

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА, УДАЛЯЕМОГО ИЗ ЗАГОТОВКИ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ ВПАДИНЫ МЕЖДУ ДВУМЯ ЗУБЬЯМИ САТЕЛЛИТА ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНОГО РЕДУКТОРА

*Канд. техн. наук ЯНКЕВИЧ Н. Г., асп. ЯНКЕВИЧ Е. Н.*

*Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси*

Повышение конкурентоспособности выпускаемой продукции – одна из приоритетных задач современного машиностроения. В связи с этим все более очевидны тенденции повышения технологического уровня производства, рост его насыщенности новыми наукоемкими прогрессивными технологиями. При этом важным инструментом в практических исследованиях и разработках становятся методы фундаментальных исследований.

Все эти тенденции четко прослеживаются при производстве высокоточных передаточных механизмов, таких как планетарно-цевочные редукторы.

Качество и точность изготовления сателлитов в значительной степени определяют как работоспособность, эксплуатационные характеристики самих редукторов, так и конкурентоспособность изделий, в которых они используются.

Традиционная технология изготовления сателлитов включает в себя следующие операции: предварительную лезвийную обработку (зубодолблением или зубофрезерованием), термическую обработку и чистовое шлифование. При этом в ходе предварительного формообразования сателлита зачастую используются устройства со сложной кинематической цепью, погрешность исполнения элементов которых приводит к снижению точности изготовления самого сателлита. Это и обуславливает необходимость усовершенствования технологии производства.

В последнее время широкое применение нашла технология формообразования сателлита глубинным шлифованием. Данный метод характеризуется простой кинематикой рабочих движений (рис. 1), реализуемой в повышенной жесткости конструкций в станках, что позволяет значительно увеличить точность профилирования сателлитов. Однако на данный момент недостаточно разработаны теоретические основы данного метода применительно к производству деталей с трохоидным профилем (в частности, сателлитов планетарно-цевочных редукторов).

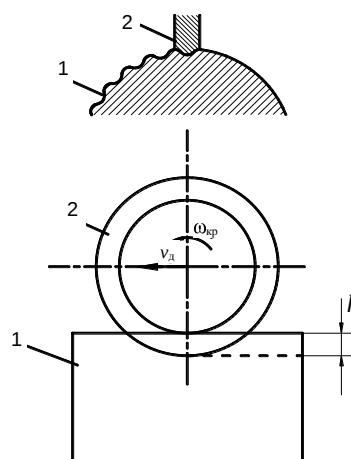


Рис. 1. Формообразование сателлита методом глубинного шлифования: 1 – сателлит; 2 – шлифовальный круг;  $\omega_{кр}$  – угловая скорость вращения шлифовального круга;  $v_d$  – скорость продольного перемещения суппорта;  $h$  – глубина шлифования

Формообразование сателлита методом профильного глубинного шлифования характери-

зуется интенсивным теплообразованием в зоне обработки с нагревом до температур плавления обрабатываемого материала. Сочетание высоких температур и скоростей нагрева с последующим быстрым охлаждением создает предпосылки для структурно-фазовых превращений в поверхностном слое обрабатываемого материала и, как следствие, обуславливает возможное появление дефектов шлифовочного характера – прижогов, микротрещин, сколов и др.

Одной из наиболее важных величин при формообразовании зубчатых колес является площадь сечения материала  $S_c$ , удаляемого инструментом при формообразовании впадины между двумя зубьями за один проход. От  $S_c$  зависит сопротивление резанию, которое пропорционально площади сечения срезаемого слоя, и соответственно интенсивность термодинамической напряженности в зоне шлифования.

В данной статье предложены соотношения для расчета площади сечения материала  $S_c$ , удаляемого из заготовки при формообразовании впадины между двумя зубьями сателлита планетарно-цевочного редуктора.

Будем считать, что изначальный диаметр заготовки совпадает с диаметром вершин зубьев сателлита. Тогда (рис. 2) площадь сечения впадины, удаляемой при формообразовании сателлита за один проход  $S^*$ , представляет собой удвоенную разность между площадью  $S_c$  сектора СВМ и площадью соответствующего криволинейного сектора  $S_{кр.с}$ .

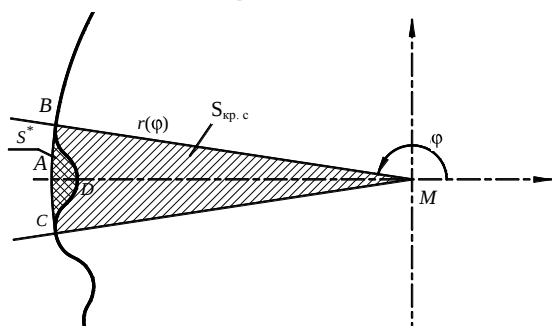


Рис. 2. Определение площади сечения впадины, удаляемой при формообразовании сателлита за один проход

Площадь сектора определяется по формуле

$$S_c = \frac{\pi}{2z} r + e - r_{ц}^2, \quad (1)$$

где  $z$  – количество зубьев сателлита;  $r$  – радиус цевочного колеса;  $e$  – эксцентриситет;  $r_{ц}$  – ра-

диус цевки.

Согласно [1], если известны полярные уравнения кривой, то площадь соответствующего криволинейного сектора определяется по формуле

$$S_{кр.с} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2 d\varphi. \quad (2)$$

Если в (2) перейти от полярных к декартовым координатам, которые в свою очередь зависят от некоторого параметра  $\alpha$ , получим соотношение

$$S_{кр.с} = \frac{1}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (x' y' - y x') d\alpha. \quad (3)$$

Теоретический профиль сателлита задается уравнениями:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \alpha + e \cos z + 1 - r_{ц} \cos \gamma + \alpha; \\ y &= r \sin \alpha + e \sin z + 1 - r_{ц} \sin \gamma + \alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha$  – параметр;  $\gamma$  – угол зацепления, который определяется следующим образом:

$$\gamma = \arctg \frac{\sin z\alpha}{\frac{1}{m} + \cos z\alpha}, \quad (5)$$

где  $m$  – коэффициент укорочения эпитрохоиды, который вычисляется по формуле

$$m = \frac{e z + 1}{r}. \quad (6)$$

Для участка профиля (рис. 2), соответствующего половине впадины между вершинами зубьев, параметр  $\alpha$  будет изменяться в пределах  $[\pi - \pi/z, \pi]$ . Подставив уравнения (4) в (3) и проинтегрировав в указанных пределах, с учетом указанных выше замечаний получаем, что площадь сечения материала, удаляемого при формообразовании впадины сателлита, определяется по формуле

$$S^* = \frac{2\pi}{z} \left( re - rr_4 - r_4 e - \frac{e^2 z}{2} \right) +$$

$$+ 2rr_4 \left( \int_{\pi-\frac{\pi}{z}}^{\pi} \cos \gamma d\alpha + m \int_{\pi-\frac{\pi}{z}}^{\pi} \cos z\alpha - \gamma d\alpha \right). \quad (7)$$

В результате тригонометрических преобразований с учетом (5) можно получить:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{1 + m \cos z\alpha}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos z\alpha}}; \\ \sin \gamma &= \frac{m \sin z\alpha}{\sqrt{1 + m^2 + 2m \cos z\alpha}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда выражение (7) примет вид

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{2\pi}{z} \left( re - rr_4 - r_4 e - \frac{e^2 z}{2} \right) + \\ &+ 2rr_4 \int_{\pi-\frac{\pi}{z}}^{\pi} \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos z\alpha} d\alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Посредством тригонометрических преобразований интеграл в правой части соотношения (9) может быть приведен к разности

$$\begin{aligned} &\int_{\pi-\frac{\pi}{z}}^{\pi} \sqrt{1 + m^2 + 2m \cos z\alpha} d\alpha = \\ &= \frac{2}{z} \frac{m+1}{m+1} \left( E_2 \left( \frac{\pi z}{2}, \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right) - E_2 \left( \frac{\pi z-1}{2}, \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $E_2(\varphi, k)$  – неполный эллиптический интеграл 2-го рода в форме Лежандра [2],

$$E_2 \varphi, k = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta.$$

Согласно [3] для неполных эллиптических интегралов выполняется соотношение

$$E \pi n \pm \varphi, k = 2nE k \pm E \varphi, k, \quad (11)$$

где  $E k = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$  – полный эллиптический интеграл.

Рассмотрим разность неполных эллиптических интегралов в (10). Пусть у спутника – четное число зубьев, т. е.  $z = 2n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ), тогда с учетом (11) получаем

$$E_2 \left( \frac{\pi z}{2}, k \right) - E_2 \left( \frac{\pi z-1}{2}, k \right) =$$

$$= E_2 \pi n, k - E_2 \left( \pi n - \frac{\pi}{2}, k \right) = E k. \quad (12)$$

Пусть у спутника – нечетное число зубьев, т. е.  $z = 2n + 1$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ). Тогда

$$\begin{aligned} &E_2 \left( \frac{\pi z}{2}, k \right) - E_2 \left( \frac{\pi z-1}{2}, k \right) = \\ &= E_2 \left( \pi n + \frac{\pi}{2}, k \right) - E_2 \pi n, k = E k. \end{aligned} \quad (13)$$

Преобразовав соотношение (10) с учетом (12), (13) и подставив результат в (9), получаем, что площадь сечения материала, удаляемого при профилировании впадины между двумя зубьями за один проход, определяется по формуле

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{2\pi}{z} \left( re - rr_4 - r_4 e - \frac{e^2 z}{2} \right) + \\ &+ \frac{4rr_4}{z} \frac{m+1}{m+1} E \left( \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Для вычисления значения эллиптического интеграла в соотношении (14) могут быть использованы стандартные пакеты прикладных программ, такие как Mathematica, MathLab и др. В частности, в базовом модуле пакета Mathematica для вычисления эллиптических интегралов предусмотрена функция EllipticE, параметры которой для рассматриваемой задачи примут вид

$$\text{EllipticE} \left[ \frac{4 * m}{m+1} \right].$$

Также можно разложить эллиптический интеграл в ряд по ортогональным многочленам (например, Чебышева – Лягерра согласно соотношениям, приведенным в [4]) или воспользоваться уже существующими разложениями [3]. На практике достаточно удобно представление эллиптического интеграла из соотношения (14) в виде

$$\begin{aligned} E \left( \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right) &= \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{2^2} \left( \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right)^2 - \frac{1^2 \cdot 3}{2^2 \cdot 4^2} \left( \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right)^4 - \dots \right. \\ &\left. \dots - \left[ \frac{2n-1}{2^n n!} \right]^2 \frac{1}{2n-1} \left( \frac{2\sqrt{m}}{m+1} \right)^{2n} - \dots \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Следует отметить, что для выравнивания контактных напряжений и обеспечения необходимых для сборки зазоров часто производится корректировка исходного теоретического профиля зуба [5]. Так, в [6] предложена методика замены участков трохойдного профиля прямыми линиями и дугами окружности, наиболее близко совпадающими с теоретическим профилем сателлита.

С учетом данного замечания были выполнены исследования для планетарно-цевочного редуктора МПЦЦ 82-G25, который применяется в качестве привода машины, предназначенной для заглаживания бетонных поверхностей в промышленном и гражданском строительстве. Теоретический профиль его сателлита представляет собой эпитрохоиду с параметрами:

- количество зубьев сателлита  $z = 25$ ;
- радиус цевочного колеса  $r = 53,5$  мм;
- эксцентриситет  $e = 1,5$  мм;
- радиус цевки  $r_4 = 4$  мм;
- коэффициент укорочения эпитрохоиды  $m = 0,729$ .

Согласно методике [6] в пакете AutoCAD был построен скорректированный профиль сателлита редуктора МПЦЦ 82-G25. Проведенное измерение средствами пакета AutoCAD показало, что площадь, ограниченная окружностью, проведенной по вершинам зубьев сателлита, и частью профиля, соответствующей впадине между двумя зубьями, составляет  $19,0385 \text{ мм}^2$  (в рассматриваемой постановке задачи она соответствует площади сечения материала, удаляемого инструментом при формообразовании впадины между двумя зубьями сателлита), в то время как согласно (14) площадь сечения  $S^* = 19,055 \text{ мм}^2$ . То есть с учетом корректировки профиля погрешность вычисления по соотношению (14) пренебрежимо мала и составляет  $0,08 \%$ .

Таким образом, полученное соотношение (14) может использоваться для расчета площади сечения материала, удаляемого инструментом при формообразовании впадины между двумя зубьями сателлита планетарно-цевочного редуктора. При этом, если профиль подвергся корректировке, погрешность расчета по соотношению (14) будет пренебрежимо мала.

На основании значения площади сечения материала, удаляемого при формообразовании впадины, задаются параметры режима глубин-

ного шлифования, а также определяется производительность процесса шлифования как произведение площади сечения материала, удаляемого при формообразовании впадины, на скорость перемещения суппорта (рис. 1).

## ВЫВОД

Эффективная реализация процесса профильного глубинного шлифования возможна при обеспечении высокой производительности с минимально возможной сопутствующей температурой нагрева. При этом одной из наиболее важных величин является площадь сечения материала, удаляемого инструментом при формообразовании впадины между двумя зубьями. От данного параметра зависят сопротивление резанию и соответственно интенсивность термодинамической напряженности в зоне шлифования.

Посредством аналитических преобразований, базирующихся на методах математического анализа, получено соотношение для расчета площади сечения материала, удаляемого инструментом при формообразовании впадины между двумя зубьями сателлита планетарно-цевочного редуктора.

Показано, что корректировка теоретического профиля сателлита, осуществляемая для выравнивания контактных напряжений и обеспечения необходимых для сборки зазоров, не оказывает существенного влияния на точность расчета площади сечения удаляемого материала по полученному соотношению.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин, В. А. Основы математического анализа: в 2 т. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М.: Наука, 1971. – Т. 1. – 600 с.
2. Никольский, С. М. Курс математического анализа: в 2 т. / С. М. Никольский. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 432 с.
3. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1963. – 1100 с.
4. Крылов, И. В. Приближенное вычисление интегралов / И. В. Крылов. – М.: Наука, 1967. – 500 с.
5. Янкевич, Н. Г. Формообразование зубьев сателлита циклоидного цевочного зацепления / Н. Г. Янкевич, В. Г. Дяткович // Современные методы проектирования машин. – Минск: БНТУ, 2004. – Вып. 2, т. 5. – С. 96–98.
6. Берестнев, О. В. Исследование цевочного зацепления трохойдной передачи / О. В. Берестнев, Н. Г. Янкевич // Развитие конструкции и производства зубчатых передач: тез. докл. – Свердловск, 1989. – С. 3–4.

Поступила 06.06.2008