

УДК 539.3

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НДС ДЛИННОГО ПОЛОГО ЦИЛИНДРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕРМОРАДИАЦИОННОЙ НАГРУЗКИ

Докт. физ.-мат. наук, проф. КУЛИКОВ И. С., асп. КЛУС С. А.

Белорусский национальный технический университет

В работе предлагается аналитическое исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) полого длинного цилиндра при неравномерном нагреве и нейтронном облучении. В основу решения данной задачи легло аналитическое решение аналогичной задачи, полученное С. П. Тимошенко и Дж. Гудьер для термических нагрузок [1].

Рассмотрим длинный полый цилиндр внутренним радиусом  $R_1$  и внешним радиусом  $R_2$ , изготовленный из стали ОХ16Н15МЗБ под действием внутренней  $P_B$  и внешней  $P_H$  распределенных нагрузок (рис. 1), поля высоких температур и нейтронного облучения. В итоге данная модель нагружения будет соответствовать модели нагружения оболочки теплового элемента (ТВЭЛ) атомного реактора. Нагрев цилиндра происходит с внутренней поверхности (в случае ядерного реактора нагрев от топливного стержня ТВЭЛ), и изменение значений температуры, а, следовательно, и значений напряжений и деформаций происходит по толщине цилиндра.

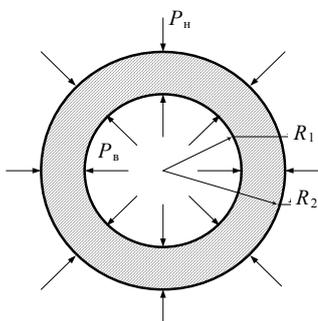


Рис. 1. Сечение цилиндра, нагруженного внешним и внутренним давлениями

Будем считать, что тензор напряжений и деформаций имеет отличные от нуля компоненты  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z, \varepsilon_r, \varepsilon_\varphi$ . Все три деформации сдвига

и касательные напряжения равны нулю в силу симметрии относительно оси и постоянства условий в осевом направлении.

Соотношения между напряжениями и деформациями имеют вид [1, 2]:

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_z)) + \alpha\varepsilon^T + \frac{1}{3}\varepsilon^S; \\ \varepsilon_\varphi = \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) + \alpha\varepsilon^T + \frac{1}{3}\varepsilon^S; \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi)) + \alpha\varepsilon^T + \frac{1}{3}\varepsilon^S, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varepsilon^i$  – полная деформация;  $\varepsilon^T$  – деформации, вызванные термическим расширением;  $\varepsilon^S$  – то же радиационным распуханием;  $i = r, \varphi, z$ .

Так как  $w = 0, \varepsilon_z = 0$ , третье уравнение системы (1) примет вид

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\varphi) + E\left(\alpha\varepsilon^T + \frac{1}{3}\varepsilon^S\right). \quad (2)$$

Деформации, вызванные объемными изменениями, можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \varepsilon^T = \alpha T(r); \\ \varepsilon^S = S(T(r), \Phi), \end{cases} \quad (3)$$

где  $\alpha T(r), S(T(r), \Phi)$  – заданные функции термического расширения и радиационного распухания соответственно;  $\Phi = \phi t$  – интегральный нейтронный поток;  $\phi$  – плотность нейтронного потока;  $t$  – время облучения;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения, который в общем случае может зависеть от  $T$ .

Если температура  $T_S$  на наружной поверхности цилиндра распределена равномерно, а ее значение изменяется по толщине цилиндра по некоторому закону, то температурное поле  $T(r)$

в произвольной точке, определяемой любым радиусом  $r$ , записывается следующим образом [3]:

$$T(r) = T_S + \frac{q_V}{4\lambda}(R_2^2 - r^2), \quad (4)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $q_V$  – объемное тепловыделение.

Для данного прочностного расчета весьма существен учет зависимости неравномерно распределенного радиационного распухания от температуры. Рядом авторов [4] на основе обработки экспериментальных результатов предложены эмпирические зависимости для определения радиационного распухания конструкционных сталей

$$S(T(r), \Phi) = A_0 (\Phi t)^m \cdot 10^{\left(\frac{a}{T(r)} - \frac{b}{T(r)^2}\right)}, \quad (6)$$

где  $A_0$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$  – некоторые константы, определяемые экспериментально.

Решая уравнение (1) относительно  $\sigma_r$  и  $\sigma_\phi$ , получаем следующие соотношения:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \varepsilon_r + \nu \varepsilon_\phi - (1+\nu) \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) \right]; \quad (7)$$

$$\sigma_\phi = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \nu \varepsilon_r + \varepsilon_\phi - (1+\nu) \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) \right].$$

С учетом соотношений Коши, представляющих собой зависимость деформаций от перемещений, перепишем уравнение (7) в следующем виде:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} - (1+\nu) \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) \right]; \quad (8)$$

$$\sigma_\phi = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \nu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} - (1+\nu) \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) \right].$$

Подставляя (8) в уравнение равновесия для тел цилиндрической геометрии

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} = 0,$$

получаем следующее соотношение, представляющее собой уравнение равновесия, выраженное через перемещения вдоль радиуса цилиндра:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = (1+\nu) \left( \alpha \frac{\partial \varepsilon^T}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon^S}{\partial r} \right). \quad (9)$$

Соотношение (9) можно переписать также в виде

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} \right] = (1+\nu) \left( \alpha \frac{\partial \varepsilon^T}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial \varepsilon^S}{\partial r} \right), \quad (10)$$

интегрирование которого дает

$$u = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left[ \alpha \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \varepsilon^T r dr + \frac{1}{r} \frac{1}{3} \int_{R_1}^r \varepsilon^S r dr \right] + C_1 r + \frac{C_2}{r}. \quad (11)$$

Откуда главные напряжения примут вид:

$$\sigma_r = -\frac{E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \left[ \alpha \int_{R_1}^r \varepsilon^T r dr + \frac{1}{3} \int_{R_1}^r \varepsilon^S r dr \right] + \frac{E}{1+\nu} \left( \frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_\phi = -\frac{E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \left[ \alpha \int_{R_1}^r \varepsilon^T r dr + \frac{1}{3} \int_{R_1}^r \varepsilon^S r dr \right] - \quad (12)$$

$$-\frac{E}{1-\nu} \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) + \frac{E}{1+\nu} \left( \frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_z = -\frac{E}{1-\nu} \left( \alpha \varepsilon^T + \frac{1}{3} \varepsilon^S \right) + \frac{2\nu E C_1}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

где постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -P_B & \text{при } r &= R_1; \\ \sigma_r &= -P_H & \text{при } r &= R_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Следует отметить, что в состав функции, определяющей деформации, вызванные нейтронным облучением, входит параметр времени, что в свою очередь предполагает постоянный пересчет постоянных  $C_1$  и  $C_2$  для различных временных промежутков эксплуатации.

В качестве конкретного примера рассмотрим длинный полый цилиндр внутренним радиусом  $R_1 = 0,003$  м и внешним радиусом  $R_2 = 0,0033$  м под действием внутренней  $P_B = 7,5$  МПа и внешней  $P_H = 0,1$  МПа распределенных нагрузок в условиях объемных термических  $T(r)$  и радиационных  $S(T(r), \Phi t)$  деформаций со следующими данными:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $T(R_1) = 500$  (773) °С (К);  $\alpha = 18,3 \cdot 10^{-6}$  град<sup>-1</sup>.

В ходе расчетов были получены распределения радиальных (рис. 2а), окружных (рис. 2б) и осевых (рис. 2в) напряжений по радиусу цилиндра, а также распределения эквивалентных напряжений (рис. 3), из которых видно, что существенное влияние на изменение напряжений оказывают деформации, вызванные воздействием нейтронного облучения, что обусловлено параметром времени, непосредственно влияющим на величину облучения.

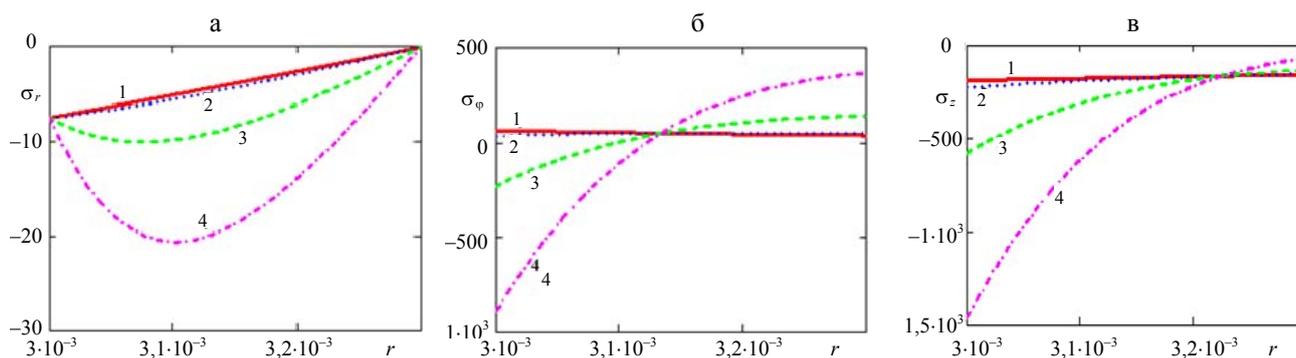


Рис. 2. Распределение: а – радиальных; б – окружных; в – осевых напряжений по радиусу цилиндра при времени эксплуатации 0 (1), 1000 ч (2), 4000 ч (3) и 8000 ч (4)

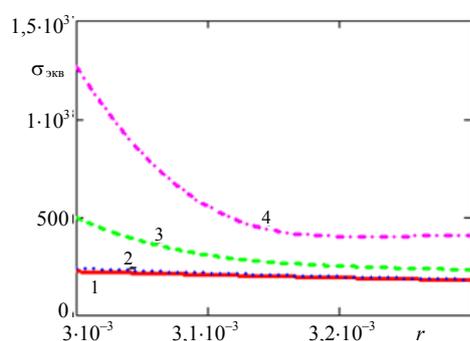


Рис. 3. Распределение эквивалентных напряжений по радиусу цилиндра при времени эксплуатации 0 (1), 1000 ч (2), 4000 ч (3) и 8000 ч (4)

Однако в данных расчетах не учитывались деформации ползучести, вызванные тепловым и нейтронным воздействием, приводящие к релаксации напряжений.

### ВЫВОД

Полученные расчетные данные показывают важное значение применения аналитических ме-

тодов наряду с численными при расчетах НДС конструкций, подверженных терморационным нагрузкам. Полученные с их помощью результаты могут служить основой для тестирования численных методов решения [4] и расчетных программ, разработанных на их основе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Куликов, И. С. Прочность элементов конструкций при облучении / И. С. Куликов, Б. Е. Тверковкин. – Минск, 1990. – 134 с.
3. Куликов, И. С. Прочность элементов конструкций при облучении / И. С. Куликов, В. Б. Нестеренко, Б. Е. Тверковкин. – Минск, 1990. – 144 с.
4. Клус, С. А. Влияние деформаций ползучести, вызванных тепловым и радиационным воздействием, на НДС тел цилиндрической геометрии / С. А. Клус, И. С. Куликов // Вестник БНТУ. – 2010. – № 2. – С. 64–66.

Поступила 17.06.2010