

ДЛИНА И ШИРИНА РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИНЫ В БЕТОННОМ ЭЛЕМЕНТЕ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Доктора техн. наук, профессора ЛЕОНОВИЧ С. Н., ПИРАДОВ К. А.

Белорусский национальный технический университет,
Московский государственный открытый университет

Расчет длины усталостной трещины.
Приращение длины трещины в бетонном образце в процессе восприятия им циклической нагрузки определяется с использованием решений механики разрушения [1, 2]

$$\frac{\Delta l_{crc}}{\Delta N} = -\beta \left[\frac{K_{I\max}^2 - K_{I\min}^2}{K_C^2} + \ln \frac{K_C^2 - K_{I\max}^2}{K_C^2 - K_{I\min}^2} \right]. \quad (1)$$

Величины $K_{I\max}$ и $K_{I\min}$ вычисляются при текущих значениях нагрузки и длины трещины. При неизменных $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$ коэффициент интенсивности напряжений $K_{I\max}$ определяется по напряжению $\sigma_{\max}$, а $K_{I\min}$ – по напряжению $\sigma_{\min}$

$$K_{IC} = \frac{2\delta\sqrt{\pi R(1+\sigma_1)}\sqrt{1-(1+\sigma_1)^{-4}}}{(1+(1+\sigma_1)^2)^2}, \quad (2)$$

где $\delta_1 = l_{crc}/R$; l_{crc} – длина трещины, м; R – радиус отверстия, м; σ – действующее по торцам плиты напряжение, МПа.

Если считать, что за один цикл загрузки длина трещины остается неизменной, то можно записать

$$\frac{K_{I\min}^2}{K_{I\max}^2} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \rho. \quad (3)$$

Справедливость этого соотношения хорошо видна из (2): при постоянном значении l_{crc} величина коэффициента интенсивности напряжений прямо пропорциональна действующему напряжению.

С учетом (3) имеем

$$\frac{\Delta l_{crc}}{\Delta N} = -\beta \left[\frac{K_{I\max}^2(1-\rho^2)}{K_C^2} + \ln \frac{K_C^2 \left(1 - \frac{K_{I\max}^2}{K_C^2}\right)}{K_C^2 \left(1 - \rho^2 \frac{K_{I\max}^2}{K_C^2}\right)} \right]. \quad (4)$$

Величина $K_{I\max}$ изменяется с ростом длины трещины. Закон этого изменения легко определить из (2) при подстановке ряда значений l_{crc} и неизменных величинах ρ и R . Характер изменения K_I показан на рис. 1, причем возрастающей ветви графика соответствует неустойчивый рост трещины. Пунктирной линией на рис. 1 показано изменение с ростом длины трещины значений $K_{I\max}/K_C$. Аппроксимируем эту кривую

$$\frac{K_{I\max}}{K_C} = \frac{0,006}{\Delta l_{crc} + l_{crc}^0}, \quad (5)$$

где 0,006 – начальная устойчивая длина трещины, м.

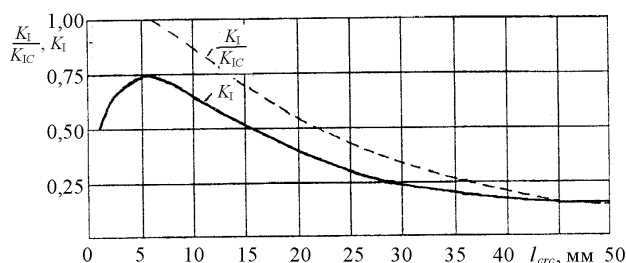


Рис. 1. Изменение K_I и K_I/K_{IC} в зависимости от длины трещины по (2)

После подстановки (5) в (4) имеем

$$\frac{\Delta l_{crc}}{\Delta N} = -\beta \left[\frac{3,6 \cdot 10^{-5}}{\Delta l_{crc} + l_{crc}^0} (1 - \rho^2) + \ln \frac{(\Delta l_{crc} + l_{crc}^0)^2 - 3,6 \cdot 10^{-5}}{(\Delta l_{crc} + l_{crc}^0)^2 - \rho^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-5}} \right]. \quad (6)$$

Величину коэффициента β с учетом [3] запишем

$$\beta = \frac{A_c \pi K_{IC}^2}{R_{bt}^2}, \quad (7)$$

где A_c – коэффициент.

Величина A_c определялась из (6) при подстановке опытных значений Δl_{crc} и l_{crc}^0 . На основании анализа размерностей (A_c обратно пропорциональна количеству циклов нагружения), окончательно для коэффициента A_c имеем

$$A_c = \frac{785 \sigma_{\max} / R_b}{\Delta N + N_{cr}^0}, \quad (8)$$

где 785 – константа, определенная по (6); N_{cr}^0 – начальное критическое число циклов нагружения, $N_{cr}^0 = 50000$.

После подстановки (7) и (8) в (6) получим трансцендентное уравнение для определения приращения длины трещины, развивающейся в процессе циклической нагрузки:

$$\Delta l_{crc} (l_{crc}^0 + \Delta l_{crc})^2 = \frac{785 \sigma_{\max} \pi K_{IC}^2 \Delta N}{R_b R_{bt} (\Delta N + N_{cr}^0)} \times \left[3,6 \cdot 10^{-5} (1 - \rho^2) (l_{crc}^0 + \Delta l_{crc})^2 \times \ln \frac{(l_{crc}^0 + \Delta l_{crc})^2 - 3,6 \cdot 10^{-5}}{(l_{crc}^0 + \Delta l_{crc})^2 - \rho^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-5}} \right]. \quad (9)$$

Решить уравнения (9) относительно Δl_{crc} возможно численными методами на ЭВМ.

Из анализа данных следует, что рассчитанные по (9) значения приращения длины трещин в процессе восприятия циклической нагрузки мало отличаются от зафиксированных в опытах. Несколько лучшее соответствие наблюдается для максимально развивающейся трещины, что в практических расчетах обеспечит

получение с большей степенью надежности длины, а следовательно, и области необходимого армирования конструкций.

Необходимо отметить, что при подсчетах величины Δl_{crc} значение l_{crc}^0 принималось для каждого образца по опытной начальной длине, для которой по действующему напряжению $\sigma_{\max}$ определялось значение K_{IC} , за исключением случаев, когда образцы имели начальные трещины.

Как следует из рис. 2, на котором приведено приращение длины трещины в процессе восприятия циклической нагрузки, зависимость может быть построена по аналогии с теорией старения

$$\Delta l_{crc}(N) = \Delta l_{crc}(\infty) (1 - e^{-\alpha N}), \quad (10)$$

где α – численный коэффициент, характеризующий скорость роста усталостной трещины.

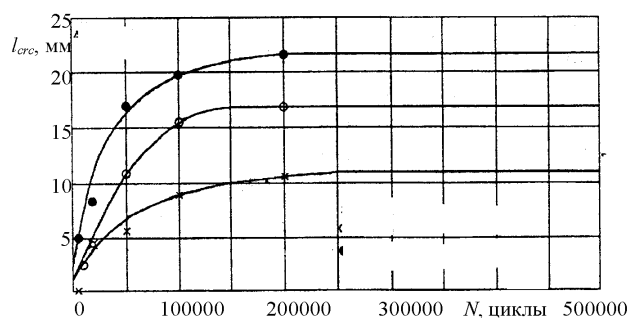


Рис. 2. Приращение длины трещины с ростом количества циклов нагружения: $\times$ – ТЦ-1 (нижняя трещина); $\circ$ – Кц-2 (нижняя трещина); $\bullet$ – ОЦ-1 (верхняя трещина)

Такая зависимость представляется правомерной, так как многими исследователями установлена схожесть кривых деформирования при длительном и циклическом нагружениях, что позволяет нам построить для них однотипные зависимости.

В (10) два неизвестных: $\Delta l_{crc}(\infty)$ и коэффициент α . Их значения определяются из опытных данных о развитии трещин. На основании определенного таким образом ряда значений α установлено, что доминирующее влияние на его величину оказывает характеристика цикла ρ , поэтому для α была установлена зависимость

$$\alpha = 5\rho \cdot 10^{-5}. \quad (11)$$

Для определения значения $\Delta l_{crc}(\infty)$ на основании экспериментальных данных выполнен

трехфакторный корреляционный анализ величины $\Delta l_{crc}(\infty)/l_{crc}^0$, в котором в качестве факторов влияния приняты σ_{max}/R_b , ρ и K_{IC} . Для конечного относительного приращения длины усталостной трещины получено следующее уравнение регрессии:

$$\frac{\Delta l(\infty)}{l_{crc}^0} = 1,1 + 0,64 \frac{\sigma_{max}}{R_b} - 0,36\rho - 0,12K_{IC}. \quad (12)$$

Сводный коэффициент корреляции $R = 0,8156$, что обосновывает достаточно высокую сходимость.

После подстановки (12) в (10) окончательно имеем

$$\Delta l(N) = l_{crc}^0 \left(1,1 + 0,64 \frac{\sigma_{max}}{R_b} - 0,36\rho - 0,12K_{IC} \right) \times \left(1 - e^{-5 \cdot 10^{-5} \rho N} \right). \quad (13)$$

Произведены расчет приращений длины трещин по (13) и их сопоставление с опытными результатами. Сопоставление выполнено и по опытными значениям l_{crc}^0 , и по определенным по формуле (2). Из анализа данных [3] следует, что наблюдается достаточно хорошее соответствие между опытными и полученными по (13) величинами Δl . В большинстве случаев теоретические значения выше экспериментальных, так что (13) ограничивает сверху приращение длины усталостной трещины.

При отсутствии экспериментальных данных о прочности и трещиностойкости бетона расчет длины трещины ведется в следующей последовательности:

- для заданного состава бетона определяют соответственно K_{IC} , R_{bt} , E_b . В случае устойчивого роста трещины величина K_{IC} умножается на коэффициент 1,2;
- по величине K_{IC} рассчитывается теоретическое значение начального раскрытия трещины;
- по заданным ΔN , ρ , σ_{max} из (9) или (13) определяется приращение длины усталостной трещины;
- полная длина усталостной трещины l_{crc} вычисляется по значению l_{crc}^0 и рассчитанному приращению Δl_{crc} .

Изменение ширины раскрытия трещины в процессе восприятия циклической нагрузки. Изменение ширины раскрытия трещин при восприятии бетонным элементом циклической нагрузки определяется следующим образом:

$$a_{crc}(N) = [1 + E_b(N_0)D(N)] a_{crc}^0, \quad (14)$$

где $D(N)$ – мера виброползучести бетона, равная деформации виброползучести, отнесенной к максимальному действующему напряжению:

$$D(N) = \frac{\varepsilon(N)}{\sigma_{max}}. \quad (15)$$

Изменение меры виброползучести исследованных бетонов по показаниям компараторов в виде отдельных точек приведено на рис. 3, 4. Там же представлены аппроксимирующие зависимости деформаций виброползучести

$$D(N) = D(\infty)(1 - e^{-\theta N}), \quad (16)$$

где θ – численный коэффициент, характеризующий скорость нарастания деформаций виброползучести.

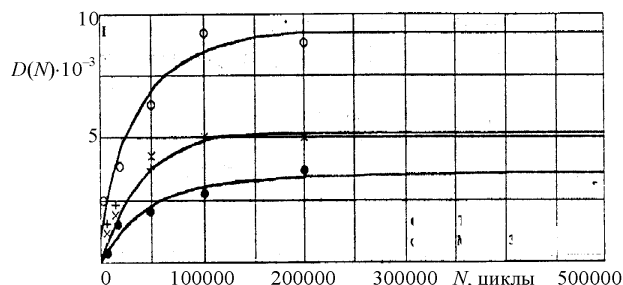


Рис. 3. Изменение деформации тяжелого и мелкозернистого бетонов в процессе восприятия циклической нагрузки: ● – ТЦ-2; ○, ×, + – МЗЦ-1, 2, 3

В формуле (16), выведенной по аналогии с зависимостью для определения текущего значения меры ползучести по теории старения, два неизвестных параметра – $D(\infty)$ и θ , которые при построении деформаций виброползучести определялись для каждого загруженного образца. Из рис. 3, 4 видно, что меры виброползучести для бетонов на заполнителях – шлаке, керамзите и гравийном щебне ($d < 10$ мм) при величине характеристики цикла 0,3 превосходят соответствующие значения при $\rho = 0,5$. Исключение составляет бетон на шлаке, для кото-

рого получена расчетная зависимость деформаций виброползучести, не зависящая от характеристики цикла. Это, вероятно, связано с низким уровнем нагружения образца.

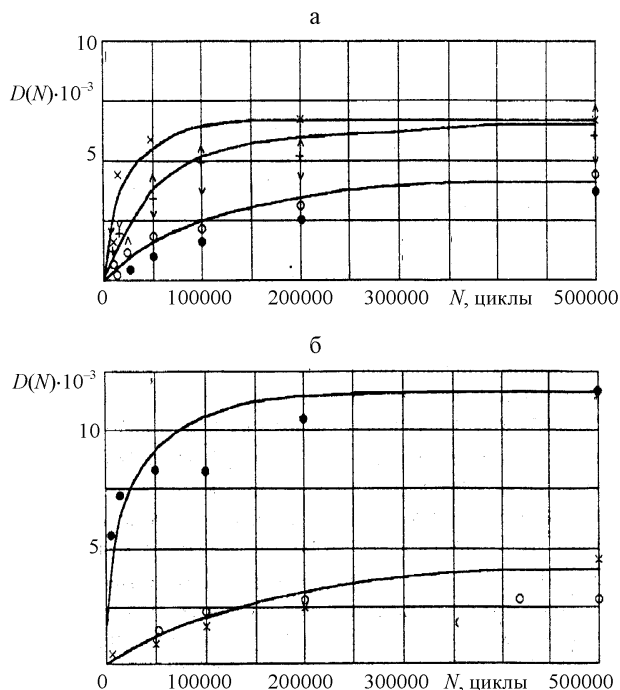


Рис. 4. Изменение деформаций легкого бетона в процессе восприятия циклической нагрузки: а – +, ^, v – СЦ-1, 2, 3; ●, ○, × – КЦ-1, 2, 3; б – ●, ○, × – ОЦ-1, 2, 3

Расчет ширины раскрытия трещин по (14) проводился по значениям меры виброползучести, определенной как по кривым виброползучести, так и по деформациям, измеренным компараторами.

Выполнено сопоставление подсчитанных по (14) значений $a_{crc}(N)$ с полученными из опыта.

Отметим, что за величину a_{crc}^0 при расчетах принималось опытное начальное раскрытие трещины, причем максимальное из двух значений (выше и ниже отверстия).

Анализ данных [3] показывает, что наблюдается достаточно хорошее соответствие между экспериментальными данными и результатами, рассчитанными по (14), что свидетельствует о приемлемости использования формулы для расчета ширины раскрытия трещины в процессе восприятия циклической нагрузки.

Начальную ширину раскрытия трещин можно определить теоретически. В случае отсутствия экспериментальных данных по виброползучести бетона при проектировании порядок расчета ширины трещины при действии циклической нагрузки следующий:

- по заданному составу бетона определяется величина призмочной прочности;
- текущие значения меры виброползучести вычисляются по (16); при этом величина $D(\infty)$ рассчитывается по формуле

$$D(\infty) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{56}{R_b} - 0,63 \right) \cdot 10^{-5}; \quad (17)$$

численный коэффициент θ определяется следующим образом:

$$\theta = 5\rho \cdot 10^{-5}; \quad (18)$$

- находим начальную ширину раскрытия трещины для нагрузки σ_{max} ;
- вычисляем начальный модуль упругости $E(N_0)$ для заданного состава бетона;
- по формуле (14) определяем текущее значение ширины раскрытия трещины после восприятия N циклов нагружения.

ВЫВОД

Разработаны алгоритмы для расчета длины и ширины раскрытия трещины в бетонном элементе при циклическом нагружении. Установлено хорошее соответствие между экспериментальными данными и результатами расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панасюк, В. В. Основы механики разрушения материалов: справ. пособие / В. В. Панасюк, А. Е. Андрейкив, В. З. Партон. – Киев: Навук. думка, 1988. – Т. 1. – 487 с.
2. Черепанов, Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
3. Гузеев, Е. А. Механика разрушения бетона: вопросы теории и практики / Е. А. Гузеев, С. Н. Леонович, К. А. Пирадов // Брест: БПИ, 1999. – 217 с.

Поступила 19.10.2009