

УДК 621.831:539.4

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ ПЕРЕДАЧ  
МНОГОПАРНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ  
ТРАНСМИССИЙ ТРАКТОРОВ «БЕЛАРУС»**

*Инж. СУПИН В. В.*

*Белорусский национальный технический университет*

Проектирование трансмиссий не может осуществляться на высоком техническом уровне без совершенствования существующих и создания новых методов исследования напряженного состояния зубчатых колес. Совершенствование методов расчета является важным условием повышения нагрузочной способности зубчатых передач, снижения их материало-

емкости и стоимости. Исследования автора направлены на разработку метода граничных элементов к определению напряжений при изгибе зубьев цилиндрических прямозубых колес и выбор рациональных конструктивных параметров профилей зубьев путем сравнительного анализа их напряженного состояния.

Поиск возможных резервов повышения нагрузочной способности силовых передач тракторов без изменения геометрии корпусных деталей и скоростного ряда привел к созданию зубчатых передач многопарного зацепления. Актуальной является задача проектирования нового типоразмерного ряда конкурентоспособных трансмиссий тракторов «Беларус», обладающих повышенным ресурсом и пониженным уровнем шума, без увеличения их габаритов на основе применения зубчатых передач с многопарным зацеплением.

Представление о несущей способности эвольвентных зубчатых передач долгое время ограничивалось исследованиями передач, в основу которых положен стандартный исходный контур по ГОСТ 13755–81. Как известно, исходный контур определяет конфигурацию зубьев и тем самым устанавливает номинальный уровень несущей способности зубчатой передачи. Применяемые в настоящее время зубчатые зацепления со стандартным исходным контуром не позволяют без увеличения габаритов передачи повысить прочностные и качественные показатели, снизить уровень шума. Применение передач с нестандартным профилем зуба выявило недостаточность известных методик по расчету напряжений в зубьях. Существующие теоретические методы расчета зубчатых передач связаны с трудностями построения отображающих функций (метод конформного отображения) или требуют дополнительных исследований сходимости на различных топологических множествах (метод конечных элементов). Экспериментальные исследования являются заключительным этапом проверки приемлемого теоретического варианта и не обладают достаточной обобщенностью. В связи с этим повышение нагрузочной способности зубчатых передач в большинстве случаев осуществляется за счет увеличения их габаритов.

Расчет напряжений в зубьях при изгибе для цилиндрических зубчатых передач выполнен в рамках плоской задачи теории упругости посредством метода граничных элементов, называемого также методом граничных интегральных уравнений. Метод состоит в сведении краевой задачи для дифференциальных уравнений теории упругости с учетом граничных ус-

ловий к интегральному уравнению по границе области. Вместо функций, заданных в двумерной области, вводят функции, заданные на контуре, что позволяет понизить размерность задачи на единицу, выиграв в подготовке исходной информации, объеме используемой памяти и времени вычислений.

Интегральное уравнение Фредгольма второго рода плоской задачи теории упругости имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(t_0) - \frac{1}{\pi i} \int_L A(t, t_0) \operatorname{Re} \frac{\Phi(t) dt}{t - t_0} = \\ = \frac{1}{2} p(t_0) + \frac{1}{2\pi i} \frac{d\bar{t}_0}{dt_0} \int_L \frac{p(t) dt}{t - t_0}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$A(t, t_0) = 1 - \frac{d\bar{t}_0}{dt_0} \frac{t - t_0}{t - t_0},$$

где  $t = x + iy$ ,  $\bar{t} = x - iy$  – комплексные и комплексно-сопряженные координаты точек граничной кривой;  $dt = ie^{i\beta} ds$ ,  $d\bar{t} = -ie^{-i\beta} ds$  – дифференциалы переменных  $t$  и  $\bar{t}$  соответственно ( $\beta$  – угол наклона нормали в точке  $t$  по отношению к оси  $x$ ,  $ds$  – дифференциал длины кривой);  $t_0$  – выделенная (нулевая) точка интегрального уравнения.

В целом интегральное уравнение представляет собой бесконечную систему равенств с каждой точкой контура области в качестве нулевой. Искомая функция  $\Phi(t)$  в действительной части  $\operatorname{Re} \Phi(t) = 1/4\sigma$  представляет собой сумму напряжения растяжения-сжатия  $\sigma_s$  у поверхности и нормальной составляющей  $p_n$  внешней нагрузки (которая относится к исходным данным).

В расчетной схеме (рис. 1) использована двумерная модель в виде зуба, выступающего на полуплоскости под действием сосредоточенной силы.

Интеграл берется по границе  $L$  области. Замена интеграла конечной суммой по квадратурной формуле Гаусса сводит интегральное уравнение к системе линейных алгебраических уравнений. В правой части формулы (1) представлена внешняя нагрузка на границе области  $p(t) = p_n + ip_s$ , где  $p_n$  и  $p_s$  – нормальные и касательные внешние напряжения.

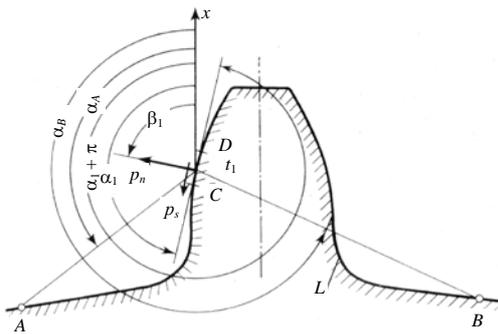


Рис. 1. Расчетная схема

В нулевой точке подынтегральная функция левой части уравнения (1) содержит неопределенность. Ее раскрытие, выполненное с использованием правила Лопитала, приводит к конечному результату

$$\lim_{t \rightarrow t_0} A(t, t_0) \operatorname{Re} \frac{\Phi(t) dt}{t - t_0} = -ik_0 ds \operatorname{Re} \Phi(t_0), \quad (2)$$

где  $k_0 = d\beta/ds$  – кривизна в нулевой точке.

Таким образом, левая часть (1) не содержит особенности в нулевой точке, и уравнение является регулярным, т. е. интегральным уравнением Фредгольма второго рода. Решение последнего уравнения непосредственно определяет напряжение у поверхности зуба.

Развитие метода граничных элементов и создание комплекса программ позволили определить напряжения при изгибе зубьев различных исходных контуров (нестандартного симметричного, несимметричного и др.). Выбранное количество и размещение узловых точек контуре зуба обеспечивают точность определения максимального напряжения в пределах 1% процента, что существенно выше, чем можно получить методом конечных элементов.

Основные расчетные зависимости для определения контактной прочности активных и верхностей зубьев и прочности зубьев при изгибе приняты по стандартным методам ГОСТ 21354–87, ISO 6336–2006 с учетом значений коэффициентов, учитывающих многопарное зацепление.

В расчетной практике для зубьев кол подверженных воздействию знакопеременных напряжений, используется коэффициент асимметрии цикла  $R = \sigma_c/\sigma_p$ , равный отношению максимальных напряжений на сжатой и растянутой переходных поверхностях зуба. Относительный градиент первого главного на-

пряжения  $\bar{G}$  применяется для определения пределов выносливости материала зубчатых колес. Метод конечных элементов в данном случае неэффективен, так как фиксированная степень аппроксимации напряжений в конечных элементах не позволяет с необходимой точностью вычислить значения производных от напряжений даже при сильном измельчении сетки к границе поверхности.

Определение методом граничных элементов зависимостей коэффициента формы и концентрации напряжений  $Y_{FS}$ , а также  $R$  и  $\bar{G}$  от числа зубьев и коэффициентов смещения выполнено для стандартного исходного контура и для контуров с профильными углами:  $\alpha = 14^\circ 30'$  ( $17^\circ 30'$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $28^\circ$ ) при коэффициенте высоты головки зуба  $h_a^* = 1,0$ ;  $\alpha = 28^\circ$  при  $h_a^* = 0,9$  и  $\alpha = 20^\circ$  при  $h_a^* = 1,25$ . Полученные зависимости способствуют обоснованному выбору геометрии зацепления, уточняют и дополняют сведения о напряженном состоянии цилиндрических прямозубых колес при изгибе.

На рис. 2 представлены графики  $Y_{FS}$ , полученные методом граничных элементов и методом конформного отображения (ГОСТ 21354–87) при угле профиля  $\alpha = 20^\circ$ ; коэффициенте высоты головки зуба  $h_a^* = 1,0$ ; коэффициенте радиального зазора  $c^* = 0,25$  и коэффициенте радиуса кривизны переходной кривой  $\rho_f^* = 0,38$ .

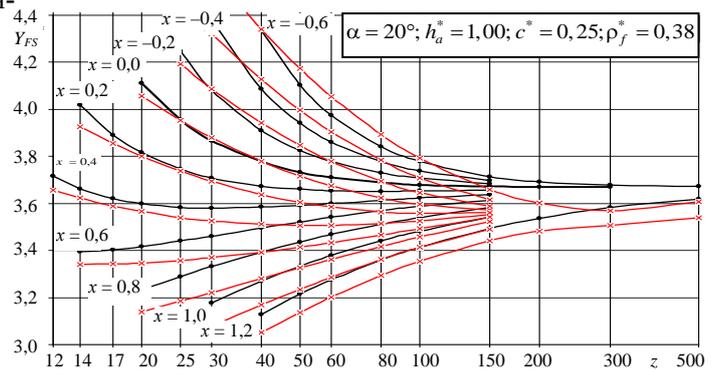


Рис. 2. Зависимости коэффициента формы зуба и концентрации напряжений  $Y_{FS}$  от числа зубьев  $z$  и коэффициентов смещения  $x$ :  
 —●— метод граничных элементов;  
 —×— метод конформного отображения

На рис. 3 показаны графики  $Y_{FS}$  для колес с параметрами различных исходных контуров,

которые позволяют выполнить сравнительный анализ напряженного состояния зубьев, нарезанных фрезами с различными исходными контурами.

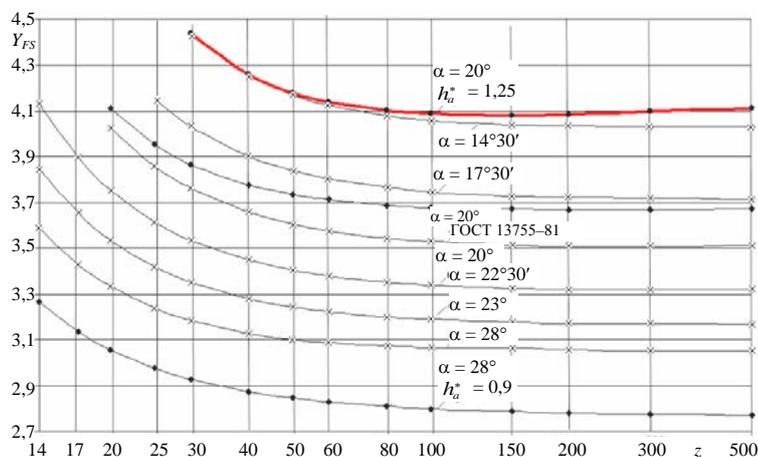


Рис. 3. Зависимости коэффициента формы зуба и концентрации напряжений  $Y_{FS}$  от угла профиля исходного контура  $\alpha$ , коэффициента высоты головки  $h_a^*$  и числа зубьев  $z$  при коэффициенте смещения  $x = 0$

Посредством полиномиальной аппроксимации получены зависимости коэффициента  $Y_{FS}$  для зубчатых колес различных исходных контуров (табл. 1), которые включены в программный комплекс расчета и автоматизированного проектирования трансмиссий [1]. Погрешность аппроксимирующих зависимостей табл. 1 не превышает 5 %.

Таблица 1

Аппроксимирующие зависимости  $Y_{FS}$  колес различных исходных контуров

№ п/п	$\alpha$	$h_a^*$	$c^*$	$\rho_f^*$	$Y_{FS}$
1	14°30'	1,00	0,408	0,544	$Y_{FS} = 3,96 + 11,89/z - 27,47x/z - 0,015x^2$
2	17°30'	1,00	0,345	0,493	$Y_{FS} = 3,62 + 13,12/z - 27,38x/z + 0,028x^2$
3	20°	1,00	0,250	0,380	$Y_{FS} = 3,57 + 10,46/z - 23,36x/z + 0,038x^2$
4	20°	1,25	0,230	0,352	$Y_{FS} = 3,91 + 15,89/z - 30,69x/z + 0,29x^2$
5	25°	1,00	0,203	0,352	$Y_{FS} = 3,08 + 9,85/z - 20,76x/z + 0,049x^2$
6	28°	0,90	0,184	0,347	$Y_{FS} = 2,70 + 8,32/z - 19,19x/z + 0,063x^2$

Для получения зубчатых передач с коэффициентом торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha > 2$  требуются зацепление с меньшими углами и модулями

и/или большей высотой зубьев, а также изготовление зубчатых колес с более высокой точностью. Реализация двухпарного зацепления в передаче возможна в том случае, если погрешность изготовления колес будет меньше упругой деформации зубьев [2, 3]. Поскольку передаваемая нагрузка разделяется на два зуба, повышаются нагрузочная способность и плавность работы зацепления, снижается уровень шума.

Синтез передач осуществлялся выбором рациональных параметров зацепления прямозубых колес: меньшим модулем, большей высотой зуба (при отсутствии подрезания ножки зуба, интерференции и заострения вершины) и удовлетворением требованиям прочностной выносливости [4–7]. Коэффициенты смещения шестерни и колеса подобраны с учетом выравнивания удельных скольжений на ножках зубьев.

Параметры скругления вершины зуба производящей рейки выбраны таким образом, чтобы переходная кривая зуба являлась наименьшим концентратором напряжений, т. е. с полностью скругленной впадиной.

Многопарность зацепления зубчатых передач достигнута за счет высотно-профильной модификации зубьев с параметрами исходного контура: угол профиля  $\alpha = 20^\circ$ , коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1,250$ ; коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,230$ ; коэффициент радиуса кривизны переходной кривой  $\rho_f^* = 0,352$ .

Особенности многопарного зацепления учтены через коэффициент формы зуба, концентрации напряжений  $Y_{FS}$  и коэффициенты распределения нагрузки между двумя парами зубьев  $K_{H\alpha}$  и  $K_{F\alpha}$ . В цилиндрических передачах с коэффициентом торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha < 2$  нагрузочная способность в большинстве случаев определяется зоной однопарного контакта, и на одну пару передается 100 % нагрузки. В передачах с  $\varepsilon_\alpha > 2$  передаваемая нагрузка распределяется попеременно между двумя и тремя парами зубьев, находящихся в зацеплении. Нагрузка на одну пару составляет в зависимости от жесткости зацепления приблизительно 63 % от общей передаваемой нагрузки.

При движении зубьев на входе в зацепление и выходе из него в зависимости от характера деформаций зубьев и распределения погрешностей могут возникать пики контактных напряжений, которые устраняются профильной модификацией.

Применение передач многопарного зацепления в трансмиссиях тракторов обеспечило снижение напряжений в зубчатых зацеплениях: изгибных – на 27–45 %, контактных – на 29–35 % по сравнению с серийными (рис. 4, 5).

Выполнены детальные исследования в области виброакустической активности силовой передачи трактора [8], в ходе которых установлено, как влияют на виброактивность зубьев

следующие геометро-кинематические параметры: коэффициент перекрытия, положение линии и полюса зацепления, угол зацепления, число зубьев колес и закон изменения нормальной силы при пересопряжении зубьев. Предложенные качественные показатели виброактивности зацепления, характеризующие периодические возмущающие силы и вращающий момент, зависят от: геометрии зацепления, закона распределения сил при многопарном контакте зубьев, коэффициента трения между зубьями. Следовательно, уже на этапе геометрического синтеза передачи стало возможным оценить и получить минимально возможную виброактивность, обусловленную трением зубьев.

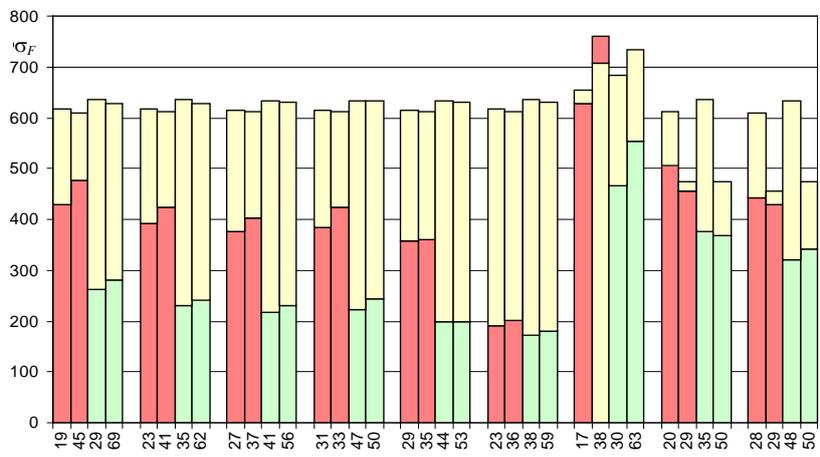


Рис. 4. Максимальные изгибные напряжения в зубчатых парах серийной ( $\epsilon_\alpha < 2$ ) и опытной ( $\epsilon_\alpha > 2$ ) коробки передач трактора: ■ – расчетные изгибные напряжения зубчатых пар с  $\epsilon_\alpha < 2$ ; ■ – то же с  $\epsilon_\alpha > 2$ ; ■ – допускаемые изгибные напряжения

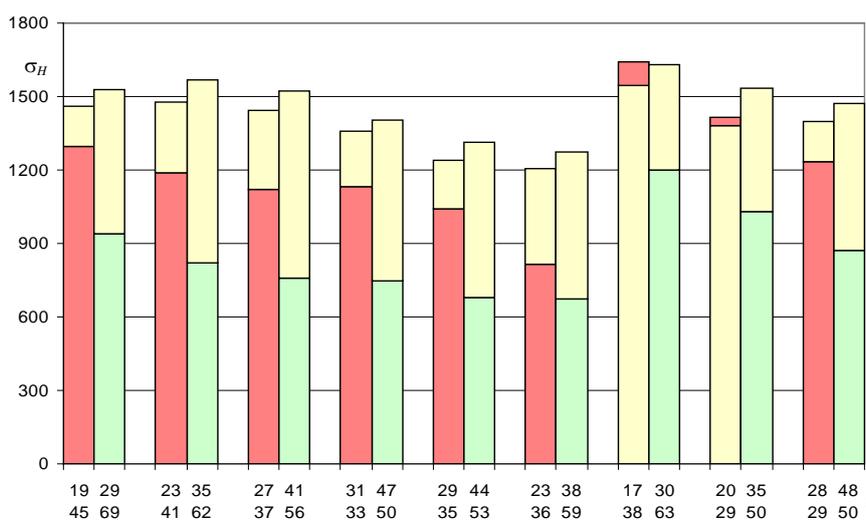


Рис. 5. Контактные напряжения в полюсах зацепления зубчатых пар серийной ( $\epsilon_\alpha < 2$ ) и опытной ( $\epsilon_\alpha > 2$ ) коробки передач трактора: ■ – расчетные контактные напряжения зубчатых пар с  $\epsilon_\alpha < 2$ ; ■ – то же с  $\epsilon_\alpha > 2$ ; ■ – допускаемые контактные напряжения

Для определения и подтверждения работоспособности изготовленных передач были проведены ускоренные стендовые испытания опытных трансмиссий и полевые испытания трактора «Беларус-1523».

Зубчатые колеса изготовлены из стали 15ХГН2ТА, цементованы и закалены до твердости поверхности зубьев 59–65 HRC, сердцевины – 29–45 HRC, точность обработки по ГОСТ 1643–81 соответствовала степени 7-6-6 Сс (шлифование), точность серийных пар – 8 Сс (шевингование). Изготовление зубчатых колес с увеличенной высотой зуба осуществляли специальными фрезами с углом исходного контура  $\alpha_0 = 15^\circ$ .

Полный комплект (17 пар) зубчатых колес с гарантированным двухпарным зацеплением был установлен в серийно выпускаемый корпус коробки передач трактора «Беларус-1523». Колесный трактор общего назначения, обеспечивающий работу машин в качестве энергетического базового средства, предназначен для возделывания и уборки пропашных и посева зерновых культур, уборки соломы и трав, транспортных работ, внесения удобрений и опрыскивания полей, сплошной культивации, боронования, пахотных работ. Механическая ступенчатая коробка передач обеспечивает 24 передачи переднего хода и 12 передач заднего хода. Серийная коробка передач состоит из шести пар прямозубых колес, одной косозубой пары с модулем  $m = 4,5$  мм и четырех прямозубых пар колес с  $m = 4,5$  мм. Прямозубые передачи имеют коэффициент торцового перекрытия в пределах  $\epsilon_\alpha = 1,3$ –1,6; косозубая пара – суммарный коэффициент перекрытия  $\epsilon_\gamma = 1,9$ . Это значит, что при  $\epsilon_\alpha = 1,5$  одна пара зубьев в протяжении шага 50 % времени работает самостоятельно и 50 % времени передает нагрузку совместно с другой парой зубьев.

Испытания трансмиссий на стендах, выполненных по схеме «с поглощением мощности», проводили на режимах нагружения, эквивалентных 10000 ч работы в эксплуатации (требуемый ресурс). Отмечена более плавная по сравнению с серийными зубчатыми передачами работа опытных зацеплений. Уровень шума на максимальных режимах нагружения был на 4–5 дБА меньше, чем в серийной трансмиссии. Замеры производили в одноименных точках корпусов серийной и опытной трансмиссий.

Для получения более полной информации были проведены испытания на стенде инерционного типа с воспроизведением нагрузок, возникающих в трансмиссии при включении муфты сцепления в объеме 30000 циклов включений (рис. 6), которые подтвердили работоспособность прямозубых цилиндрических колес с многопарным зацеплением для силовых передач тракторов.

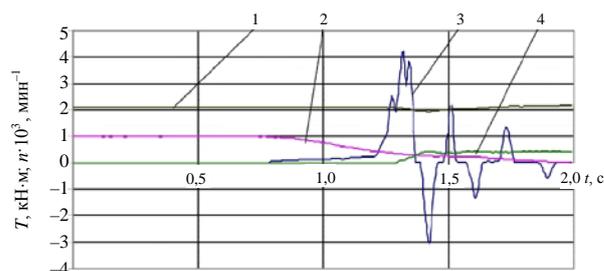


Рис. 6. Процесс включения муфты сцепления с опытной коробкой передач на стенде: 1, 4 – частота вращения вала балансирной машины и вала инерционных масс соответственно,  $n \cdot 10^3$ ,  $\text{мин}^{-1}$ ; 2 – ход рычага управления муфтой сцепления  $L_p$ ; 3 – вращающий момент на валу инерционных масс  $T$ , кН·м;  $t$  – время, с

Наработка трактора в эксплуатации за период наблюдения составила 4282 ч, из них 1520 ч трактор использовали на выполнении энергоемкой работы (пахота с четырехкорпусным оборотным навесным плугом). Карты обмеров (эвольвентограммы) шестерен коробки передач после работы в течение 5000 ч показали возможность ее дальнейшей эксплуатации.

На рис. 7 изображены фрагменты узла передач серийной (слева,  $\epsilon_\alpha < 2$ ) и опытной (справа,  $\epsilon_\alpha > 2$ ) коробок передач.



Рис. 7. Фрагменты узла передач серийной ( $\epsilon_\alpha < 2$ ) и опытной ( $\epsilon_\alpha > 2$ ) коробок передач

## ВЫВОДЫ

1. Для определения напряженного состояния зубьев разработан метод граничных эле-

ментов, заключающийся в решении плоской задачи теории упругости при помощи интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Преимуществом метода является снижение размерности задачи, существенное уменьшение объема исходных данных и повышение точности определения напряжений в местах их концентрации.

2. Методом граничных элементов получены зависимости коэффициента формы зуба и концентрации напряжений  $Y_{FS}$ , асимметрии цикла  $R$  и относительного градиента напряжений  $\bar{G}_1$  для стандартного исходного контура ( $\alpha = 20^\circ$ ) и для контуров с профильными углами  $\alpha$  в диапазоне  $14^\circ 30' - 28^\circ$ , которые позволяют выполнить сравнительный анализ напряженного состояния зубьев, изготовленных различными исходными контурами, и таким образом расширить область применения передач.

3. Разработан универсальный программно-методический комплекс для автоматизации проектирования зубчатых передач. На основе полученной методики выполнены анализ и синтез зубчатых передач многопарного зацепления коробки передач трактора «Беларус-1523».

4. Установлено, что рациональными параметрами исходного контура, обеспечивающего многопарность зацепления, являются: угол профиля  $\alpha = 20^\circ$ ; коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1,250$ ; коэффициент радиального зазора  $c^* = 0,230$ ; коэффициент радиуса кривизны переходной кривой  $\rho_f^* = 0,352$ . В зубчатых парах, выполненных указанным исходным контуром, обеспечено снижение напряжений: изгибных – на 27–45 %, контактных – на 29–35 % по сравнению с серийными.

5. Результаты экспериментальных исследований коробки передач с многопарным зацеплением шестерен на стенде, выполненном по схеме «с поглощением мощности» в объеме, эквивалентном требуемому ресурсу 10000 ч, и на стенде инерционного типа с воспроизведением динамических нагрузок, возникающих в трансмиссии при включении муфты сцепления в объеме 30000 циклов включений, показав,

ли, что шестерни находятся в работоспособном состоянии, следов повреждений и питтинга не обнаружено. Уровень шума в коробке передач с многопарным зацеплением на максимальных режимах нагружения был на 4–5 дБА меньше, чем в серийной трансмиссии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Программный комплекс расчета трансмиссий тракторов МТЗ на стадии проектирования / А. И. Шарангович [и др.] // Механика – машиностроению: сб. науч. тр. Междунар. науч.-техн. конф. «Инновации в машиностроении» и VI Междунар. симпоз. по триботехнике МСТФ 2010 ОИМ НАН Беларуси, Минск, 26–29 окт. 2010 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2010. – С. 195–198.
2. Алексеев, В. И. Обеспечение высокой надежности и ресурса редукторов авиационных двигателей // Новые технологические процессы и надежность ГТД: сб. ст. / под ред. Ю. А. Ножницкого; ЦИАМ. – М., 2006. – Вып. 6: Зубчатые передачи и подшипники ГТД. – С. 19–43.
3. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений / И. Ф. Кравченко [и др.] // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 8 (55). – С. 129–134.
4. Скойбеда, А. Т. Повышение нагрузочной способности зубчатых передач тракторов «Беларус» посредством применения многопарного зацепления / А. Т. Скойбеда, В. В. Супин // Вес. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. аграр. наук. – 2011. – № 4. – С. 115–119.
5. Стасилевич, А. Г. Создание трансмиссий тракторов «Беларус» с зубчатыми передачами многопарного зацепления / А. Г. Стасилевич, В. В. Супин // Вестник нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2011. – № 29. – С. 165–169.
6. Супин, В. В. Разработка и исследование прямозубых передач с многопарным зацеплением / В. В. Супин // Труды БГТУ. Сер. II: Лесная и деревооб. пром-сть. – 2008. – Вып. XVI. – С. 159–162.
7. Супин, В. В. Проектирование трансмиссий тракторов «Беларус» с зубчатыми передачами многопарного зацепления как фактор повышения нагрузочной способности / В. В. Супин // Труды БГТУ. Сер. II: Лесная и деревооб. пром-сть. – 2010. – Вып. XVIII. – С. 90–95.
8. Babichev, D. Analysis of Evolvent Spur Gear Vibroactivity of Tooth Friction Power / D. Babichev, A. Serebrennikov, V. Supin // Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering – KOD 2012: 7th International Symposium. – Balatonfured, Hungary, 24–26 May 2012. – P. 299–302.

Поступила 10.10.2012