

УДК 621.37

РАСЧЕТ ЭДС НА ВЫХОДЕ ИНДУКЦИОННОГО СЕЙСМОПРИЕМНИКА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ

Канд. техн. наук ВИНОГРАДОВ А. Е., адъюнкт КУХАЛЬСКИЙ Н. Г.

Военная академия Республики Беларусь

Во многих средствах охраны (1К18 «Реалия», ПС-75 «Герб» и др.) для обнаружения движущихся наземных объектов используется сейсмический приемник индукционного типа, позволяющий регистрировать колебания грунта, вызываемые воздействием объекта [1].

Инерционный элемент такого сейсмоприемника представляет собой цилиндрическую катушку, связанную с корпусом посредством двух плоских пружин, обладающих малой жесткостью вдоль продольной оси и большой жесткостью вдоль поперечной оси. Внутри катушки находится цилиндрический постоянный магнит, намагниченный вдоль образующей и создающий в зазоре между катушкой и магнитом радиальное магнитное поле.

Если линейное перемещение Δl корпуса является некоторой функцией времени $\Delta l = f(t)$, то мгновенное значение электродвижущей силы (ЭДС) на выходе сейсмоприемника рассчитывается по формуле [2]

$$\varepsilon = -N_v B_{mg} l_a \frac{df(t)}{dt},$$

где N_v – число витков катушки; B_{mg} – индукция в зазоре между катушкой и магнитом; $l_a = 2\pi R_s$ – активная длина витка; R_s – средний радиус витка; t – время.

Корпус сейсмоприемника движется по закону, описывающему изменение амплитуды колебания сейсмической волны Рэлея. Поскольку инерционный элемент сейсмоприемника имеет одну степень свободы в вертикальной плоскости, будем рассматривать колебания

корпуса, вызванные поперечной составляющей волны Рэлея [3–5].

Во время установившихся колебаний уравнение движения корпуса описывается выражением

$$w_k(t) = w_{0R} \sin(\omega t),$$

где w_{0R} – максимальное значение амплитуды вертикальной составляющей волны Рэлея; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота колебаний корпуса, f – преобладающая частота сейсмической волны.

Тогда ускорение, с которым колеблется корпус, определяется как

$$\frac{d^2 w_k}{dt^2} = -w_{0R} \omega^2 \sin(\omega t).$$

Из-за наличия пружины с коэффициентом упругости k_{upr} колебания x_{kat} инерционного элемента будут описываться выражением

$$x_{kat}(t) = x_{kat_0} \sin(\omega t),$$

где x_{kat_0} – максимальное значение амплитуды колебания инерционного элемента.

Тогда перемещение Δl инерционного элемента относительно корпуса

$$\Delta l = w_k - x_{kat}.$$

В каждый момент времени сумма сил, действующих на подвижную часть, равна нулю, тогда дифференциальное уравнение движения инерционного элемента массой M_{in} описывается выражением (рис. 1):

$$M_{in} \frac{d^2 x_{kat}}{dt^2} = k_{upr} \Delta l + h_{dm} \frac{d \Delta l}{dt},$$

где h_{dm} – коэффициент демпфирования.

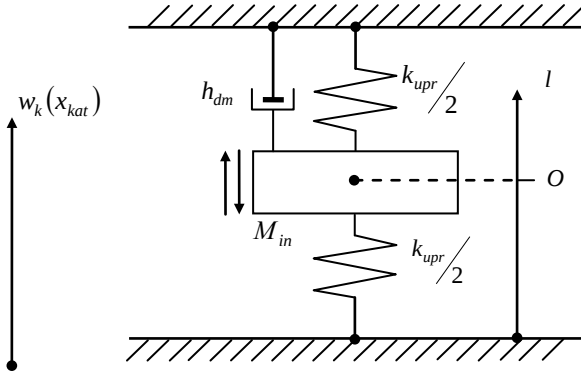


Рис. 1. Схема, поясняющая дифференциальное уравнение движения катушки сейсмоприемника

Так как $x_{kat} = w_k - \Delta l$, то

$$M_{in} \frac{d^2 w_k}{dt^2} - M_{in} \frac{d^2 \Delta l}{dt^2} = k_{upr} \Delta l + h_{dm} \frac{d \Delta l}{dt}. \quad (1)$$

Преобразовав выражение (1), получим

$$\begin{aligned} M_{in} \frac{d^2 \Delta l}{dt^2} + h_{dm} \frac{d \Delta l}{dt} + k_{upr} \Delta l = \\ = -M_{in} w_{k_0} \omega^2 \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (2)$$

Найдем решение (2) в виде

$$\Delta l = \Delta l_0 \sin(\omega t - \psi_{in}), \quad (3)$$

где Δl_0 – максимальное значение колебания инерционного элемента относительно корпуса; ψ_{in} – начальная фаза колебания инерционного элемента относительно корпуса.

Представим выражение (3) в комплексной форме записи [6]

$$\dot{\Delta l} = \Delta l_0 \exp(j(\omega t - \psi_{in})).$$

Так как

$$\frac{d^2 \dot{\Delta l}}{dt^2} = -\omega^2 \Delta l_0 \exp(j(\omega t - \psi_{in})) = -\omega^2 \dot{\Delta l}; \quad (4)$$

$$\frac{d \dot{\Delta l}}{dt} = j \omega \Delta l_0 \exp(j(\omega t - \psi_{in})) = j \omega \dot{\Delta l}; \quad (5)$$

$$\dot{w}_k = w_{k_0} \exp(j \omega t), \quad (6)$$

то, подставляя (4)–(6) в дифференциальное уравнение (2), получим

$$M_{in} \omega^2 \dot{\Delta l} + j h_{dm} \omega \dot{\Delta l} + k_{upr} \dot{\Delta l} = -M_{in} \dot{w}_k \omega^2. \quad (7)$$

Решая (7) относительно $\dot{\Delta l}$, имеем

$$\dot{\Delta l} = -\frac{M_{in} \dot{w}_k \omega^2}{(k_{upr} - M_{in} \omega^2) + j h_{dm} \omega}.$$

Таким образом:

$$\Delta l_0 = -\frac{M_{in} w_{k_0} \omega^2}{\sqrt{(k_{upr} - M_{in} \omega^2)^2 + h_{dm}^2 \omega^2}}; \quad (8)$$

$$\operatorname{tg}(\psi_{in}) = \frac{h_{dm} \omega}{k_{upr} - M_{in} \omega^2}. \quad (9)$$

Введем обозначение отношения частоты вынужденных колебаний к частоте собственных колебаний инерционного элемента [7]

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (10)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{upr}}{M_{in}}}$ – собственная частота колебаний инерционного элемента.

Подставляя в (8) и (9) вместо ω выражение

$$\omega = \eta \sqrt{\frac{k_{upr}}{M_{in}}}, \text{ получим}$$

$$\Delta l_0 = -\frac{M_{in} w_{k_0} \eta^2 \frac{k_{upr}}{M_{in}}}{\sqrt{\left(k_{upr} - M_{in} \eta^2 \frac{k_{upr}}{M_{in}}\right)^2 + h_{dm}^2 \eta^2 \frac{k_{upr}}{M_{in}}}}. \quad (11)$$

После сокращения на M_{in} и k_{upr} выражение (11) примет вид

$$\Delta l_0 = -\frac{w_{k_0} \eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + \left(\frac{h_{dm} \eta}{\sqrt{M_{in} k_{upr}}}\right)^2}}.$$

Так как коэффициент затухания вынужденных колебаний находится согласно [7]

$\beta_{zat} = \frac{h_{dm}}{2\sqrt{M_{in}k_{upr}}}$, получим окончательное выражение для Δl_0

$$\Delta l_0 = -\frac{w_{k_0} \eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta\beta_{zat})^2}}. \quad (12)$$

После аналогичных преобразований (9) примет вид

$$\operatorname{tg}(\psi_{in}) = \frac{2\eta\beta_{zat}}{1-\eta^2}. \quad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в (3), получим

$$\Delta l = -\frac{w_{k_0} \eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta\beta_{zat})^2}} \times \sin\left(\omega t - \arctg \frac{2\eta\beta_{zat}}{1-\eta^2}\right). \quad (14)$$

Полученное выражение (14) аналогично выражению (14.3), приведенному в [7].

Так как регистрируемой величиной является амплитуда колебаний сейсмической волны w_k , отношение (10) должно быть выбрано таким образом, чтобы множитель перед синусом в (14) был близок к единице. Поэтому необходимо выбрать $\eta \gg 1$ или $\omega_0 \ll \omega$, тогда

$$\Delta l = -w_{k_0} \sin(\omega t).$$

В этом случае инерционный элемент практически остается неподвижным в пространстве ($x_{kat} = 0$), а взаимное перемещение Δl инерционного элемента относительно корпуса сейсмоприемника равно амплитуде колебаний сейсмической волны.

В сейсмоприемнике ПС-75 «Герб» частота собственных колебаний равна единицам Гц, а частота преобладающей поверхностной сейсмической волны Рэлея, вызванной движением наземных целей, находится в пределах 40–100 Гц [8, 9]. Таким образом, инерционный элемент колеблется относительно корпуса по закону сейсмической волны.

Выражение, описывающее изменение скорости движения корпуса относительно катушки, имеет вид

$$v_k(t) = v_{k_{max}} \cos(\omega t),$$

где $v_{k_{max}}$ – максимальное значение скорости движения корпуса относительно катушки.

Смещение корпуса относительно катушки достигает максимального значения за время $t_k = T_v / 4$, где T_v – период преобладающих колебаний сейсмической волны.

Так как путь, пройденный телом при неравномерном движении, равен интегралу от функции скорости, $v_{k_{max}}$ можно рассчитать по формуле

$$v_{k_{max}} = \frac{w_{k_0}}{T_v / 4} = \frac{w_{k_0}}{\int_0^{T_v/4} \sin(2\pi f t) dt}.$$

Демпфером в сейсмоприемнике является каркас катушки, в котором наводится поверхностный ток Фуко. Электродвижущая сила в каркасе, вызывающая ток при продольных колебаниях каркаса в магнитном поле постоянно-го магнита, находится по формуле [10]:

$$\varepsilon_{кар}(t) = -2\pi R B_{mg} v_k(t),$$

где R – внутренний радиус каркаса катушки.

Сопротивление каркаса, который принимается за виток, составляет:

$$r_{кар} = \frac{2\pi R \rho_a}{l_{кар} \delta},$$

где $l_{кар}$ – высота каркаса; δ – толщина каркаса; ρ_a – удельное сопротивление материала каркаса.

Ток в каркасе рассчитывается по формуле

$$i_{кар}(t) = \frac{\varepsilon_{кар}(t)}{r_{кар}} = -\frac{l_{кар} B_{mg} \delta}{\rho_a} v_k(t).$$

Взаимодействуя с полем магнита, ток $i_{кар}$ вызывает силу сопротивления

$$F_{сопр}(t) = B_{mg} l_{кар} i_{кар}(t) = -\frac{2\pi R \delta}{\rho_a} B_{mg}^2 l_{кар} v_k(t). \quad (15)$$

Множитель перед $v_k(t)$ в (15) является коэффициентом демпфирования [7]

$$h_{dm} = \frac{2\pi R \delta}{\rho_a} B_{mg}^2 l_{кар}.$$

Затухание, вносимое обмоткой, при включении сейсмоприемника на большое сопротивление обычно незначительно.

Переходный процесс установления вынужденных колебаний инерционного элемента сейсмоприемника протекает по закону $(1 - e^{-\beta_{\text{зат}} t})$ [7] и тем быстрее, чем больше сила сопротивления. Кроме того, после прекращения действия внешней силы затухание вынужденных колебаний описывается выражением $e^{-\beta_{\text{зат}} t}$. С учетом переходных процессов огибающая ЭДС на выходе сейсмоприемника примет вид:

$$\varepsilon_g(t) = \begin{cases} (1 - e^{-\beta_{\text{зат}} t}) & \text{— возникновение внешнего} \\ & \text{воздействия;} \\ 1 & \text{— установившиеся колебания;} \\ e^{-\beta_{\text{зат}} t} & \text{— прекращение внешнего} \\ & \text{воздействия.} \end{cases}$$

Тогда формулу для расчета ЭДС на выходе сейсмоприемника запишем в следующем виде:

$$\varepsilon(t) = -2\pi R_s N_k B_{mg} v_k(t) \varepsilon_g(t).$$

На рис. 2 изображена сейсмограмма одного шага движущегося человека.

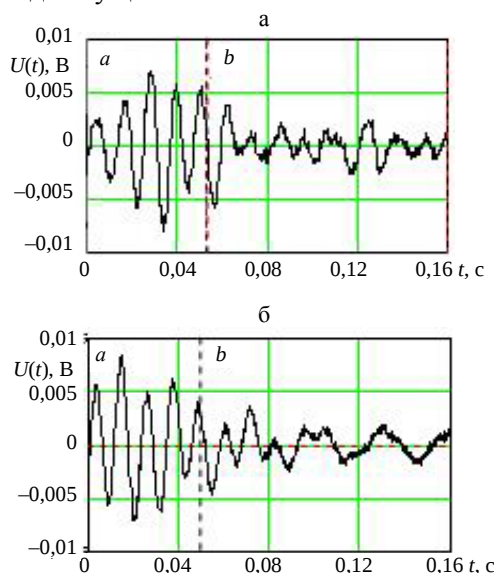


Рис. 2. Сейсмограмма одного шага человека: а – расчетный полезный сигнал с помехой; б – экспериментальный полезный сигнал с помехой

Данная сейсмограмма получена путем расчета с применением методики, изложенной выше (рис. 2а), при следующих условиях:

$w_{0R} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ м; $f = 70$ Гц; $B_{mg} = 1,1$ Тл;
 $R_s = 8,8 \cdot 10^{-3}$ м; $l_{\text{кар}} = 18,8 \cdot 10^{-3}$ м; $\delta = 1,5 \times 10^{-4}$ м;
 $\rho_a = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м; $N_k = 4,261 \cdot 10^3$;
 $m_{\text{кар}} = 5 \cdot 10^{-3}$ кг и экспериментальным путем (рис. 2б).

ВЫВОД

Анализ результатов моделирования и экспериментальных исследований показал, что предложенная методика расчета ЭДС, наводимой в сейсмоприемнике, позволяет адекватно моделировать сигналы на выходе сейсмоприемника индукционного типа, что может быть полезно при математическом моделировании сейсмограмм движения наземных целей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **О направлениях** строительства и развития ПВ РБ до 2000 года и дальнейшему совершенствованию охраны Государственной границы РБ: материалы науч.-практ. конф., Минск 1999 г. / ГКПВ РБ Управление охраны Государственной границы штаба. – Минск, 1999. – 127 с.
2. **Арутюнов, В. О.** Электрические измерительные приборы и измерения / В. О. Арутюнов. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 673 с.
3. **Саваренский, Е. Ф.** Элементы сейсмологии и сейсмометрии / Е. Ф. Саваренский, Д. П. Кириос. – М.: Госгеотехиздат, 1965. – 543 с.
4. **Гурвич, И. И.** Сейсмическая разведка / И. И. Гурвич, Г. Н. Боганик. – М.: Недра, 1980. – 551 с.
5. **Горелик, Г. С.** Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику: учеб. пособие / Г. С. Горелик; под ред. С. М. Рытова. – М.: Физматгиз, 1959. – 572 с.
6. **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
7. **Иориш, Ю. И.** Виброметрия. Измерение вибраций и ударов. Общая теория, методы и приборы / Ю. И. Иориш. – М.: Госнаучтехиздат, 1963. – 771 с.
8. **Динамические** характеристики сейсмических волн в реальных средах / И. С. Берзон [и др.]; под общ. ред. И. С. Берзон. – М.: Изд-во Академии наук СССР, 1962. – 511 с.
9. **Берзон, И. С.** Об изменении преобладающих частот сейсмических волн при увеличении расстояния от источника колебаний / И. С. Берзон // Известия АН СССР. Сер. Геофизика. – 1956. – № 1. – С. 3–22.
10. **Гамбурцев, Г. А.** К теории электромагнитного затухания в индукционных сейсмографах / Г. А. Гамбурцев // Известия АН СССР. Сер. географическая и геофизическая. – 1939. – № 1. – С. 31–34.

Поступила 12.12.2007