует большое разнообразие методов аналитического синтеза и оптимизации систем управления летательных аппаратов. Несмотря на то что теоретически большинство из них позволяет получить точное решение, на практике конечный результат зависит от используемых математических моделей, которые, как правило, не адекватны реальным условиям.

Для аналитического синтеза систем управления БЛА необходимо иметь математическую модель траектории полета аппарата. Заданную траекторию можно аппроксимировать различными математическими зависимостями. Удобно использовать для этого полиномы, в частно-

сти отдельные участки траектории аппроксимировать полиномами вида [1]

$$R(t) = \sum_{k=0}^n C_k t^k, \quad (1)$$

где $R(t)$ – изменение во времени одной из координат БЛА; t – текущее время полета аппарата; C_k ($k = \overline{1, n}$) – заданные коэффициенты.

В проекциях на каждую из осей стартовой системы координат траектория движения БЛА представляется полиномом [2]

$$A_3(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 + C_4 t^4 + C_5 t^5. \quad (2)$$

Продифференцировав (2) два раза по времени, получим выражения для заданных проекций скорости и ускорения БЛА:

$$\dot{A}_3(t) = C_1 + 2C_2 t + 3C_3 t^2 + 4C_4 t^3 + 5C_5 t^4; \quad (3)$$

$$\ddot{A}_3(t) = 2C_2 + 6C_3 t + 12C_4 t^2 + 20C_5 t^3. \quad (4)$$

Коэффициенты C_3 , C_4 , C_5 определяются из системы уравнений для $A_3(t)$, $\dot{A}_3(t)$, $\ddot{A}_3(t)$ на момент времени окончания наведения при $t = T$, где T – время окончания наведения.

Преимуществом такого подхода является простота реализации программной траектории на борту БЛА. Однако в реальности невозможно точно предсказать время окончания наведения T , так как терминальные условия, накладываемые на компоненты вектора состояния БЛА, могут существенно измениться в процессе его полета.

При наведении БЛА по фиксированной траектории может применяться маршрутный метод наведения [3]. В качестве параметра управления в данном случае используется величина бокового отклонения БЛА от требуемой (программной) траектории

$$\Delta_m = A_{\text{БЛА}} - A_m,$$

где $A_{\text{БЛА}}$, A_m – соответственно одна из координат (X , Y , Z), характеризующих пространственное положение БЛА и требуемой траектории.

Основным недостатком при реализации данного метода является отсутствие прогноза изменения траектории, что приводит к значительным боковым перегрузкам БЛА. Метод целесообразно применять при прямолинейной

требуемой траектории, в качестве которой используют участок ортодромии, проходящей через исходный и конечный пункты маршрута. При этом под ортодромией понимается часть дуги большого круга, центр которого совмещен с центром Земли.

Для реализации алгоритмов пространственного наведения на борту БЛА имеется комплекс ориентации и навигации (КОН) [2, 3], в состав которого обычно входит бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), являющаяся информационной основой для работы КОН, и спутниковая навигационная система (СНС). Совместное использование БИНС и СНС позволяет ограничить рост погрешностей БИНС и снизить шумовую составляющую ошибок СНС.

Так как одной из основных задач БЛА является мониторинг отдельных участков земной поверхности, представляет интерес наведение БЛА по траектории, заданной опорными точками в инерциальной (стартовой) системе координат параметрами $(O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)})$, где k – номер точки пространства, через которую должна пройти траектория БЛА; $O^{(k)}$ – точка начала отсчета.

Таким образом, траектория БЛА состоит из отдельных интервалов, на которых необходимо обеспечить оптимальное наведение аппарата с учетом выполнения требований точности и устойчивости траекторного наведения. Кинематическая схема наведения БЛА в инерциальной (стартовой) системе координат представлена на рис. 1. Для простоты рассматривается наведение в горизонтальной плоскости. При этом пространственная модель принципиальных отличий иметь не будет.

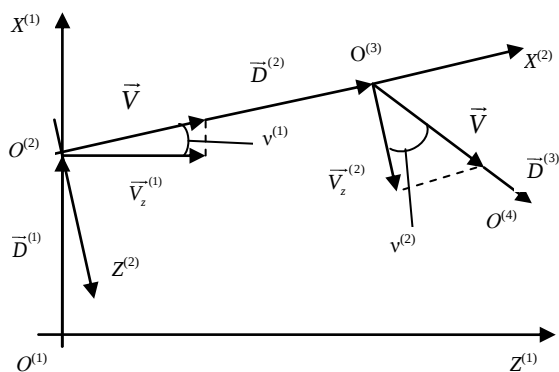


Рис. 1. Кинематическая схема наведения БЛА

Особенностью данной постановки задачи является задание на каждом интервале наведе-

ния новой инерциальной системы ординат $(O^{(k)}X^{(k)}Y^{(k)}Z^{(k)})$. На каждом интервале начало системы координат $O^{(k)}$ совпадает с исходной точкой траектории. Ось $O^{(k)}X^{(k)}$ направлена на следующую точку траектории, ось $O^{(k)}Y^{(k)}$ – вертикально вверх, ось $O^{(k)}Z^{(k)}$ составляет с осями $O^{(k)}X^{(k)}$ и $O^{(k)}Y^{(k)}$ правую систему координат.

На рис. 1 обозначены: $\vec{V}$ – вектор скорости БЛА (считаем $|\vec{V}| = \text{const}$); $v^{(k)}$ – угол ориентации вектора скорости БЛА в конце k -го интервала наведения; $\vec{D}^{(k)}$ – вектор дальности от начальной до конечной точки k -го интервала наведения; $O^{(k)}$ – начало заданной инерциальной системы координат на k -м интервале наведения.

Рассмотрим движение БЛА относительно заданной (инерциальной) системы координат для наглядности в горизонтальной плоскости на k -м интервале наведения, которое описывается системой линейных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}^{(k)} &= V_x^{(k)}; & X^{(k)}(0) &= X_0^{(k)}; \\ \dot{Z}^{(k)} &= V_z^{(k)}; & Z^{(k)}(0) &= Z_0^{(k)}; \\ \dot{V}_x^{(k)} &= a_x^{(k)}; & V_x^{(k)}(0) &= V_{x0}^{(k)}; \\ \dot{V}_z^{(k)} &= a_z^{(k)}; & V_z^{(k)}(0) &= V_{z0}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $X^{(k)}, Z^{(k)}$ – координаты БЛА в k -й системе координат; $V_x^{(k)}, V_z^{(k)}$ – проекции вектора скорости БЛА $\vec{V}$ на оси k -й системы координат; $a_x^{(k)}, a_z^{(k)}$ – ускорения БЛА в k -й системе координат.

В качестве управления будем рассматривать боковое ускорение БЛА $a_z^{(k)}(t)$. Если считать, что скорость БЛА постоянна, то в выражении (5) $V_x^{(k)} = \sqrt{V^2 - V_z^{(k)2}}$, где $V = |\vec{V}|$.

Определим оптимальное управление (ускорение) БЛА на k -м интервале наведения. Индекс k при этом для упрощения записи опустим. Критерий оптимизации будем рассматривать как обычный для задач наведения квадратичного вида [2, 4, 5]

$$J = \frac{1}{2} \left[c_1 V_z - V_{\text{задан}}^2 + c_2 Z - Z_{\text{задан}}^2 \right]_{t=t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^t c_3 a_z^2 dt, \quad (6)$$

где t_f – момент встречи БЛА с требуемой точкой пространства; $V_{\text{задан}}$ – заданное значение проекции скорости БЛА на ось $O^{(k)}Z^{(k)}$ соответствующей инерциальной системы координат в конце наведения на k -м интервале; $Z_{\text{задан}}$ – боковая координата заданной точки траектории; c_1, c_2, c_3 – коэффициенты оптимизируемого функционала (6).

Задача определения оптимального бокового ускорения $a_z(t)$, минимизирующего функционал (6), может быть решена путем применения различных методов аналитического конструирования [5]. В [4] с помощью методов вариационного исчисления получено решение, которое для данной постановки задачи будет иметь вид

$$a_z(V_z, Z, t) = -\Lambda_v(t)[V_z(t) - V_{\text{задан}}] - \Lambda_z(t)[Z(t) - Z_{\text{задан}}], \quad (7)$$

где

$$\Lambda_v(t) = \frac{(1/c_2) + (1/c_1)(t_f - t)^2 + 1/3(t_f - t)^3}{D(t_f - t)}; \quad (8)$$

$$\Lambda_z(t) = \frac{(1/c_1)(t_f - t) + 1/2(t_f - t)^2}{D(t_f - t)}; \quad (9)$$

$$D(t_f - t) = \left[\frac{1}{c_2} + \frac{1}{3}(t_f - t)^3 \right] \times \left[\frac{1}{c_1} + t_f - t \right] - \frac{1}{4}(t_f - t)^4. \quad (10)$$

В частном случае можно принять $c_1 \rightarrow \infty$ и $c_2 \rightarrow \infty$ [2]. Это соответствует задаче, когда интегральным слагаемым функционала (6) можно пренебречь. Данное допущение справедливо в случае, если БЛА обладает достаточным запасом топлива на траектории при относительно небольшой скорости полета в отличие от раке-

ты (реактивного снаряда), у которой значительные боковые перегрузки приводят к существенной потере скорости и, следовательно, – управляемости на траектории полета.

Заметим, что выражения (7)–(10) справедливы и для пространственной задачи наведения БЛА. При этом координаты, скорости и ускорения БЛА могут быть заменены соответствующими трехмерными векторами. В (7)–(10) $t_f - t = t_{\text{ост}}$ – время, оставшееся до встречи БЛА с очередной заданной точкой пространства. $V_{\text{задан}} = V_{\text{задан}}^{(k)} = V_z^{(k)}(t_f) \sin v_{\text{задан}}^{(k)}$ [2], где $V_z^{(k)}(t_f)$ – значение модуля скорости БЛА в момент окончания наведения на k -м интервале; $v_{\text{задан}}^{(k)}$ – заданный угол подхода БЛА к соответствующей точке траектории $O^{(k+1)}$, определяемый ориентацией вектора $\vec{V}$ относительно системы координат ($O^{(k)}X^{(k)}Z^{(k)}$).

Время $t_{\text{ост}}$ определяется из выражения

$$t_{\text{ост}} = t_{\text{ост}}^{(k)} = \frac{D^{(k)}}{|\dot{D}|^{(k)}}, \quad (11)$$

где $D^{(k)}$ – текущая дальность БЛА до заданной точки $O^{(k+1)}$ на k -м интервале наведения; $|\dot{D}|^{(k)}$ – скорость сближения БЛА с точкой $O^{(k+1)}$.

В качестве примера рассмотрим управление БЛА на k -м интервале траектории полета при следующих начальных условиях в соответствии с рис. 1: $X_0 = 1000$ м, $V = 50$ м/с, $v = 60^\circ$. Графики изменения $V_z(t)$ и $a_z(t)$, полученные путем моделирования в среде MathCad, представлены на рис. 2.

Траектории БЛА $X(Z)$, м, при $v^{(k)} = 60^\circ$ (а) и $v^{(k)} = 30^\circ$ (б) и тех же условиях наведения БЛА приведены на рис. 3.

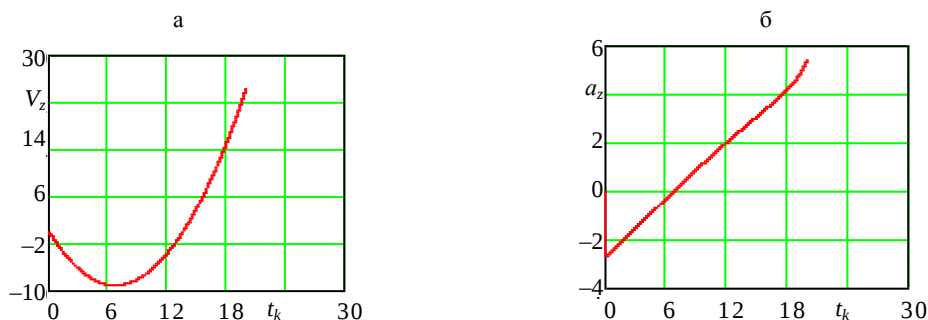


Рис. 2. Графики изменения скорости (а) и ускорения (б) БЛА

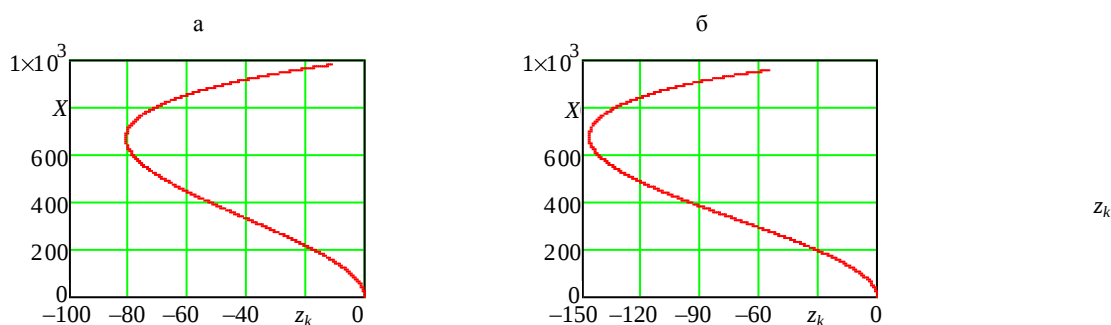


Рис. 3. Траектория БЛА при $v^{(k)} = 60^\circ$ (а) и $v^{(k)} = 30^\circ$ (б)

В данном случае (рис. 3) ошибки отклонения БЛА от конечной точки наведения в зависимости от угла $v^{(k)}$ составляют от 7 до 20 м, что для задач мониторинга земной поверхности с помощью БЛА с высот сотен метров вполне приемлемо.

ВЫВОД

Предложенный метод аналитического синтеза закона управления на этапе предварительной разработки системы управления беспилотным летательным аппаратом позволяет получить оптимальный для заданного критерия качества закон управления при наведении аппарата по траектории, проходящей через заданные точки пространства. Последующая практическая реализация данного закона управления в автопилоте беспилотного или пилотируемого летательного аппарата представляет собой известную задачу синтеза регулятора, решение которой определяется заданными энергобаллистическими и аэродинамическими характеристиками конкретного летательного аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лобатый, А. А.** Аналитический синтез управления беспилотным летательным аппаратом / А. А. Лобатый, А. А. Антаневич, Ю. Ф. Икуас // Сборник статей ВА РБ. – 2009. – № 17. – С. 62–66.

2. **Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий** / под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Серебрякова. – М.: Физматлит, 2005. – 280 с.

3. **Меркулов, В. И.** Авиационные системы радиоуправления. – Т. 2: Радиоэлектронные системы самонаведения / В. И. Меркулов; под ред. А. И. Канащенкова, В. И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 390 с.

4. **Брайсон, А.** Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.

5. **Справочник** по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.

REFERENCES

1. **Lobaty, A. A.** Analytical Synthesis of Unmanned Flying Machine Control / A. A. Lobaty, A. A. Antanovich, Yu. F. Ikuas // Collected Works of VA RB (Military Academy of the Republic of Belarus). – 2009. – No 17. – P. 62–66.

2. **Control and Guidance of Unmanned Maneuvering Flying Machines on the Basis of Modern Information Technologies** / Edited by M. N. Krasilshikov, G. G. Seriabnikov. – M.: Phizmatlit, 2005. – 280 p.

3. **Merkulov, V. I.** Aviation Radio-Control Systems. Vol. 2: Radio-Electronic Homing Guidance Systems / V. I. Merkulov; Edited by A. I. Kanashenkov, V. I. Merkulov. – M.: Radiotekhnika (Radio Engineering), 2003. – 390 p.

4. **Bryson, A.** Applied Theory of Optimal Control / A. Bryson, Ho Yu-Chi. – M.: Mir (World), 1972. – 544 p.

5. **Handbook** on Automatic Control Theory / Edited by A. A. Krasovskiy. – M.: Nauka (Science), Chief Editorial Board of Physical and Mathematical Literature, 1987. – 712 p.

Поступила 17.09.2013