

При дальнейших экспериментальных исследованиях деформируемых образцов необходимо для увеличения информативности измерений повысить коэффициент излучения поверхности образца, например ее зачернением, теплоизолировать поверхность образца, а изменение температур в наиболее нагретых зонах параллельно с ИК-термографированием проводить с помощью пленочных и других термопар.

ВЫВОД

Разработана методика исследования процесса зарождения и развития разрушения в деформируемых растяжением элементах арматурных изделий с использованием теплоты механического деформирования, и выполнен термографический анализ работы различных типов арматурных изделий.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Инфракрасное** излучение, возникающее при деформации и разрушении металлов / К. В. Абрамова [и др.] // Журнал технической физики. – 1988. – Вып. 4, т. 58. – С. 817–821.
2. **Экспериментальная механика**: в 2 кн. / под ред. А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – Кн. 2. – 552 с.
3. **Мейз, Дж.** Теория и задачи механики сплошных сред / Дж. Мейз; пер. с англ. под ред. М. Э. Эглит. – М.: Мир, 1974. – 319 с.
4. **Мойсейчик, Е. А.** Определение расчетного сопротивления статически нагруженных элементов стальных конструкций с учетом эффекта термомеханического деформирования материалов / Е. А. Мойсейчик // Механика-99: II Белорусский конгресс по теоретической и прикладной механике, 29–30 июня 1999 г. – Минск: БелНИИС, 1999. – С. 82–88.
5. **Мойсейчик, Е. А.** Энергетическая характеристика разрушения металлических конструктивных материалов / Е. А. Мойсейчик, М. К. Балыкин // Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: теория и практика. – Минск: Технопринт, 2002. – С. 112–117.
6. **Термомеханические** эффекты при деформировании конструктивных материалов: отчет о НИР / Е. А. Мойсейчик [и др.] // № ГР 2001315. – Минск: БНТУ, 2002. – 162 с.

Поступила 07.07.2008

УДК 624.072.21.7

ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЙ ПОДХОД В РЕШЕНИИ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО НЕОДНОРОДНОГО ОСНОВАНИЯ. ПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА*

ЧАСТЬ 2

Докт. техн. наук, проф. БОСАКОВ С. В., КОЗУНОВА О. В.

*Белорусский национально-технический университет,
Белорусский государственный университет транспорта*

Вначале решается задача в линейной постановке. По вычисленным значениям перемещений i -й узловой точки $u_i(x)$, $v_i(y)$ с помощью геометрических уравнений (4) и конечно-разностных соотношений (11) определяются

интенсивность деформаций (3) и интенсивность напряжений в центрах ячеек (2).

Имея значения напряжений и перемещений, полученные в результате решения задачи в первом приближении, определяем касательный

* О к о н ч а н и е. Начало см. «Вестник БНТУ» № 1 с. г.

модуль деформации (5) для каждой ячейки и решаем задачу во втором и последующих приближениях. Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближениями будет соответствовать требуемой точности решения задачи.

Критерием сходимости служит условие, чтобы максимальная поправка δ_f по искомой функции $f(x, y)$ за один обход сетки не превосходила малой величины ξ , зависящей от шага сетки и полной осадки штампа. Для нашей задачи критерий сходимости имеет следующий вид:

$$\delta_f = \frac{f_{\max}^{(n)} - f_{\max}^{(n-1)}}{f_{\max}^{(n)}} \cdot 100 \% \leq \xi = 1 \%, \quad (34)$$

где $f_{\max}^{(n)}$, $f_{\max}^{(n-1)}$ – максимальные значения искомой функции (n) и ($n - 1$) итераций.

Для реализации указанного подхода составлена программа на языке Mathematica 6.0 и проведена ее числовая апробация для двухслойных оснований. В численный счет использовались следующие исходные параметры: 1-й слой основания (песок средней плотности) – $\sigma_{y1} = 0,2$ МПа; $\nu_1 = 0,3$; $E_{01} = 25$ МПа; 2-й слой основания (суглинок) – $\sigma_{y2} = 0,25$ МПа; $\nu_2 = 0,33$; $E_{02} = 30$ МПа; железобетонная плита (бетон марки В15) – $P = 90000$ Н; $l = 1,2$ м; $h = 0,5$ м; $E_6 = 2,35 \cdot 10^{10}$ Па.

На рис. 7–9 приведены результаты расчета осадок основания и плиты, распределение реактивных давлений в контактной зоне плиты и вертикальных напряжений в верхнем слое основания под плитой для первых трех итераций. Из графиков следует, что итерационный процесс сходится быстро, особенно при расчете напряжений: а) результаты 1-й и 2-й итераций расчета вертикальных напряжений практически совпали ($\delta_\sigma = 0,58$ %); б) реактивные напряжения имеют самую малую поправку в критерии сходимости ($\delta_p = 0,18$ %), практически полное совпадение результатов (линейный расчет) и последующих итераций, что отличается от сходимости осадок ($\delta_v = 0,93$ %).

Отметим, что несложно по найденным значениям вертикальных перемещений узловых

точек найти внутренние усилия в сечениях плиты.

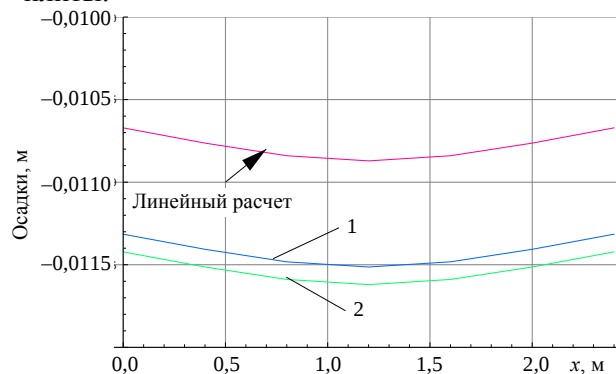


Рис. 7. Осадки основания и плиты в контактной зоне (линейный расчет): 1 – первая итерация; 2 – вторая итерация

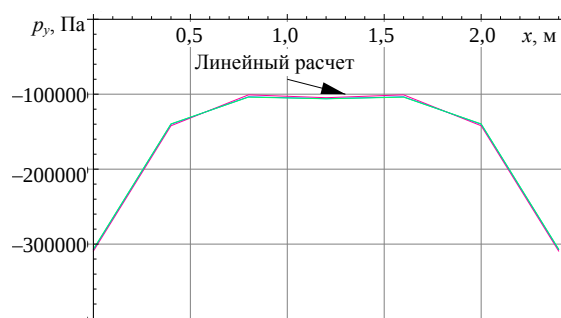


Рис. 8. Эпюра реактивных давлений в контактной зоне (линейный расчет)

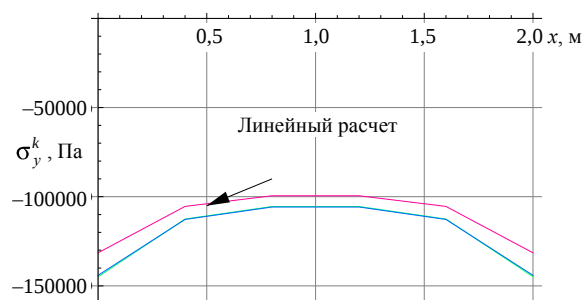


Рис. 9. Эпюра вертикальных напряжений в верхнем слое основания ($h = \Delta y/2$) под подошвой плиты (линейный расчет)

Результаты вычислений внутренних усилий приведены на рис. 10. Эпюра Q_y кососимметрична и достигает максимума под крайними внешними силами, действующими на плиту. Эпюра M_x симметрична и максимальна под средней внешней силой. Вид и характер эпюр

полностью соответствуют результатам теоретических расчетов [1, 2].

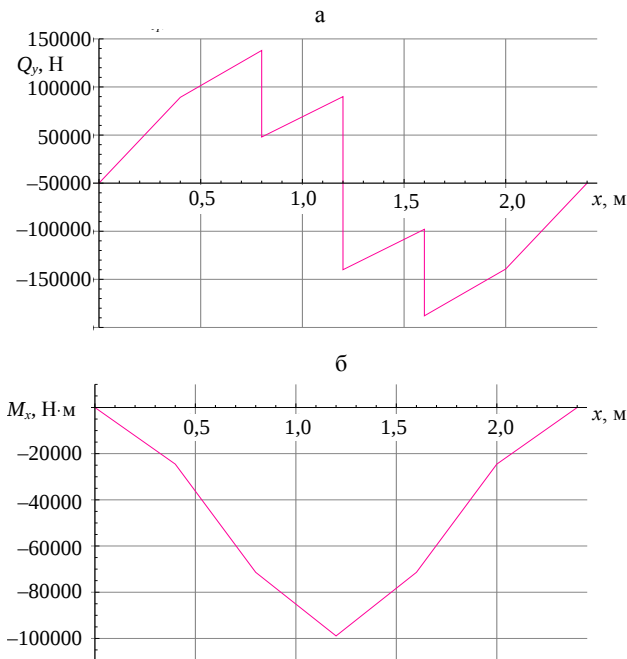


Рис. 10. Эпюры внутренних усилий в сечениях плиты: а – поперечная сила; б – изгибающий момент

На рис. 11 и 12 в сравнении показано распределение вертикальных напряжений (вторая итерация) в верхнем слое основания под плитой по ее ширине на разной глубине основания. С ростом глубины основания максимальные напряжения σ_y^k уменьшаются и опасные сечения в горизонтальном срезе под плитой перераспределяются.

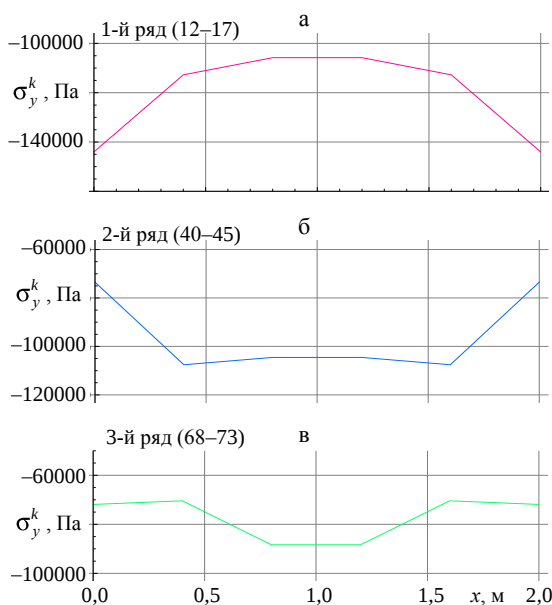


Рис. 11. Эпюры напряжений (вторая итерация) под подошвой плиты на глубине: а) $h = \Delta y/2$; б) $h = 3\Delta y/2$; в) $h = 5\Delta y/2$

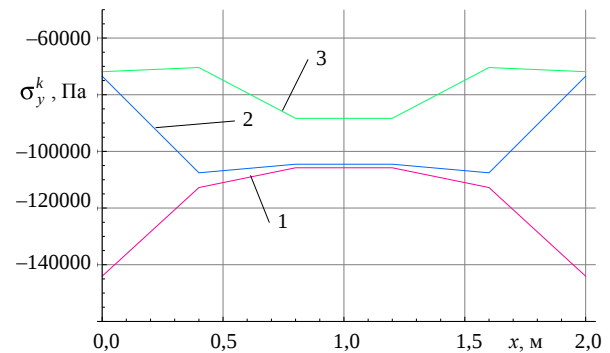


Рис. 12. Объединенная эпюра напряжений под подошвой плиты на глубине: 1 – $h = \Delta y/2$; 2 – $h = 3\Delta y/2$; 3 – $h = 5\Delta y/2$

Распределение вертикальных напряжений (рис. 13) по глубине расчетной области подтверждает то, что с ростом глубины основания значения напряжений уменьшаются. На рис. 13 наблюдается резкое изменение значений напряжений на границе слоев: а) $\sigma_y^{71} = 88339$ Па, $\sigma_y^{99} = 59562$ Па (на 48,8 % по сравнению с аналогичным в упругих слоях); б) 1-й слой $\sigma_y^{43} = 104525$ Па, $\sigma_y^{71} = 88339$ Па (на 18,3 %); в) 2-й слой $\sigma_y^{99} = 59362$ Па, $\sigma_y^{127} = 53144$ Па (на 11,7 %).

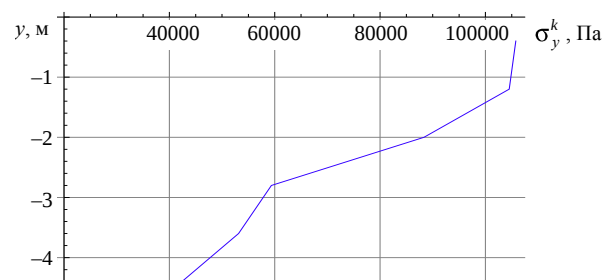


Рис. 13. Эпюра напряжений по глубине расчетной области (вторая итерация): вертикальный срез, $k = 15, 43, 71, 99, 127, 155$

На рис. 14 и 15 в сравнении показано распределение вертикальных напряжений в упругих слоях основания по ширине расчетной области (вторая итерация). С ростом глубины основания происходит трансформация эпюры

вертикальных напряжений от выпуклой вверх (седлообразной) до выпуклой вниз (параболической), что подтверждается экспериментами [2, 3].

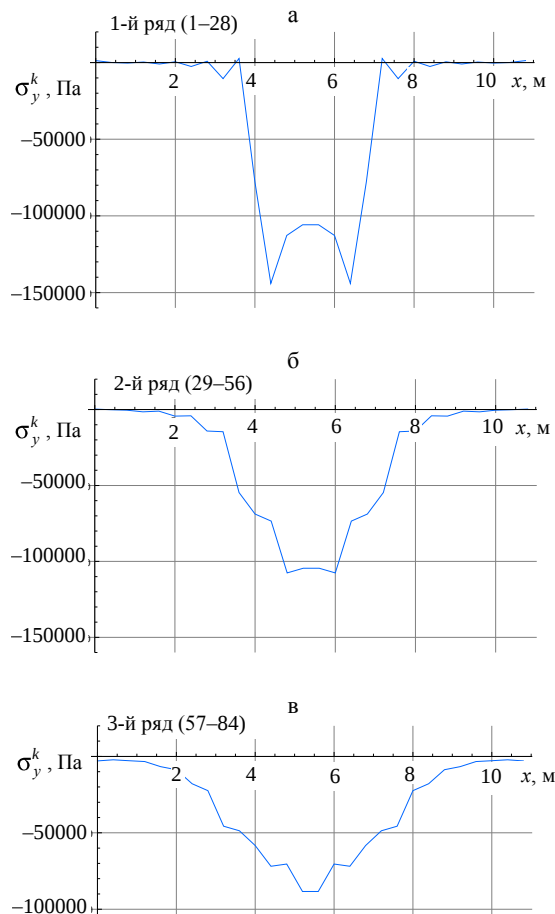


Рис. 14. Эпюры напряжений в верхнем слое основания по ширине расчетной области (вторая итерация) на глубине: а) $h = \Delta y/2$; б) $h = 3\Delta y/2$; в) $h = 5\Delta y/2$

Графики на рис. 12, 13 демонстрируют наличие распределительной способности грунта, т. е. деформации и напряжения возникают не только под нагруженными участками, но и в соседствующих с ними. Эта способность полностью соответствует гипотезе упругого полупространства, подтверждается экспериментами и строительным опытом.

Касательный модуль деформации (рис. 16) по глубине расчетной области уменьшает свои значения в верхнем упругом слое основания и незначительно, но увеличивает в нижнем слое. На границе слоев наблюдается скачок в сторону увеличения в связи исходными зна-

чениями начальных модулей деформаций. В верхнем слое основания итерационный процесс сходится медленнее ($\delta_E = 0,41\%$), чем в нижнем ($\delta_E = 0,02\%$).

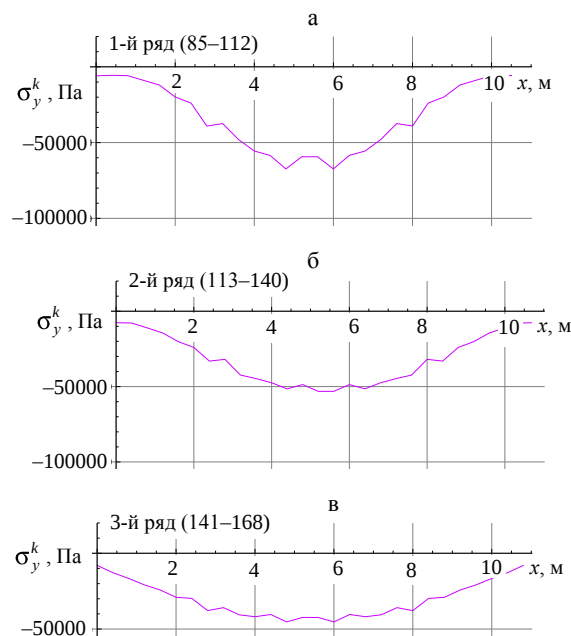


Рис. 15. Эпюры напряжений в нижнем слое основания по ширине расчетной области (вторая итерация) на глубине: а) $h = 7\Delta y/2$; б) $h = 9\Delta y/2$; в) $h = 11\Delta y/2$

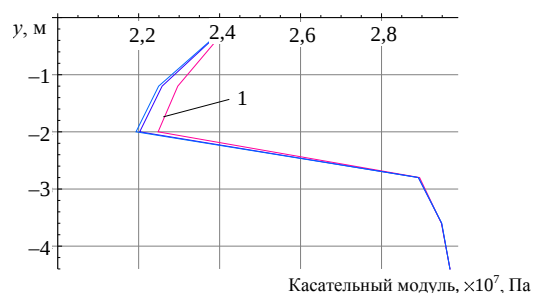


Рис. 16. Касательный модуль деформации (вертикальный срез): 1 – линейный расчет

На рис. 17 построена обратная зависимость между осадками плиты и реактивными давлениями основания, которая объясняется наличием нереально больших краевых давлений и указывает на недостатки модели упругого полупространства.

0,01165
0,01160
0,01155
0,01150
0,01145
0,01140

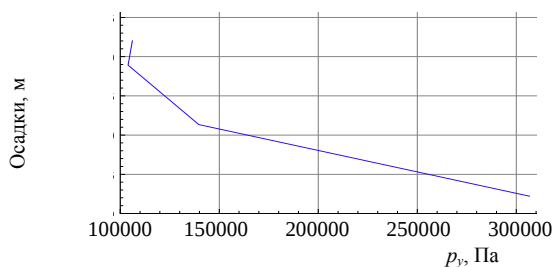


Рис. 17. Зависимость между осадками и реактивными давлениями в контактной зоне основания (вторая итерация)

ВЫВОДЫ

Вычисления показали, что:

- применение вариационного подхода в решении контактной задачи вместе с физическими итерациями по А. А. Ильюшину приводит к быстрой сходимости расчета (максимум – три итерации), особенно в напряжениях;
- на скорость сходимости итерационного процесса влияет правильный выбор модели основания и вида функциональной зависимости между интенсивностями напряжений и деформаций;
- с увеличением глубины упругого слоя основания происходят видоизменение эпюры напряжений и перераспределение опасных сечений в горизонтальных срезах;
- наличие распределительной способности грунта очевидно и неоспоримо, поэтому в инженерных расчетах необходим учет этой спо-

собности, особенно в условиях плотной застройки города;

- характер и вид эпюр внутренних усилий в сечениях линейно-упругой плиты полностью

соответствуют гипотезам и допущениям теории упругости. Наряду с этим в силу нелинейности упругого основания нарушается прямая пропорциональность между напряжениями и деформациями, и возникает не прямая, а обратная нелинейная зависимость. Это объясняется тем, что на краю плиты наблюдается так называемый «краевой эффект»: при меньших осадках – нереально большие напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Симвулиди, И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании / И. А. Симвулиди. – М.: Высш. шк., 1973. – 480 с.
2. Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М.: Стройиздат, 1984. – 679 с.
3. Федоровский, В. Г. Жесткий штамп на нелинейно-деформируемом связном основании (плоская задача) / В. Г. Федоровский, С. Е. Кагановская // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1975. – № 1. – С. 41–44.

Поступила 09.09.2008