

1. **Системы** управления дизельными двигателями: пер. с нем. / Robert Bosch GmbH. – М.: «КЖИ «За рулем», 2004. – 480 с.
2. **Вибрация.** Термины и определения: ГОСТ 24346–80. – Введ. 31.07.1980. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 1992. – 32 с.
3. **Гольдин, А. С.** Вибрация роторных машин / А. С. Гольдин. – М.: Машиностроение, 1999. – 344 с.
4. **Агрегаты** паротурбинные стационарные. Нормы вибрации опор валопроводов и общие требования к проведению измерений: ГОСТ 25364–97. – Введ. 01.08.1999. – М.: Технический секретариат Межгосударственного совета по стандартизации, метрологии и сертификации, 1999. – 12 с.
5. **Двигатели** тракторные и комбайновые. Виброакустические показатели и методы испытаний: СТБ ГОСТ Р 52914–2010. – Введ. 02.09.2010. – Минск: Госстандарт Республики Беларусь, 2010. – 20 с.
6. **Комплексная** система контроля качества. Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнические. Методы испытаний: ГОСТ 20.57.406–81. – Введ. 01.01.82. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 2011. – 135 с.
7. **High-Pressure** Sensor for Diesel Common Rail, RDS4.2: Technical Customer Information: Document No 0 261 K00 499 / Robert Bosch GmbH. – 33 p.
8. **Двигатели** автомобильные. Методы стендовых испытаний: ГОСТ 14846–81. – Введ. 01.01.82. – М.: Государственный комитет СССР по стандартам, 2012. – 44 с.
9. **Accelerometer** ICP, Triaxial 356B11: Technical Specification: Document No 32784 / PCB Piezotronics, Inc. – 1 p.
10. **DATARec** 4Dic24: Technical Specification: Document No 54054106 / ZODIAC Data Systems GmbH. – 2 p.

1. **Bosch.** *Control Systems for Diesel Engines.* Moscow, Book Publishing House “Behind the Wheel”, 2004 (in Russian).
2. **State Standard** 24346–80. *Vibration. Terms and Definitions.* Moscow, USSR State Committee for Standards, 1992 (in Russian).
3. **Goldin, A. S.** (1999) *Vibration of Rotary Machines.* Moscow, Mashinostroenie (in Russian).
4. **State Standard** 25364–97. *Stationary Steam-Turbine Units. Vibration Norms for Shaft Line Supports and General Requirements for Performing Measurements.* Moscow, Technical Secretariat of Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 1999 (in Russian).
5. **State Standard** P 52914–2010. *Tractor and Combine Harvester Engines. Vibro-Acoustic Indices and Test Methods.* Minsk, GosStandart of the Republic of Belarus, 2010 (in Russian).
6. **State Standard** 20.57.406–81. *Complex Quality Control System. Electronic, Quantum Electronics and Electrical Products Test Methods.* Moscow, USSR State Committee for Standards, 2011 (in Russian).
7. **High-Pressure** Sensor for Diesel Common Rail, RDS4.2. Technical Customer Information, Document No 0 261 K00 499. Robert Bosch GmbH (Unpublished Source).
8. **State Standard** 14846–81. *Automobile Engines. Bench-test Methods.* Moscow, USSR State Committee for Standards, 2012 (in Russian).
9. **Accelerometer** ICP, Triaxial 356B11. Technical Specification, Document No 32784. PCB Piezotronics, Inc (Unpublished Source).
10. **DATARec** 4Dic24. Technical Specification, Document No 54054106. ZODIAC Data Systems GmbH (Unpublished Source).

Поступила 10.04.2014

УДК 624.04:531.3

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ АВТОМОБИЛЯ НА МОСТ НА НЕРОВНОМ ПОКРЫТИИ

Кандидаты техн. наук, доценты ВЕРБИЦКАЯ О. Л., ЗИНЕВИЧ С. И., ШЕВЧУК Л. И.

Белорусский национальный технический университет

E-mail: ftk75@bntu.by

В настоящее время в транспортном потоке на территории Республики Беларусь значительный объем занимают большегрузные автомобили, и неровности на проезжей части мостов существенно усиливают нагрузку на их несущие элементы, а также вызывают вибрацию пролетных строений. Это приводит к быстрому износу и сокращению сроков между ремонтами мостов. Данная проблема еще не достаточно хорошо изучена и актуальна. Для прогноза и оценки износа мостовых конструкций требуется уточнение расчетных моделей, в которых бы учитывалось динамическое воздействие большегрузного транспорта, вызванное движением по неровному покрытию мостов.

Целью научных исследований является разработка динамической модели взаимодействия автомобиля и мостовой плиты. В статье предлагается такая динамическая модель, позволяющая провести исследования сил воздействия большегрузного транспорта на конструкцию пролетного строения моста, вызванного неровностями на его проезжей части. При расчетах учитывали массу автомобиля и плиты, жесткость и вязкое демпфирование подвесок автомобиля, плиты и опор.

Проведен анализ свободных колебательных движений плиты и автомобиля с учетом вязкого демпфирования. Выполнен динамический расчет взаимодействия автомобиля и плиты. Установлен характер колебательных движений плиты при различных параметрах динамической модели. При этом учитывали нелинейность деформирования железобетонной плиты, расчет которой выполняли согласно нормам Республики Беларусь. В результате расчета получены динамические коэффициенты взаимодействия колес передней оси автомобиля и мостовой плиты при различной высоте уступа, а также его влияние на значения максимальных изгибающих моментов в сечениях плиты.

Ключевые слова: динамический коэффициент, сила воздействия, изгибающий момент.

Ил. 6. Табл. 1. Библиогр.: 10 назв.

INVESTIGATION OF VEHICLE IMPACT FORCE ON BRIDGE WITH ROUGH RIDING SURFACE

VERBITSKAYA O. L., ZINEVICH S. I., SHEVCHUK L. I.

Belarusian National Technical University

Nowadays heavy vehicles constitute a considerable volume in the transportation flow on the territory of the Republic of Belarus and bridge inequalities significantly increase a load on their bearing elements and cause a vibration in bridge superstructures. This leads to rapid wear and reduction in time between bridge repairs. The given problem has been insufficiently studied and it is considered as an actual one. Revision of analytical models is required in order to make prediction and evaluation of bridge structure wear. These models must take into account a dynamic impact of heavy vehicles caused by their movement on bridge rough riding surface.

The purpose of scientific investigations is to develop a dynamic interactional model of a vehicle and a bridge plate. The paper proposes such dynamic model that permits to investigate impact forces of a heavy vehicle on bridge superstructures which have been initiated by bridge traffic-way inequalities. Weight of an vehicle and plate, rigidity and viscous damping of vehicle suspensions, a plate and piers have been taken into account while making the required calculations.

An analysis of free oscillatory motions of the plate and vehicle have been carried out with due account of viscous damping. A dynamic interactional calculation for a vehicle and a plate has been made in the paper. Character of plate oscillatory motions has been determined at various parameters of the dynamic model. In this case non-linearity of reinforced concrete plate deformation has been taken into account and its calculation has been executed in accordance with the norms of the Republic of Belarus. The calculations have made it possible to obtain dynamic interaction coefficients of front axle wheels and bridge plate at various bench heights and also investigate its influence on maximum bending moments in plate sections.

Keywords: dynamic coefficient, impact force, bending moment.

Fig. 6. Tab. 1. Ref.: 10 titles.

Введение. Одна из наиболее важных характеристик автомобильной дороги – ровность ее проезжей части. Она оказывает влияние на скорость, безопасность и комфорт движения. Неровная поверхность дорожной одежды – это, с одной стороны, источник передачи колебаний на транспортное средство, в результате чего происходит ускоренный износ автомобиля и возрастает утомляемость водителя. С другой стороны, за счет колебания автомобиля усиливается его воздействие на дорогу и несущие

конструкции мостов и, как следствие, ускоряется процесс их разрушения [1].

Вопрос влияния неровностей проезжей части дорог на автомобиль изучен достаточно хорошо. В ряде работ выполнены исследования воздействия автомобиля на дорожное покрытие, в которых изучаются как сами неровности, встречающиеся на проезжей части дороги, так и силовое воздействие автомобиля на конструкцию дорожной одежды, вызванное этими неровностями [2, 3]. Однако эти вопросы мож-

но считать недостаточно изученными применительно к дорожным мостам. Конструкция моста отличается от конструкции дороги, и неровности на мосту по своим параметрам также отличаются от неровностей на дороге. Неровности на проезжей части мостов имеют меньшую длину волны и более резкое очертание формы. Такие неровности создают эффект трамплина, и воздействие автомобиля на конструкцию моста можно рассматривать как удар. Высота неровностей на проезжей части мостов колеблется от 1 до 20 см и более [4]. В настоящее время в транспортном потоке значительный объем занимают большегрузные автомобили, и неровности на проезжей части мостов существенно усиливают нагрузку на их несущие элементы, а также вызывают вибрацию пролетных строений с ее негативным влиянием на срок службы мостового сооружения.

Авторами была поставлена цель – изучить силу воздействия большегрузного автомобиля на конструкцию пролетного строения моста, вызванную отдельной неровностью его проезжей части. Полученные результаты планируется использовать при разработке нормативных требований к ровности ездового полотна мостового сооружения. Для достижения поставленной цели решали следующие задачи:

1) разрабатывали модель динамического расчета взаимодействия автомобиля и пролетного строения моста при съезде колес с уступа отдельно расположенной неровности. Для исследования выбрано пролетное строение из железобетонных балок таврового поперечного сечения, объединенных в поперечном направлении в единую конструкцию. В целом такую конструкцию можно рассматривать как ребристую плиту (рис. 1) (далее – мостовая плита);

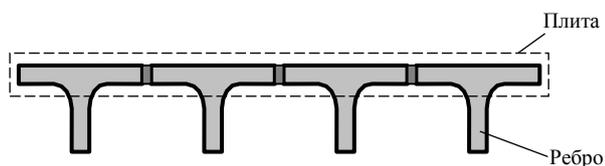


Рис. 1. Схема исследуемой мостовой плиты

2) исследовали зависимость динамического воздействия большегрузного транспорта на железобетонную мостовую плиту от высоты неровности на проезжей части моста;

3) оценивали величину максимальных изгибающих моментов в мостовой плите при динамическом воздействии движущегося большегрузного транспорта с учетом неровностей поверхности дорожного покрытия.

Определение жесткости и коэффициента вязкого демпфирования железобетонной ребристой мостовой плиты как элемента динамической модели. Для расчета ребристой железобетонной плиты использовали разработанную авторами компьютерную программу Sturm [5]. Плита размерами 15000×6280 мм имела четыре ребра высотой 750 мм и шириной 160 мм. Расстояние между ребрами 1660 мм, свес края плиты толщиной 150 мм принимали равным 650 мм. Плита изготовлена из бетона класса $C_{20/25}$ с модулем упругости $E_{cm} = 32$ ГПа, средней прочностью бетона на осевое растяжение $f_{cm} = 2,2$ МПа, нормативным сопротивлением бетона осевому сжатию $f_{ck} = 20$ МПа. Решение получено после выполнения 13 итераций с множителем релаксации $\omega = 0,2$. Плита армирована ненапрягаемыми стержнями $\varnothing 35$.

В результате расчета плиты в соответствии с нормами [6] по программе Sturm найдены максимальные прогибы и максимальные изгибающие моменты при различных значениях нагрузки в виде сосредоточенной силы, приложенной в ее середине [7]. Из графика рис. 2 очевидно, что зависимость прогиба и нагрузки имеет билинейный характер [8, 9]. Граница между участками графика наблюдается при нагрузке и прогибе плиты, равных $F = 60$ кН и $W = 4,88$ мм соответственно. Как показали расчеты, при $F < 60$ кН и $W < 4,88$ мм максимальный изгибающий момент меньше изгибающего момента образования трещин, равного $M_{cr} = 52$ кН·м/м. Поэтому жесткость плиты больше, что соответствует меньшему углу наклона прямой (рис. 2). Жесткость плиты значительно меньше при $M_x > M_{cr}$, что соответствует большему наклону прямой.

В результате расчета установлено, что коэффициенты жесткости плиты до образования трещин при $W < 4,88$ мм и после образования трещин при $W > 4,88$ мм соответственно равны $c_a = 12,30$ МН/м; $c_b = 6,52$ МН/м.

От собственного веса плиты, веса дорожного покрытия и веса автомобиля прогиб

плиты, полученный программой Sturm, равен 65,17 мм, что значительно превышает граничное значение прогиба 4,88 мм. Поэтому для динамического расчета использовали коэффициент жесткости $c_2 = c_b = 6,52$ МН/м.

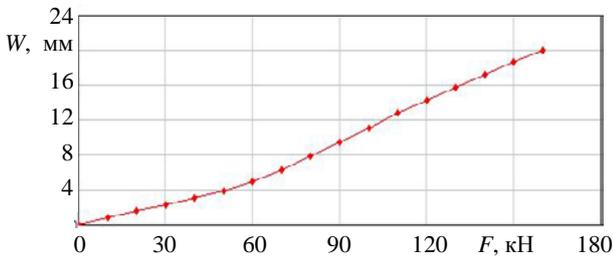


Рис. 2. Зависимость между максимальным прогибом плиты и нагрузкой

Коэффициент вязкого демпфирования по механическим характеристикам бетона и опор плиты точно определить практически невозможно в связи с необходимостью учета гистерезиса железобетона и диссипации энергии в узлах мостовой конструкции. Поэтому использовали способ подбора. При этом на основании натурных наблюдений ставили условие – после динамического воздействия плита совершает не более трех свободных колебаний, в последнем из которых амплитуда не должна превышать 5 % амплитуды первого колебания. Для получения решения составили дифференциальное уравнение динамического равновесия при свободном колебании плиты

$$m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + c_2 x_2(t) + \eta_2 \frac{dx_2(t)}{dt} = 0, \quad (1)$$

где $x_2(t)$ – функция перемещения середины плиты; m_2 – эффективная масса, принятая 2/3 всей массы плиты; η_2 – коэффициент вязкого демпфирования.

При этом приняты следующие начальные условия – отклонение середины плиты от средневзвешенного положения и ее скорость соответственно равны нулю и единице: $x_2(t) = 0$; $x_2'(0) = 1$. В результате получен график свободного колебательного движения плиты (рис. 3) и коэффициент вязкого демпфирования $\eta_2 = 0,250$ МН·с/м, удовлетворяющий поставленному условию.

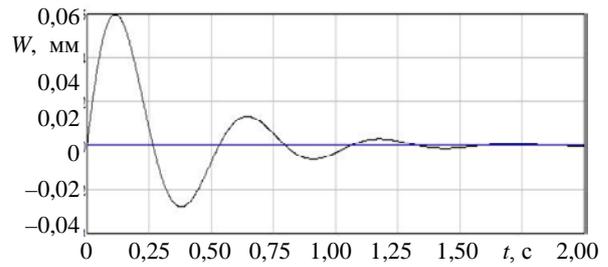


Рис. 3. Свободное колебательное движение плиты с учетом вязкого демпфирования

Определение коэффициентов жесткости и вязкого демпфирования подвески оси автомобиля. Коэффициент жесткости подвески определен по ее деформации, вызванной нагрузкой на ось автомобиля. Пусть при нагрузке 10 кН деформация подвески составляет 40 мм, что соответствует коэффициенту жесткости, равному $c_1 = 0,25$ МН/м. Коэффициент вязкого демпфирования подвески определяли путем подбора. Для этого ставили условие, что после кинематического воздействия корпус автомобиля совершает свободные колебания, при которых амплитуда второго и последующих колебаний не должна превышать 5 % амплитуды первого колебания. Движение корпуса автомобиля выражается дифференциальным уравнением

$$m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + c_1 x_1(t) + \eta_1 \frac{dx_1(t)}{dt} = 0, \quad (2)$$

где $x_1(t)$ – функция перемещения корпуса автомобиля; m_1 – часть массы автомобиля, приходящаяся на одну ось (7000 кг); η_1 – коэффициент вязкого демпфирования.

Для решения были выбраны следующие начальные условия: деформация подвески от средневзвешенного положения и ее скорость равны соответственно: $x_1(t) = 0,1$ м и $x_1'(0) = 0$. В результате получены график свободного колебательного движения автомобиля (рис. 4) и коэффициент вязкого демпфирования, равный $\eta_1 = 0,120$ МН·с/м.

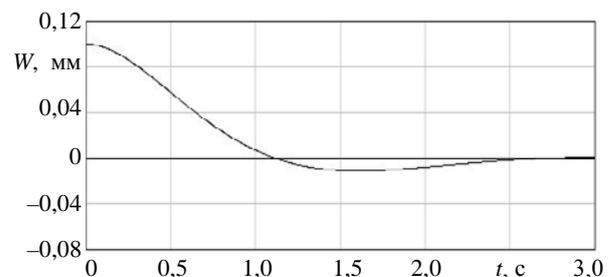


Рис. 4. Свободное колебательное движение автомобиля с учетом вязкого демпфирования

Уравнение динамического движения корпуса автомобиля и плиты при съезде колес передней оси с уступа препятствия. Для решения поставленной задачи и получения уравнения динамического движения мостовой плиты использовали модель, состоящую из массы части автомобиля, приходящейся на переднюю ось, эффективной массы мостовой плиты, коэффициентов жесткости и вязких элементов демпфирования, соединяющих обе массы и плиту с неподвижной опорой (рис. 5). Обозначенные на рис. 5 элементы c_1 и η_1 учитывают упруговязкие свойства подвески автомобиля, а c_2 и η_2 – упруговязкие свойства самой плиты и ее узлов.

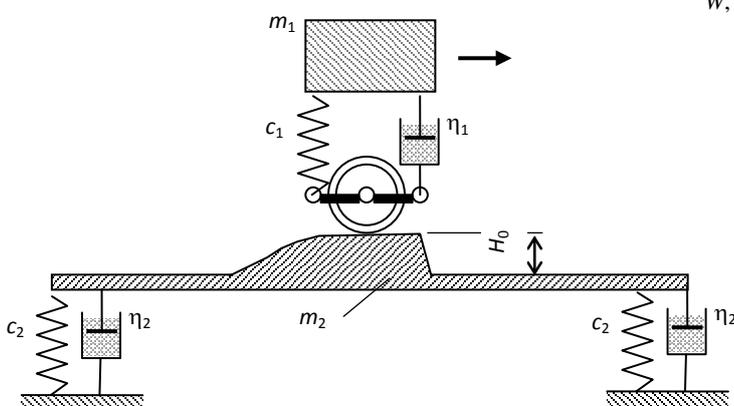


Рис. 5. Модель для динамического расчета взаимодействия колес передней оси автомобиля и мостовой балки

Для предлагаемой модели получена система дифференциальных уравнений, выражающих динамическое равновесие обеих масс:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + c_1 [x_1(t) - x_2(t)] + \eta_1 \left[\frac{dx_1(t)}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \right] = 0; \\ m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + c_2 x_2(t) + \eta_2 \frac{dx_2(t)}{dt} - \\ - c_1 [x_1(t) - x_2(t)] - \eta_1 \left[\frac{dx_1(t)}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \right] = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Для получения решения (3) принимали начальные условия:

- положение и скорость падения передней оси автомобиля в момент удара:

$$x_1(t) = 0; \quad \left[\frac{dx_1(t)}{dt} \right]_{t=0} = v_0; \quad (4)$$

- положение и скорость движения средней части балки в момент удара:

$$x_2(t) = 0; \quad \left[\frac{dx_2(t)}{dt} \right]_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Скорость падения оси в момент удара зависит от высоты уступа и определяется выражением

$$v_0 = \sqrt{2H_0 g}. \quad (6)$$

График колебательного движения плиты при съезде колес передней оси с уступа препятствия высотой 100 мм приведен на рис. 6.

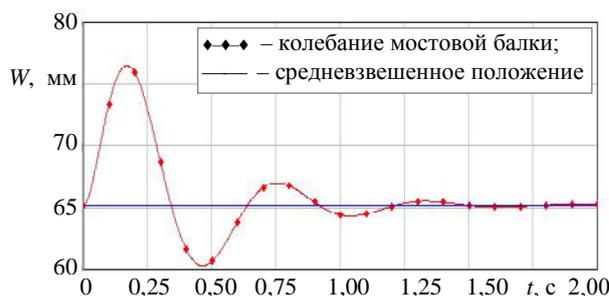


Рис. 6. Колебательное движение плиты при съезде колес передней оси с уступа препятствия высотой 100 мм

Изгибающие моменты от различных видов нагрузок на плиту. В результате расчета по программе Sturm установлена зависимость между максимальными изгибающими моментами и прогибами плиты при условии нагружения сосредоточенной силой в ее середине [10]. Анализ результатов показал, что эта зависимость может быть представлена в виде линейных функций вида:

$$M_{\max} = \begin{cases} aW_{\max}; & W_{\max} < W_{cr}; \\ bW_{\max}(F) + d; & W_{\max} \geq W_{cr}, \end{cases} \quad (7)$$

где W_{cr} – прогиб плиты, соответствующий образованию трещин (излому графика на рис. 2); a, b, d – коэффициенты, определяемые условием по графику на рис. 2 ($a = 11,16$ кН; $b = 6,30$ кН; $d = 23,05$ кН·м).

На плиту действуют различные виды статических нагрузок – собственный вес плиты, вес дорожного покрытия, вес автомобиля. Используя программу Sturm, для принятых данных

Таблица 1

Значения динамического коэффициента и увеличения момента при съезде колес передней оси автомобиля с уступа различной высоты отдельно расположенного препятствия

Высота уступа H_0 , мм	Динамический коэффициент k_d	Коэффициент увеличения момента k_0 , %
0	1,00	0
20	1,88	14,2
40	2,09	17,6
60	2,25	20,2
80	2,38	22,4
100	2,50	24,3
120	2,61	26,0
140	2,71	27,7
160	2,80	29,1
180	2,89	30,5
200	2,97	31,9
220	3,05	33,1
240	3,12	34,3
260	3,19	35,5

ВЫВОДЫ

1. Разработана динамическая модель взаимодействия колес автомобиля с мостовой плитой при съезде с уступа отдельно расположенного препятствия, учитывающая массу и жесткость плиты, массу автомобиля, жесткость и вязкое демпфирование его подвесок, плиты и ее опор.

2. Получена зависимость динамического взаимодействия большегрузного транспорта и мостовой плиты при съезде колес передней оси автомобиля с уступа препятствия, расположенного в середине плиты. Установлено, что плита совершает быстро затухающие колебания. Колебания плиты имеют знакопостоянный характер и происходят около средневзвешенного положения, соответствующего ее суммарному прогибу, вызванному весом плиты, дорожного покрытия и автомобиля.

3. Получены динамические коэффициенты действия колес передней оси автомобиля на плиту и дана оценка увеличению максимального изгибающего момента при различной высоте уступа препятствия. Установлено, что уже при высоте уступа 20 мм динамический коэффициент равен 1,88 и максимальный изгибающий момент увеличивается на 14,2 %. При высоте уступа, равной 260 мм, динамический коэффициент достигает значения 3,19, а максимальный изгибающий момент увеличивается на 35,5 %.

получены значения максимальных прогибов и изгибающих моментов:

- от собственного веса плиты: $W_{\text{плиты}} = 51,67$ мм; $M_{x \text{ плиты}} = 298,64$ кН·м/м;

- от веса автомобиля, расположенного так, что его передняя ось находится на середине плиты: $W_{\text{авт}} = 13,50$ мм; $M_{x \text{ авт}} = 91,67$ кН·м/м;

- от веса части автомобиля, приходящейся на его переднюю ось: $W_{\text{стат}} = 6,21$ мм; $M_{x \text{ стат}} = 63,12$ кН·м/м;

- от динамического воздействия колес передней оси автомобиля при съезде с уступа высотой 100 мм: $W_{\text{дин}} = 11,30$ мм; $M_{x \text{ дин}} = 63,12$ кН·м/м.

Зависимость динамического коэффициента и изгибающего момента от высоты уступа препятствия. Динамический коэффициент определяли отношением изгибающего момента от динамической нагрузки к изгибающему моменту только от статической нагрузки по формуле

$$k_d = \frac{M_{x \text{ дин}} - M_{x \text{ стат}}}{M_{x \text{ стат}}}. \quad (8)$$

Увеличение максимального изгибающего момента в плите при съезде колес передней оси автомобиля с уступа препятствия оценивали отношением суммы моментов от собственного веса плиты и дорожного покрытия, веса автомобиля и динамического импульса к сумме изгибающих моментов от собственного веса плиты, дорожного покрытия и веса автомобиля по формуле

$$k_0 = \left(\frac{M_{x \text{ плиты}} + M_{x \text{ авто}} + M_{x \text{ дин}}}{M_{x \text{ плиты}} + M_{x \text{ авто}}} - 1 \right) \cdot 100. \quad (9)$$

Для высоты уступа, равной $H_0 = 100$ мм, и принятых исходных данных получены динамический коэффициент и коэффициент увеличения изгибающего момента: $k_d = 2,50$; $k_0 = 24,3$ %. В результате расчета получены значения динамических коэффициентов и коэффициента увеличения изгибающих моментов за счет динамики приложения нагрузки при различной высоте уступа препятствия, расположенного на середине плиты (табл. 1).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Справочник** проектировщика. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / М. Ф. Барштейн [и др.] / под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат. – 1981. – 217 с.

2. **Абрамович, К. Б.** Исследование образования и развития волнообразных неровностей на автомобильных лесовозных дорогах с гравийным покрытием и их влияние на технико-эксплуатационные показатели работы автотранспорта: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.06.02 / К. Б. Абрамович; БТИ. – Минск, 1975. – 24 с.

3. **Шевчук, Л. И.** Определение сил взаимодействия оси автомобиля с дорожным покрытием при преодолении отдельного стоящего препятствия / Л. И. Шевчук, С. Д. Кожевец // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 11-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск: БНТУ, 2013. – Т. 2. – 211 с.

4. **Зиневич, С. И.** Исследование неровностей на проезжей части мостов как элемента динамического воздействия на них / С. И. Зиневич, М. В. Югова, В. Б. Венцкович // Строительная наука и техника. – 2010. – № 2. – С. 150–153.

5. **Вербицкая, О. Л.** Алгоритм оптимизации прямоугольных пластинок методом градиентного спуска с навигацией направления поиска вблизи границ / О. Л. Вербицкая // Вестник Белорусского национального технического университета. – 2004. – № 2. – С. 15–20.

6. **Бетонные и железобетонные конструкции:** СНБ 5.03.01–02. – Минск: Мин-во. архит. и строит. Респ. Беларусь, 2003. – 140 с.

7. **Шевчук, Л. И.** Исследование распределения внутренних сил в прямоугольной плите переменной жесткости на упругом основании / Л. И. Шевчук, О. Л. Вербицкая // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 6-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск: БНТУ, 2008. – Т. 2. – 43 с.

8. **Вербицкая, О. Л.** Исследование напряженно-деформированного состояния нелинейно-деформируемой шарнирно-опертой по контуру прямоугольной пластины / О. Л. Вербицкая // X науч.-метод. межвуз. семинар «Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь». – Гомель: БелГУТ, 2005. – С. 50–53.

9. **Вербицкая, О. Л.** Зависимость прогибов прямоугольной железобетонной плиты от нагрузки / О. Л. Вербицкая // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 11-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск: БНТУ, 2013. – Т. 2. – С. 210.

10. **Шевчук, Л. И.** Результаты анализа напряженно-деформированного состояния прямоугольной плиты с учетом физической нелинейности материала / Л. И. Шевчук, О. Л. Вербицкая // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 11-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск: БНТУ, 2011. – Т. 2. – С. 211.

REFERENCES

1. **Barshtein, M. F., Borodachev, N. M., Blumina, L. Kh., Gembarzhevsky, M. Ia., Denisov, B. E., P'ichev, V. A., Kilimnik, L. S., Korenev, B. G., Luzhin, O. V., Nikolaenko, N.A., Korenev, B. G., & Rabinovich, I. M.** (1981) *Dynamical Analysis of Constructions for Special Impacts*. Moscow, Stroyizdat (in Russian).

2. **Abramovich, K. B.** *Issledovanie Obrazovaniia i Razvitiia Volnoobraznykh Nerovnostei na Avtomobil'nykh Lesovoznykh Dorogakh s Graviinym Pokrytiem i ikh Vliianie na Tekhniko-Ekspluatatsionnye Pokazатели Raboty Avtotransporta*. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk [Investigations of Formation and Development of Road Waves on Truck Haul Roads With Gravel Surface and Their Influence on Technical and Operational Indices of Automobile Transport. Dr. tech. sci. diss. Minsk, 1975 (in Russian).

3. **Shevchuk L. I., & Kozhevets S. D.** (2013) Determination of Interaction Forces of Automobile Axle with Road Pavement While Overcoming Stand-Alone Obstruction. *Nauka – Obrazovaniuu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy Odinnadtsatoi Mezhdunarodnoi Nauchno-Tekhnicheskoi Konferentsii* [Science for Education, Industry, Economics. Proceedings of the XIth International Scientific and Technical Conference], Minsk: BNTU, Vol. 2 (in Russian).

4. **Zinevich, S. I., Yugova, M. V., & Ventskovich, V. B.** (2010) Investigation of Bridge Roadway Disfigurements as an Element of Dynamic Impact on Them. *Stroitel'naya Nauka i Tekhnika* [Construction Science and Machinery], 2, 150–153 (in Russian).

5. **Verbitskaya, O. L.** (2004) Optimization Algorithm for Rectangular Plates While Using Gradient Descent Method with Navigation of Search Direction Near the Borders. *Vestnik BNTU* [Bulletin of the Belarusian National Technical University], 2, 15–20.

6. **Concrete and reinforced structures:** SNB 5.03.01–02. Minsk, Ministry of Architecture and Construction of the Republic of Belarus, 2003 (in Russian).

7. **Shevchuk, L. I., & Verbitskaya, O. L.** (2008) Investigations of Distribution of Internal Forces in Rectangular Plate with Variable Rigidity and Elastic Cushion. *Nauka – Obrazovaniuu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy VIth Mezhdunarodnoi Nauchno-Tekhnicheskoi Konferentsii* [Science for Education, Industry, Economics. Proceedings of the VIth International Scientific and Technical Conference]. Minsk: BNTU, Vol. 2 (in Russian).

8. **Verbitskaya, O. L.** (2005) Investigations of Stressed and Deformed State in Non-Linear-Deformed Rectangular Plate Being Hingedly Supported Along its Outline. *Perspektivy Razvitiia Novykh Tekhnologii v Stroitel'stve i Podgotovke Inzhenernykh Kadrov Respubliki Belarus': Mezhdunarodnyi Sbornik Nauchnykh Trudov* [Prospects for the Development of new Technologies in the Construction and Training of Engineers of the Republic of Belarus. International Collection of Scientific Papers]. Gomel: BGUT, 50–53 (in Russian).

9. **Verbitskaya, O. L.** (2013) Dependence of Rectangular Reinforced Concrete Slab Deflection on Loading. *Nauka – Obrazovaniuu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy Odinnadtsatoi Mezhdunarodnoi Nauchno-Tekhnicheskoi Konferentsii* [Science for Education, Industry, Economics. Proceedings of the XIth International Scientific and Technical Conference]. Minsk: BNTU, Vol. 2 (in Russian).

10. **Shevchuk, L. I., & Verbitskaya, O. L.** (2011) Results of Analysis for Stressed and Deformed Plate with due Account of Physical Non-Linearity of Material. *Nauka – Obrazovaniuu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy Odinnadtsatoi Mezhdunarodnoi Nauchno-Tekhnicheskoi Konferentsii* [Science for Education, Industry, Economics. Proceedings of the XIth International Scientific and Technical Conference]. Minsk: BNTU, Vol. 2 (in Russian).

Поступила 20.02.2014