

УДК 621.833

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ УДАРНОГО ВИБРОИМПУЛЬСА ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

*Кандидаты техн. наук, доценты ИШИН Н. Н., ГОМАН А. М.,
канд. техн. наук СКОРОХОВ А. С., инж. НАТУРЬЕВА М. К.*

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси

Работа зубчатых передач общемашиностроительного назначения (характеризуются относительно невысокой скоростью вращения, большими передаваемыми нагрузками и 7–9-й степенью точности изготовления) практически всегда сопровождается ударным взаимодействием сопрягающихся зубчатых профилей. Упругие деформации зубьев, погрешности шагов зацепления и монтажа приводят к мгновенному сообщению зубом шестерни зубу колеса некоторой избыточной скорости, причем преобладающим для данного типа передач является

вариант кромочного удара. Возникающий при этом ударный импульс (так для упрощения изложения ниже будет называться закон изменения во времени ударной силы) является источником упругих колебаний зубчатых приводных механизмов, используемых при вибродиагностике [1, 2]. Ударный импульс характеризуется следующими параметрами: формой (законом изменения ударной силы во времени), длительностью действия ударной силы и ее максимальным значением. Эти параметры тесно взаимосвязаны с состоянием зуб-

чатой передачи, поэтому ударные импульсы используются

в качестве диагностического сигнала для оценки технического состояния зубчатых передач и их остаточного ресурса.

Задача ударного взаимодействия цилиндрических эвольвентных зубчатых колес применительно к проблемам вибродиагностики приводных зубчатых механизмов рассматривалась в [3], однако решена не в полном объеме. В частности, фактически не была решена одна из основных проблем вибродиагностики – определение формы ударного импульса, позволяющая выявить спектральные характеристики ударного взаимодействия зубчатых колес.

Рассматриваемая в статье достаточно простая динамическая модель зубчатых передач позволяет теоретически определить длительность действия ударной силы и ее максимальное значение.

Выбор динамической модели прямозубой зубчатой передачи. Ударные импульсы характеризуются значительной величиной и малой длительностью процесса. В начальный момент удара зубьев деформации и напряжения локализуются в малых, примыкающих к площадкам контакта зубьев объемах материалов. Лишь через некоторое время возмущение распространяется по зубчатой передаче и всему приводному зубчатому механизму и в нем начинается колебательный процесс.

Общепризнанной является динамическая модель зубчатой передачи, в которой рассматриваются поперечные и крутильные колебания колес [4]. Однако в задаче удара в первом приближении можно не учитывать внешние крутящие моменты и окружные силы в зацеплении. В связи с этим принята динамическая модель, учитывающая только крутильные колебания зубчатых колес, вызванные погрешностями их изготовления и сборки. Система дифференциальных уравнений, описывающих ударное взаимодействие зубчатых колес, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 &= -Fr_{b1}; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 &= Fr_{b2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Связь между ударной силой F и сближением x_3 соударяющихся зубьев

$$x_3 = \varphi_1 r_{b1} - \varphi_2 r_{b2} \quad (2)$$

устанавливается из рассмотрения контактного взаимодействия сопряженных зубьев на основе теории Герца. Путем перехода к новой обобщенной координате x_3 , исключив угловые перемещения зубчатых колес φ_1 и φ_2 , переходим к одному нелинейному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = -\frac{F}{\mu_{np}}. \quad (3)$$

Приближенное решение задачи определения параметров ударного импульса. Точное решение задачи определения величины и формы ударного импульса интегрированием нелинейного дифференциального уравнения (3) рассмотрено в [5]. Полученные зависимости связаны с вычислением несобственных интегралов и представлением решения в виде бесконечных рядов, поэтому они затруднительны для анализа и практического применения в инженерных расчетах. Приближенное решение данной задачи, позволяющее получить достаточно простые для анализа формулы, получим следующим образом.

Используя связь [5] между контактной ударной силой F и сближением зубьев x_3

$$x_3 = -\frac{\theta}{2\pi} \frac{F}{b_w} \ln \frac{\theta e^{-0,814} F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}, \quad (4)$$

определим податливость контактного взаимодействия зубчатого сопряжения δ_k

$$\delta_k = \frac{dx_3}{dF} = -\frac{\theta}{2\pi b_w} \ln \frac{\theta e^{0,186} F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}. \quad (5)$$

Величина податливости в первом приближении принимается постоянной по своему значению, равной среднему значению функции податливости $\delta_{кр}$

$$\delta_{\text{кр}} = \frac{1}{F_{\text{max}}} \int_0^{F_{\text{max}}} \delta_{\text{к}} dF = -\frac{1}{F_{\text{max}}} \int_0^{F_{\text{max}}} \frac{\theta}{2\pi b_w} \times$$

$$\times \ln \frac{\theta e^{0,186} F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)} dF = -\frac{\theta}{2\pi b_w} \left(\ln \frac{\theta e^{0,186} F_{\text{max}}}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)} - 1 \right)$$

в промежутке изменения величины ударной силы нуля до максимального значения F_{max} . Максимальное значение ударной силы находится из решения трансцендентного уравнения

$$F_{\text{max}}^2 \ln \frac{\theta F_{\text{max}}}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) e^{0,314}} = -\frac{2\pi b_w \mu_{\text{пр}}}{\theta} v_0^2. \quad (7)$$

Скорость кромоного удара v_0 [6]

$$v_0 = \omega_2 \sqrt{2\delta a}. \quad (8)$$

В рамках принятого приближения из (5) и (6) следует линейная зависимость силы F от x_3

$$F = \frac{x_3}{\delta_{\text{кр}}}. \quad (9)$$

Тогда исходное дифференциальное уравнение удара (3) становится линейным

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = -\frac{1}{\delta_{\text{кр}} \mu_{\text{пр}}} x_3. \quad (10)$$

Коэффициент в правой части уравнения (10) при x_3 представляет собой квадрат собственной частоты ω_3^2 линеаризованной динамической модели ударного взаимодействия зубчатых колес

$$\omega_3^2 = \frac{1}{\delta_{\text{кр}} \mu_{\text{пр}}}. \quad (11)$$

С учетом (8) уравнение (7) представим следующим образом:

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} + \omega_3^2 x_3 = 0. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) при начальных условиях: $t = 0$; $x_3 = 0$; $\dot{x}_3 = v_0$ имеет вид

$$x_3 = \frac{v_0}{\omega_3} \sin \omega_3 t. \quad (13)$$

После подстановки (10), (12) в (8) определяется форма ударного импульса

$$F = v_0 \sqrt{\frac{\mu_{\text{пр}}}{\delta_{\text{кр}}}} \sin \omega_3 t, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (14)$$

Как видно из (14), закон изменения ударной силы во времени описывается полуволевой синусоиды, а приближенное максимальное значение ударной силы и времени ее действия:

$$F_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{\mu_{\text{пр}}}{\delta_{\text{кр}}}}; \quad T = \frac{\pi}{\omega_3}. \quad (15)$$

График изменения ударной силы во времени, рассчитанной по приближенной методике для образцов зубчатых колес [5], а также его сравнение с результатами, полученными там же по точной методике, показан на рис. 1.

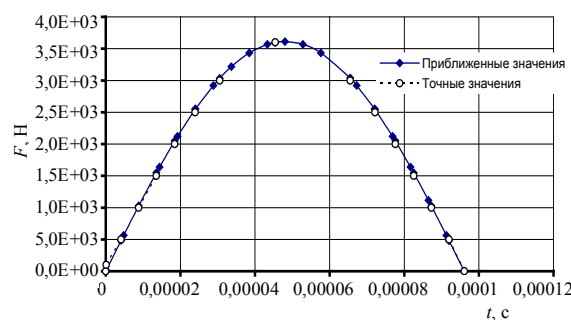


Рис. 1. График изменения ударной силы за время ударного взаимодействия зубьев

Экспериментальные исследования. Результаты теоретических исследований были проверены путем проведения тензометрирования зубчатого зацепления при стендовых испытаниях прямозубых зубчатых колес на скоростных и нагрузочных режимах работы, принятых при проведении расчетов. Испытания проводились на универсальном испытательном стенде СИ-6 с разомкнутым потоком мощности [7]. На рис. 2 приведены осциллограммы нагруженности зуба ведомого колеса при частоте вращения ведущей шестерни: а) при $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$; б) при $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$ и нагрузке $T_1 = 120 \text{ Н·м}$. Развертка луча осциллографа на рис. 2а равна $0,10 \text{ с/м}$, на рис. 2б – $0,05 \text{ с/м}$.

Первая полуволева нагруженности зуба представляет собой ударный импульс, возникающий при входе зуба в зацепление. Последующие изменения нагруженности зуба соответ-

ствуют динамическому колебательному процессу масс зубчатых колес на жесткости зацепления.

При $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$ полная нагрузка на зубе $F_{\text{полн}} = 4900 \text{ Н}$, включающая статическую $F_{\text{ст}} = 2000 \text{ Н}$ и силу удара $F_{\text{мах}} = 2900 \text{ Н}$ (определенную с помощью тарировочного графика как превышение полной нагрузки над статической).

Сопоставление результатов эксперимента и расчета показывает, что относительные расхождения в определении величины ударного импульса и времени удара составляют соответственно:

$$\Delta F_{\text{мах}} = \frac{|2900 - 3611|}{2900} \cdot 100 \% = 24,4 \%;$$

$$\Delta T = \frac{|0,909 \cdot 10^{-4} - 0,985 \cdot 10^{-4}|}{0,985 \cdot 10^{-4}} \cdot 100 \% = 7,7 \%.$$

Как видно, расчетные значения имеют вполне удовлетворительную для инженерных расчетов точность.

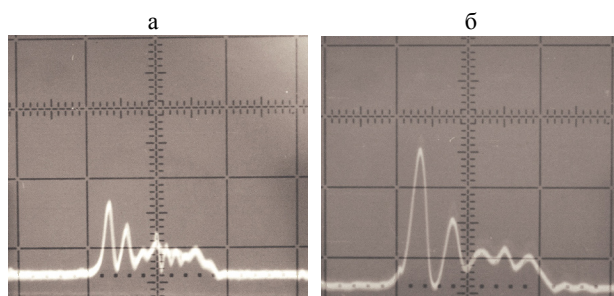


Рис. 2. Ударный импульс на осциллограмме нагруженности зуба при нагрузке $T_1 = 120 \text{ Н·м}$:
а – $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$; б – 1500 мин^{-1}

ВЫВОДЫ

1. Предложены простые зависимости, позволяющие с достаточной для инженерных расчетов точностью оценить параметры ударных импульсов, возникающих в зацеплении при пересопряжении зубьев. Сопоставление результатов расчета их параметров, определенных с использованием приближенных зависимостей, с экспериментально полученными данными показывает, что выполненные на их основе расчеты имеют погрешность, не превышающую 25 %.

2. Приведенное решение задачи ударного взаимодействия прямозубых зубчатых колес

может быть в дальнейшем использовано для эффективного осуществления диагностики технического состояния зубчатых приводных механизмов в процессе эксплуатации.

Обозначения и сокращения

I_1, I_2 – моменты инерции зубчатых колес;

φ_1, φ_2 – угловые перемещения зубчатых колес, вызванные деформациями зубчатых сопряжений;

$\ddot{\varphi}_1 = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2}, \ddot{\varphi}_2 = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}$ – угловые ускорения зубчатых колес;

$F = F(t)$ – закон изменения во времени ударной силы;

T – время действия ударной силы;

t – произвольный момент времени ($t = 0$ – начало отсчета ударного процесса);

r_{b1}, r_{b2} – радиусы основных окружностей колес;

x_3 – сближение соударяющихся зубьев;

$\ddot{x}_3 = \frac{d^2x_3}{dt^2}$ – ускорения зубьев в их относительном движении в процессе удара;

$\mu_{\text{пр}} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$ – приведенная масса колес зубчатой передачи;

$\mu_1 = \frac{I_1}{r_{b1}^2}, \mu_2 = \frac{I_2}{r_{b2}^2}$ – приведенные к радиусам основных окружностей массы шестерни и колеса;

$\theta = \frac{4(1-\nu^2)}{E}$ – константа материала зубчатых колес,

ν – коэффициент Пуассона;

b_w – ширина зубчатого венца;

ρ_1 – радиус кривизны профиля ведущего зуба в теоретической точке начала зацепления;

ρ_2 – радиус кривизны ведомого зуба в вершине;

δ_k – податливость контактного взаимодействия зубчатого сопряжения;

v_0 – скорость кромочного удара;

ω_2 – угловая скорость ведомого колеса;

$\delta = w_0 + \Delta t_0$ – приведенная ошибка шага зубьев;

w_0 – сближение по нормали неударяющейся пары зубьев в момент входа зуба в зацепление;

Δt_0 – превышение основного шага ведомого колеса над основным шагом ведущего;

$a = \rho_2(\rho_1 + \rho_2)/\rho_1$ – параметр;

ω_3^2 – квадрат собственной частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений / И. Ф. Кравченко [и др.] // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 8 (55). – С. 129–134.

2. **Barzdaitis, M.** Diagnostics practice of heavy duty high speed gear transmissions / M. Barzdaitis, P. Mažeika // *Mechnika*. – Kaunas: Technologija, 2010. – No. 1 (81). – P. 58–61.

3. **Павлов, В. Б.** Акустическая диагностика механизмов / В. Б. Павлов. – М.: Машиностроение, 1971. – 224 с.

4. **Вибрации** в технике: справ.: в 6 т. – Т. 3 / под ред. Ф. М. Диментберга, К. С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – 544 с.

5. **Ишин, Н. Н.** Исследование параметров ударного импульса в зубчатом зацеплении прямозубых цилиндрических зубчатых колес / Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Ско-

роходов // *Механика машин, механизмов и материалов*. – 2011. – № 3 (16).

6. **Абрамов, Б. М.** Колебания прямозубых зубчатых колес / Б. М. Абрамов. – Харьков: ХГУ, 1968. – 175 с.

7. **Берестнев, О. В.** Самоустанавливающиеся зубчатые колеса / О. В. Берестнев. – Минск: Навука і тэхніка, 1983. – 310 с.

Поступила 30.06.2011