

Повышение точности определения параметров движения объекта на основе априорной информации

Докт. техн. наук, проф. А. А. Лобатый¹⁾, асп. П. В. Холод¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

Реферат. Статья посвящена задаче обоснования различных методов повышения точности определения параметров движения наземного объекта (НО) с помощью аппаратуры, установленной на борту беспилотного летательного аппарата (БЛА), основанных на комплексном использовании информации, поступающей как с бортовых систем видеонаблюдения, так и основанной на рассмотрении априорных стохастических математических моделей движения НО. На основе анализа математических моделей бортовых систем видеонаблюдения обоснован общий вид стохастической математической модели измерителя параметров движения НО. Сделано обоснование стохастической динамической математической модели изменения параметров движения НО, основанной на возможности априорного получения экспериментальных данных о движении НО в типовых условиях с последующей статистической обработкой полученных результатов. Проведено сведение прикладной задачи слежения за НО к ее классической постановке с различными вариантами представления в математической форме. Рассмотрены различные варианты решения задачи оценивания параметров движения НО в зависимости от ее постановки при наличии измерений. Приведены различные полученные аналитически решения данной задачи, основанные на соответствующих обоснованных критериях качества. В соответствии с этими критериями приведены алгоритмы комплексной обработки априорной и апостериорной информации о движении НО. Проведена оценка возможных ошибок оценивания параметров движения НО, вызванных методически неправильной постановкой задачи. Разработана компьютерная модель, на основе которой проведено исследование полученных аналитическими методами алгоритмов обработки на борту БЛА информации о параметрах движения НО. Приведенные графические зависимости наглядно показывают качественные и количественные изменения оцениваемых параметров и возможных ошибок оценивания в различных условиях. Полученные результаты предоставляют исследователям возможность на этапе предварительного проектирования бортовых систем БЛА обосновывать некоторые основные требования к элементам беспилотного авиационного комплекса, выполняющим задачи управления БЛА и формирования оптимальной траектории его полета при сопровождении НО.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, наземный объект, математическая модель, измеритель, процесс, критерий оценивания

Для цитирования: Лобатый, А. А. Повышение точности определения параметров движения объекта на основе априорной информации / А. А. Лобатый, П. В. Холод // *Наука и техника*. 2025. Т. 24, № 5. С. 343–349. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-5-343-349>

Improving the Accuracy of Determining the Parameters of the Movement of an Object Based on A Priori Information

A. A. Lobaty, P. V. Kholod

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The article is dedicated to the problem of substantiating various methods for increasing the accuracy of determining the parameters of ground object (GO) motion using equipment installed on board of an unmanned aerial vehicle (UAV),

Адрес для переписки

Лобатый Александр Александрович
Белорусский национальный технический университет
просп. Независимости, 65/11,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 29 346-82-56
lobaty@bntu.by

Address for correspondence

Address for correspondence:
Lobaty Alexander A.
Belarusian National Technical University
65/11, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 29 346-82-56
lobaty@bntu.by

based on the integrated use of information coming from both on-board video surveillance systems and information based on the consideration of a priori stochastic mathematical models of GO motion. Based on the analysis of mathematical models of on-board video surveillance systems, a general form of the stochastic mathematical model of the GO motion parameter measurer is substantiated. A stochastic dynamic mathematical model of changing GO motion parameters is substantiated, based on the possibility of a priori obtaining experimental data on GO motion under typical conditions with subsequent statistical processing of the obtained results. The applied problem of GO tracking was reduced to its classical formulation with various options for representing it in mathematical form. Various options for solving the problem of estimating GO motion parameters are considered depending on its formulation in the presence of measurements. A number of analytically obtained solutions to this problem are presented, based on the corresponding substantiated quality criteria. In accordance with these criteria, the corresponding algorithms for the complex processing of a priori and a posteriori information on the motion of the GO are presented. An assessment of possible errors in estimating the parameters of the GO motion caused by a methodologically incorrect formulation of the problem has been carried out. A computer model has been developed, on the basis of which a study of the algorithms for processing information on the parameters of the GO motion on board the UAV obtained by analytical methods has been carried out. The given graphical dependencies clearly show the qualitative and quantitative changes in the estimated parameters and possible estimation errors in various conditions. The obtained results provide researchers with the opportunity, at the stage of preliminary design of on-board UAV systems to justify some basic requirements for the elements of the unmanned aircraft complex that perform the tasks of controlling the UAV and forming the optimal trajectory of its flight when tracking the GO.

Keywords: unmanned aerial vehicle, ground object, mathematical model, measuring device, process, evaluation criterion

For citation: Lobaty A. A., Kholod P. V. (2025) Improving the Accuracy of Determining the Parameters of the Movement of an Object Based on A Priori Information. *Science and Technique*. 24 (5), 343–349. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-5-343-349> (in Russian)

Введение

Среди различных известных задач, решаемых беспилотными летательными аппаратами (БЛА), следует выделить задачу слежения за движущимися наземными объектами (НО) с помощью аппаратуры, установленной на борту БЛА. Эта задача имеет в настоящее время широкое распространение как в военной сфере, так и в других областях (например, наблюдение с помощью БЛА за перемещением животных). При этом система (аппаратура) наблюдения (видеокамера), установленная на борту БЛА, в ряде случаев не обладает достаточной точностью при слежении за НО, имеющим на фоне окружающей земной поверхности слабую заметность при движении по траектории, которая может изменяться случайным образом.

От точности определения координат НО зависят формирование закона управления и характер траектории автоматически управляемого БЛА, сопровождающего НО [1]. Успешное решение этой задачи в первую очередь зависит от технических возможностей аппаратуры, установленной на БЛА, способности ее распознавать НО и следить за ним на фоне земной поверхности с учетом сложных условий наблюдения: атмосферных осадков, слабой освещенности и других факторов. Такая оптико-электронная аппаратура является дорогостоящей даже по сравнению со стоимостью самого БЛА

и его автопилота, поэтому требуется обеспечение безопасных условий ее применения с помощью беспилотного авиационного комплекса. В то же время установленные на борту БЛА современные недорогие миниатюрные информационные системы обладают большими возможностями по обработке текущей информации, поступающей из различных источников в аппаратуру БЛА, с учетом имеющихся априорных данных, характеризующих закономерности движения НО, возможные ошибки измерителей, другую информацию. Это предоставляет возможность при комплексном использовании на борту БЛА априорной и апостериорной (полученной путем измерений) информации повысить точность определения координат движущегося наземного объекта и повысить эффективность применения БЛА при сопровождении НО.

Математическая модель процесса оценивания параметров движения НО

Математические модели систем видеонаблюдения достаточно изучены и исследованы [2–4]. Точность измерения положения подвижного объекта на земной поверхности (каждая из его прямоугольных координат) определяется техническими возможностями бортовых видеосистем в конкретных условиях применения.

Ошибки этих систем зависят от многих факторов, имеющих различную физическую природу и, как правило, случайную составляющую.

С учетом возможных приближений и допущений применительно к каждой конкретной задаче математическая модель вектора наблюдений $Z(t)$ за координатами НО $X(t)$ представляется в следующем виде:

$$Z(t) = C(X, t) + \eta(t), \quad (1)$$

где $C(X, t)$ – нелинейная функция; $\eta(t)$ – случайная функция, характеризующая ошибки измерений («цветной шум»).

Математическая модель оцениваемого процесса $X(t)$ может быть получена на основе априорных многократных наблюдений за поведением типового наземного объекта (например, животного), который движется по случайной траектории, имеющей свои закономерности, обусловленные целевой установкой поведения НО, его скоростными и маневренными возможностями. Путем статистической обработки результатов априорных измерений, полученных в течение ограниченного интервала времени (считаем, что все полученные экспериментально реализации возможных траекторий движения НО находятся в каждый текущий момент времени внутри интервала 6σ , σ – среднее квадратичное отклонение), можно построить стохастическую динамическую модель изменения координаты перемещения НО по земной поверхности. Пример решения подобной задачи приведен в [5].

Разработанная таким образом математическая модель изменения траектории движения НО может быть использована для корреляционного анализа или для кратковременного прогноза движения НО при отсутствии текущих измерений.

Априорная математическая модель оцениваемого процесса имеет вид

$$\dot{X}(t) = \varphi_1(X, U, t) + \mu(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (2)$$

где $\varphi_1(X, U, t)$ – векторная функция; $U(t)$ – вектор управлений; $\mu(t)$ – случайная функция, характеризующая неопределенности, оказывающие влияние на эволюцию $X(t)$, в виде априорных методических ошибок (неопределенно-

стей) описания математической модели процесса $X(t)$.

Путем расширения вектора состояния $X = [X_1, X_2]^T$ математическую модель процесса $X(t)$ можно преобразовать к виду [6]:

$$\dot{X}(t) = \varphi(X, U, t) + \xi(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (3)$$

где $\xi(t)$ – вектор белых шумов (возмущений) с матрицей интенсивностей $G(t)$;

$$\varphi(X, U, t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(X, U, t); \\ \varphi_2(X_1, X_2, t); \end{bmatrix} \quad \xi(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_2 \end{bmatrix};$$

$$\dot{X}_2(t) = \varphi_2(X_2, t) + \xi_2(t).$$

Аналогичным образом путем расширения вектора состояния при инерционном измерителе математические модели измеряемого (оцениваемого) процесса $X(t)$ и измерителя $Z(t)$ могут быть сведены к классической форме. С учетом линеаризации нелинейных функций модели измерителя $Z(t)$ и процесса $X(t)$ имеют вид [6, 7]:

$$Z(t) = C(t)X(t) + \zeta(t); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= D(t)X(t) + W(t)U(t) + H(t)\xi(t); \\ X(t_0) &= X_0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $C(t)$, $D(t)$, $W(t)$, $H(t)$ – матрицы коэффициентов; $\zeta(t)$ – вектор белого шума с матрицей интенсивности $Q(t)$.

Обоснованность рассмотрения в математических моделях (4)–(5) аддитивных белых шумов основана на ограниченности полосы пропускания $\Delta\omega$ входных сигналов аппаратуры, установленной на борту БЛА, что при определенных условиях дает возможность рассматривать в пределах $\Delta\omega$ значения спектральной плотности случайного входного сигнала $S_z(\omega)$, равной постоянному значению, зависящему от $Q(t)$. Следовательно, это позволяет при математическом моделировании измерителя случайного сигнала $Z(t)$ рассматривать постоянную $S_z(\omega)$ во всем возможном диапазоне частот от $-\infty$ до ∞ , что свойственно белому шуму (бесконечный спектр).

Таким образом, с точки зрения математической статистики имеем задачу обработки

данных измерений (наблюдений) с целью уменьшения влияния случайных факторов (ошибок) [6].

Оптимальное оценивание случайного процесса

Точное решение задачи оптимального оценивания получается только для случаев, когда математические модели измерителя и процесса заданы в линейной форме. Для нелинейных систем применяют различные методы линеаризации [6, 7].

Для получения оптимальной (наилучшей из возможных) оценки $\hat{X}(t)$ случайного процесса $X(t)$ при наличии измерений $Z(t)$ задается критерий оптимизации, как правило, в виде среднего квадрата ошибки оценивания

$$M \left[\left(\hat{X}(t) - X(t) \right)^2 \right] \rightarrow \min, \quad (6)$$

где $M[\dots]$ – символ операции математического ожидания (осреднения).

Используя интегральное уравнение Винера–Хопфа [7], связывающее корреляционные функции входного и выходного сигналов через весовую (импульсную) функцию системы (фильтра) для измерителя и процесса, описываемых выражениями (4)–(5), получают алгоритм оптимального оценивания, называемый фильтром Калмана (Калмана–Бьюси) вида [8]

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= D(t)\hat{X}(t) + W(t)U(t) + \\ &+ R(t)C^T(t)Q^{-1}(t)[Z(t) - C(t)\hat{X}(t)], \\ \hat{X}(t_0) &= M[X_0], \end{aligned} \quad (7)$$

где $R(t)$ – апостериорная корреляционная матрица ошибок оценивания, векторное дифференциальное уравнение для которой имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{R}(t) &= D(t)R(t) + R(t)D^T(t) + \\ &+ H(t)G(t)H^T(t) - R(t)C^T(t)Q^{-1}(t)C(t)R(t), \\ R(t_0) &= R_0. \end{aligned} \quad (8)$$

В большинстве практических задач оцениваемый случайный процесс подчиняется гауссовому (нормальному) распределению на основании центральной предельной теоремы теории вероятностей. В этом случае в качестве критерия оптимизации может рассматриваться мак-

симум апостериорной плотности вероятности $\hat{f}(X, t)$. При этом в качестве оптимальной оценки вектора состояния $\hat{X}(t)$ принимают такое ее значение, при котором условная плотность вероятности $f(X|Z)$ имеет максимальное значение (критерий МАВ):

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\text{МАВ}}(t) &= \operatorname{argmax}_X \hat{f}(X, t) = \\ &= \operatorname{argmax}_X f(X|Z). \end{aligned} \quad (9)$$

Эволюция функции $f(X|Z)$ для моделей процесса и измерителя (4)–(5) описывается уравнением Стратоновича – Кушнера для апостериорной плотности вероятности [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{f}(X, t)}{\partial t} &= -\nabla_x^T \hat{\pi}(X, t) - \\ &- \frac{1}{2} \left[\rho(\hat{X}, Z, t) - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\hat{X}, Z, t) \hat{f}(X, t) dX \right] \hat{f}(X, t), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\pi}(X, t) &= A(X, t)\hat{f}(X, t) - \\ &- \frac{1}{2} \left[\nabla_x^T (B^T(X, t)\hat{f}(X, t)) \right]^T; \end{aligned} \quad (11)$$

∇_x – векторный оператор дифференцирования, который имеет вид: $\nabla_x^T = [\partial/\partial x_1 \dots \partial/\partial x_n]$; n – размерность вектора $X(t)$; $\rho(\hat{X}, Z, t)$ – функция невязки, вычисляемая по формуле

$$\begin{aligned} \rho(\hat{X}, Z, t) &= \\ &= [Z(t) - C(\hat{X}(t))]^T Q^{-1}(t) [Z(t) - C(\hat{X}, t)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставив в выражения (10)–(12) формулу для гауссовой плотности вероятности $f(X|Z)$ и используя известные интегральные формулы теории вероятностей для определения математического ожидания и корреляционной функции, получаем выражения для оптимальной оценки $\hat{X}(t)$. В работе [9] приведены эти выражения, которые имеют такой же вид (7)–(8), как и для критерия оптимизации (6).

Фильтр Калмана производит апостериорную оценку процесса $X(t)$ (формула (7)) и апостериорный корреляционный анализ математических моделей процесса $X(t)$ и измерителя $Z(t)$.

В общем случае фильтр Калмана дает возможность уменьшить влияние шумов измерителя путем учета (прогноза) эволюции оцениваемого процесса $X(t)$ в условиях, когда шумы измерителя $\zeta(t)$ существенно преобладают над шумами $\xi(t)$ математической модели процесса $X(t)$.

При наличии адекватных математических моделей оцениваемого процесса и нескольких его измерителей в работе [10] предложен критерий оптимального оценивания, названный максимумом апостериорного правдоподобия (МАП):

$$\hat{X}_{\text{МАП}}(t) = \underset{\hat{X}}{\operatorname{argmax}} f(X|\hat{X}). \quad (13)$$

Критерий (13) и полученное на основе его применения выражение для оптимальной оценки следует из известной формулы Байеса

$$f(X|Z)f(Z) = f(Z|X)f(X). \quad (14)$$

При гауссовой аппроксимации условной апостериорной плотности вероятности $f(X|\hat{X})$ в соответствии с выражениями (15)–(16) апостериорные оценки процесса и его корреляционной функции в соответствии с критерием МАП для m независимых наблюдений $z_k(t)$ и m фильтров Калмана ($k = \overline{1, m}$) вычисляются по формулам [10]:

$$\hat{x}_{\text{МАП}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \hat{x}_k; \quad \hat{R}_{\text{МАП}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m R_k. \quad (15)$$

Оптимальное оценивание при отсутствии адекватных математических моделей

При решении практических задач оптимального оценивания (фильтрации) результат определяется тем, насколько адекватны математические модели измерителя и процесса их реальным физическим аналогам [11]. Необходимо учитывать, что математические модели процессов $X(t)$ и $Z(t)$ могут отличаться от их реальных физических представлений по причине их неточной структурной и параметрической идентификации, что может приводить к значительным методическим ошибкам фильтрации. В работе [12] показано, как такое несоответствие приводит к ошибкам оценивания (расхождению фильтра).

Анализ рассмотренных выше критериев оценивания и соответствующих им алгоритмов фильтрации показывает, что при отсутствии адекватной математической модели процесса $X(t)$ целесообразно в качестве критерия оценивания рассматривать условную плотность вероятности множества измерений при фиксированном $X(t)$. Такой критерий носит название максимума правдоподобия (МП) [6]

$$\hat{X}_{\text{МП}}(t) = \underset{X}{\operatorname{argmax}} f(Z|X). \quad (16)$$

В соответствии с критерием (13) оптимальная оценка процесса $X(t)$ вычисляется по формуле [13]

$$\hat{X}_{\text{МП}}(t) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m Z_k(t), \quad (17)$$

где m – количество измерителей процесса; $z_k(t)$ – выходной сигнал k -го измерителя.

Для реализации алгоритма оценивания в соответствии с критерием (16) необходимо иметь более одного измерителя при наблюдении за объектом.

Для наглядной иллюстрации справедливости сделанных выше теоретических выводов и заключений проведем математическое моделирование в компьютерной среде Matlab-Simulink простейшего процесса фильтрации (оценивания). Необходимо заметить, что при компьютерном моделировании случайных процессов типа белого шума (с бесконечным спектром) следует учитывать то обстоятельство, что теоретически получить такой процесс с помощью «датчика псевдослучайных чисел» на цифровом компьютере невозможно. Однако, несмотря на это обстоятельство, полученные результаты, как правило, вполне приемлемы при решении прикладных инженерных задач, позволяющих делать ряд допущений и приближений по сравнению со строгими математическими выкладками [14, 15].

Для наглядности рассмотрим линейные одномерные математические модели оцениваемого процесса и измерителя вида (4)–(5), в которых зададим: $C(t) = 1$; $D(t) = -2$; $W(t) = 1$; $U(t)$ – гармоническая функция времени, $H(t) = 1$. Интенсивности белых шумов следующие: $G(t) = 0,0025$; $Q(t) = 0,001$.

На рис. 1 представлены результаты моделирования.

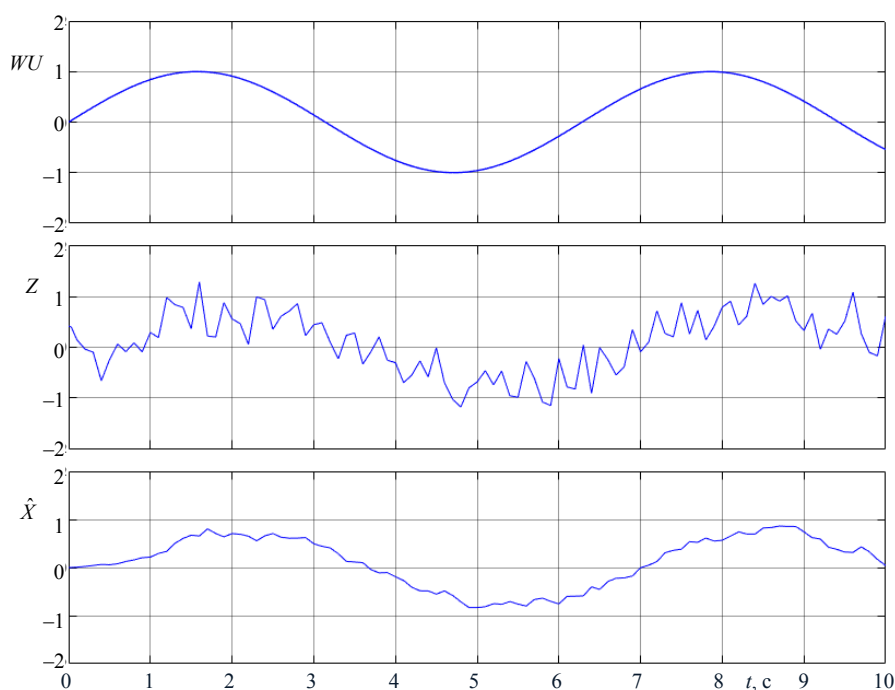


Рис. 1. Результаты моделирования в компьютерной среде Matlab-Simulink простейшего процесса фильтрации (оценивания)

Fig. 1. Results of Matlab-Simulink simulation of a simple filtering (estimation) process

ВЫВОДЫ

1. При разработке алгоритмов оценивания (фильтрации) параметров движения объекта с помощью алгоритмов, основанных на комплексной обработке априорной и апостериорной информации о параметрах движения объекта, необходимо учитывать методические ошибки, возникающие при математическом описании оцениваемого процесса и его измерителя, которые обусловлены неадекватностью математических моделей их физическим оригиналам.

2. Задача алгоритмической (калмановской) фильтрации требует тщательной структурной и параметрической идентификации математических моделей оцениваемого процесса и измерителя. При отсутствии адекватных математических моделей точность оценивания может быть повышена путем применения дополнительных измерителей и их комплексированием, что обосновано соответствующими критериями оценивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобатый, А. А. Управление беспилотным летательным аппаратом при сопровождении подвижного наземного объекта / А. А. Лобатый, П. В. Холод // Системный анализ и прикладная информатика. 2025. № 1. С. 21–26.
2. Обработка изображений в авиационных системах технического зрения / Л. Н. Костишкин, В. С. Гуров, Е. Р. Муратов [и др.]; ред. Л. Н. Костишкина, М. Б. Никифорова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. 240 с.
3. Молчанов, А. С. Математическое моделирование цифровых оптико-электронных систем военного назначения при проведении государственных летных испытаний / А. С. Молчанов, Е. В. Чаусов // Технологии разработки и отладки сложных технических систем: сб. материалов VI Всерос. науч.-практ. конф, Москва, 27–28 марта 2019 г. М.: Моск. гос. техн. ун-т имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2019. С. 149–158.
4. Шейников, А. А. Точность определения координат беспилотного летательного аппарата с навигационным комплексом, включающим оптико-электронную систему позиционирования / А. А. Шейников, А. М. Коваленко, А. А. Санько // Научный вестник МГТУ ГА. 2023. Т. 26, № 1. С. 81–94.
5. Моделирование заторов с использованием данных от блютуз-датчиков о транспортном потоке / Д. В. Навой, А. А. Лобатый, Д. В. Капский, С. А. Ляпин // Информационные и интеллектуальные технологии на транспорте: сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф. Липецк, 2022. С. 171–177.
6. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб.: в 5 т. 2-е изд., перераб.

- и доп. / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ имени Н. Э. Баумана, 2004. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. 640 с.
8. Синицин, И. Н. Фильтры Калмана и Пугачева / И. Н. Синицин. М.: Ун-тская кн., 2006. 640 с.
 9. Лобатый, А. А. Оптимальное оценивание случайного процесса по критерию максимума апостериорной вероятности / А. А. Лобатый, Ю. Ф. Яцына, Н. Н. Арефьев // Системный анализ и прикладная информатика. 2016. № 1. С. 35–41.
 10. Лобатый, А. А. Особенности построения алгоритмов оценивания параметров многомерных случайных процессов / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай // Системный анализ и прикладная информатика. 2020. № 1. С. 24–31.
 11. Лобатый, А. А. Оценка навигационных параметров подвижного объекта в условиях многорежимности / А. А. Лобатый, А. С. Бенкафо // Доклады БГУИР. 2014. № 4 (82). С. 52–58.
 12. Лобатый, А. А. Особенности применения фильтров Калмана–Бьюси в комплексах ориентации и навигации / А. А. Лобатый, А. С. Бенкафо // Доклады БГУИР. 2013. № 5 (75). С. 67–71.
 13. Сейдж, Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс. М.: Связь, 1976. 496 с.
 14. Тюрин, Ю. Н. О проверке датчиков случайных чисел / Ю. Н. Тюрин, В. Э. Фигурнов // Теория вероятности и ее применение. 1990. Т. 35, вып. 1. С. 156–161.
 15. Shestakov, A. L. Об измерении белого шума / A. L. Shestakov, G. A. Sviridyuk // Вестник. ЮУрГУ. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2012. Вып. 13. С. 99–108.
 4. Sheinikov A. A., Kovalenko A. M., Sanko A. A. (2023) Accuracy of Determining the Coordinates of an Unmanned Aerial Vehicle with a Navigation System Including an Optical-Electronic Positioning System. *Nauchnyi Vestnik MGTU GA = Civil Aviation High Technologies*, 26 (1), 81–94.
 5. Navoy D. V., Lobaty A. A., Kapsky D. V., Lyapin S. A. (2022) Modeling Traffic Jams Using Data from Bluetooth Sensors on Traffic Flow. *Infokommunikatsionnye in i telektual'nye tekhnologii na transporte: sb. st. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* [Infocommunication and Intelligent Technologies in Transport: Collection of Articles of the International Scientific and Practical Conference]. Lipetsk, 171–177 (in Russian).
 6. Aleksandrov A. G., Artem'ev V. M., Afanas'ev V. I., Ashimov A. A., Beloglazov I. I., Bukov V. N. [et al.] (1987) *Handbook of Automatic Control Theory*. Moscow, Nauka Publ. 712 (in Russian).
 7. Pupkov K. A., Egupov N. D., Barkin A. I., Voronov E. M., Kon'kov V. G., Korniyushin Yu. P. [et al.] (2004) *Methods of Classical and Modern Automatic Control Theory. Vol. 2: Statistical Dynamics and Identification of Automatic Control Systems*. Moscow, Publishing House of Bauman Moscow State Technical University. 640 (in Russian).
 8. Sinitsyn I. N. (2006) *Kalman and Pugachev Filters*. Moscow, Universitetskaya Kniga Publ. 640 (in Russian).
 9. Lobaty A. A., Yatsyna Yu. F., Arefyev N. N. (2016) Optimal Estimation of a Random Process by the Criterion of Maximum A Posteriori Probability. *Sistemny Analiz i Prikladnaya Informatika = System Analysis and Applied Information Science*, (1), 35–41 (in Russian).
 10. Lobaty A. A., Bumai A. Yu. (2020) Features of Constructing Algorithms for Estimating Parameters of Multivariate Random Processes. *Sistemny Analiz i Prikladnaya Informatika = System Analysis and Applied Information Science*, 2020, (1), 24–31 (in Russian).
 11. Lobaty A. A., Benkafo A. S. (2014) Evaluation of Navigation Parameters of a Moving Object in Multi-Mode Conditions. *Doklady BGUIR*, (4), 52–58 (in Russian).
 12. Lobaty A. A., Bencafo A. S. (2013) Features of the Application of Kalman-Bucy Filters in Orientation and Navigation Systems. *Doklady BGUIR*, (5), 67–71 (in Russian).
 13. Sage A., Melsa J. (1971) *Estimation Theory with Applications to Communication and Control*. New York, McGraw-Hill.
 14. Tyurin Yu. N., Figurnov V. E. (1991) On the Testing of Random Number Generators. *Teoriya Veroyatnosti i Eyo Primenenie = Theory of Probability and its Applications*, 35 (1). <https://doi.org/10.1137/1135022>.
 15. Shestakov A. L., Sviridyuk G. A. (2012) On Measuring White Noise. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematicheskoe Modelirovanie i Programirovanie = Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modeling and Programming*, (13), 99–108 (in Russian).

Received: 04.06.2025

Accepted: 07.08.2025

Published online: 30.09.2025

REFERENCES