

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-4-327-338>

УДК 620.9:681.5:628.1:519.876.5

Многоуровневая стратегия размещения измерительных устройств в инженерных системах с распределенной нагрузкой на основе иерархического и кластерного анализа

Канд. техн. наук, доц. А. А. Капанский¹⁾, док. техн. наук, проф. Н. В. Грунтович¹⁾

¹⁾Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого
(Гомель, Республика Беларусь)

Реферат. Построение цифровой модели «умного города» в условиях стремительного развития технической инфраструктуры требует эффективных методов мониторинга и управления инженерными системами. Одной из ключевых задач является оптимизация размещения измерительных устройств в таких системах, как водо- и энергоснабжение, включая газ, электричество и теплоту. В условиях ограниченных финансовых ресурсов и необходимости обеспечения высокой точности мониторинга важно учитывать не только географическое распределение потребителей, но и интенсивность их нагрузки. Это особенно актуально для управления распределенными техническими системами, где необходимо минимизировать затраты на оборудование, обеспечивая при этом полный охват сети и своевременное выявление аномалий. Целью данного исследования является разработка методологии оптимального размещения измерительных устройств в инженерных системах, учитывающей как пространственное положение потребителей, так и их нагрузку. В работе используется многоуровневая стратегия анализа с применением метода Уорда для иерархической кластеризации и алгоритма k -средних. На основе предложенной методологии на примере системы водоснабжения Гомеля выделены четыре территориальных кластера, на основе которых пропорционально вкладу потребления распределены 20 датчиков давления. В статье показано, как с помощью многопараметрической кластеризации можно определить оптимальные центры размещения измерительных устройств, которые ориентируются на более мощных потребителей, при этом учитывая географическое распределение объектов в целом. Разработанный подход позволяет эффективно распределять измерительные устройства с учетом реальной загрузки объектов в системе и их географического положения, что обеспечивает наилучший охват территории в условиях ограниченного количества оборудования. Приведенный в статье подход может быть адаптирован для различных технических систем, обеспечивая универсальность и гибкость применения.

Ключевые слова: многопараметрическая кластеризация, оптимизация размещения, измерительные устройства, распределенная нагрузка, географическое распределение, центроиды, алгоритм k -средних, инженерные системы, мониторинг, цифровая модель

Для цитирования: Капанский, А. А. Многоуровневая стратегия размещения измерительных устройств в инженерных системах с распределенной нагрузкой на основе иерархического и кластерного анализа / А. А. Капанский, Н. В. Грунтович // *Наука и техника*. 2025. Т. 24, № 4. С. 327–338. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-4-327-338>

Multi-Level Strategy for Placement of Measuring Devices in Engineering Systems with Distributed Loads Based on Hierarchical and Cluster Analysis

A. A. Kapanski¹⁾, N. V. Hruntovich

¹⁾Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi (Gomel, Republic of Belarus)

Abstract. Building a digital model of a “smart city” in the context of rapid development of technical infrastructure requires effective methods for monitoring and managing engineering systems. One of the key tasks is to optimize the placement

Адрес для переписки

Капанский Алексей Александрович
Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого
просп. Октября, 48,
246029, г. Гомель, Республика Беларусь
Тел.: +375 23 220-48-83
kapanski@mail.ru

Address for correspondence

Kapanski Aliaksey A.
Gomel State Technical University
named after P. O. Sukhoi
48, Oktyabrya Ave.,
246029, Gomel, Republic of Belarus,
Tel.: +375 23 220-48-83
kapanski@mail.ru

of measuring devices in systems such as water and energy supply, including gas, electricity and heat. In conditions of limited financial resources and the need to ensure high monitoring accuracy, it is important to take into account not only the geographical distribution of consumers, but also the intensity of their load. This is especially important for managing distributed technical systems, where it is necessary to minimize equipment costs, while ensuring full network coverage and timely detection of anomalies. The purpose of this study is to develop a methodology for the optimal placement of measuring devices in engineering systems that takes into account both the spatial location of consumers and their load. The paper uses a multi-level analysis strategy using Ward's method for hierarchical clustering and the k-means algorithm. Based on the proposed methodology, four territorial clusters were identified using the example of the Gomel water supply system, on the basis of which 20 pressure sensors were distributed proportionally to the contribution of consumption. The article shows how multi-parameter clustering can be used to determine optimal centers for placing measuring devices that are focused on more powerful consumers, while taking into account the geographic distribution of objects as a whole. The developed approach allows for the efficient distribution of measuring devices taking into account the actual load of objects in the system and their geographic location, which ensures the best coverage of the territory under conditions of a limited amount of equipment. The approach presented in the article can be adapted for various technical systems, ensuring universality and flexibility of application.

Keywords: multi-parameter clustering, placement optimization, measuring devices, distributed load, geographic distribution, centroids, k-means algorithm, engineering systems, monitoring, digital model

For citation: Kapanski A. A., Hruntovich N. V. (2025) Multi-Level Strategy for Placement of Measuring Devices in Engineering Systems with Distributed Loads Based on Hierarchical and Cluster Analysis. *Science and Technique*. 24 (4), 327–338. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-4-327-338> (in Russian)

Введение

В современных инженерных системах (водо- и энергоснабжения, системах «умного города» и др.) эффективный мониторинг ключевых параметров (давления, расхода и др.) требует оптимального размещения ограниченного числа измерительных устройств. Задача размещения датчиков представляет собой сложную комбинационную проблему: даже при небольшом числе потенциальных узлов число вариантов установки экспоненциально велико [1]. Кроме того, мониторинг может преследовать различные цели – от операционного контроля за состоянием системы до обнаружения утечек, калибровки гидравлических моделей и создания цифровых двойников [2]. С одной стороны, датчики должны покрывать всю сеть для надежного обнаружения аномалий и сбора данных, с другой – бюджет и эксплуатационные затраты ограничивают их количество [3]. Правильное расположение сенсоров в связанной системе особенно важно с учетом неравномерного пространственного распределения потребителей и их нагрузок. То есть крупные потребители или узлы с высокой нагрузкой требуют более детального контроля, чем малонагруженные участки. В то же время, например, для гидравлических систем отдельно выделяют наиболее удаленные (диктующие) от источников питания точки, параметры в которых находятся в зоне риска отклонения от нормативных значений. Эти особенности необходимо учитывать при размещении устройств мониторинга в реальных условиях эксплуатации сложных систем ресурсоснабжения развивающихся городов.

В связи с этим целью настоящего исследования являлась разработка стратегии размещения измерительных устройств в инженерных системах с распределенной нагрузкой, учитывающей как пространственное положение потребителей, так и их ресурсоемкость. Для решения поставленной задачи в исследовании раскрывается многоуровневый подход на примере инфраструктурной системы водоснабжения города Гомеля. Основа методологии заключается в сочетании иерархического метода кластеризации (в частности, метода Уорда) с алгоритмами метрической кластеризации (алгоритм k -средних). Объединение этих методов позволяет формировать территориальные границы и пропорционально размещать в них измерительные устройства. Практическая значимость подхода заключается в возможности оптимального распределения ограниченного числа сенсоров с опорой на реальные данные о пространственной структуре и интенсивности нагрузок, что особенно важно в условиях дефицита оборудования. Научная новизна исследования состоит в применении гибридной кластерной методологии для планирования систем мониторинга при создании цифровых двойников, адаптированной под инженерные объекты с неравномерной загрузкой. Настоящая работа является логическим продолжением ранее опубликованного исследования, в котором был впервые предложен принцип геопространственной кластеризации потребителей как основы для оптимизации ресурсоснабжающей инфраструктуры [4].

Обзор существующих подходов к размещению измерительных устройств

Ряд научных работ сводит задачу размещения измерительных устройств к классической задаче дискретного размещения объектов. Так, в статье [5] задача оптимального распределения датчиков мониторинга формализована как обобщенная p -медианная задача размещения в произвольной метрике. Авторами предложен алгоритм решения, основанный на методах случайного поиска, для нахождения конфигурации датчиков, минимизирующей целевую функцию (например, суммарное расстояние от потребителей до ближайшего устройства или иной критерий). Подобные модели учитывают пространственные координаты потребителей и позволяют напрямую включать весовые коэффициенты, отражающие нагрузку или важность узлов. Однако точное решение задачи размещения (посредством перебора или целочисленного программирования) вычислительно затратно для сложных систем, особенно в условиях недостаточного объема информации о реальной конфигурации сети [1]. Именно поэтому на практике широко применяются эвристические методы оптимизации – генетические алгоритмы [6], имитация отжига [7], поиск с запретами [8] и др.

Так, в исследовании [9] использовался генетический алгоритм (ГА) к оптимальному размещению датчиков для определения местонахождения утечек в водопроводных сетях. Используемая целевая функция минимизировала число неразличимых (неизолируемых) утечек при заданном количестве датчиков. Решение задачи оптимизации обеспечивало эффективную установку сенсоров давления в узлах, максимизируя способность системы различать разные места утечек. В последующих исследованиях предлагались усовершенствованные методы ГА для повышения точности и скорости работы на больших сетях [10], а также альтернативные алгоритмы. Например, в [11] для решения задачи оптимизации применен алгоритм имитационного отжига, показавший сокращение времени вычислений по сравнению с ГА. Тем не менее прямые оптимизационные и эволюционные методы часто нацелены на единичные критерии (расположе-

ние объектов, утечки или др.) и неявно учитывают географическую структуру объектов [4].

Практические задачи мониторинга требуют комплексного подхода, при котором могут учитываться сразу несколько факторов: скорость обнаружения аварийных ситуаций, охват ключевых участков сети, точность гидравлического моделирования и стоимость установки оборудования. В этой связи в научной литературе широкое распространение получили многокритериальные методы оптимизации. Например, в [1] предложен подход к размещению датчиков в водораспределительной сети, основанный на трех основных критериях (вероятность успешной идентификации аварии, время ее обнаружения и количество населения, потенциально подверженного воздействию). Чтобы сократить вычислительные затраты, авторы применили кластеризацию методом k -средних, сегментируя узлы сети по схожести реакций на различные аварийные сценарии. После этого из каждого кластера отбирались наиболее репрезентативные узлы, и дальнейшая оптимизация выполнялась только среди них. Такой подход позволил значительно сократить размерность задачи без потери качества решений. По результатам моделирования было получено вдвое больше конфигураций, удовлетворяющих компромиссу между критериями, чем при прямой оптимизации без предварительной кластеризации.

Другим эффективным подходом к размещению датчиков являлось использование матриц чувствительности узлов к изменениям параметров сети. В [12] предложен метод, совмещающий два направления: обнаружение утечек и калибровку гидравлической модели. Для этого строились матрицы локальной чувствительности давления к расходам (для анализа утечек) и глобальной чувствительности (методом Соболя) – для оценки влияния параметров на поведение системы. Узлы сети были сгруппированы с помощью множественной кластеризации, учитывающей обе матрицы. Из каждого кластера в качестве точки размещения сенсора выбирался узел с наибольшей глобальной чувствительностью и максимальной способностью к детектированию утечек. Такой подход позволил одновременно повысить точность калибровки, увеличить эф-

фективность обнаружения утечек по сравнению с традиционными методами, однако требовал предварительных измерений для оценки чувствительностей сети.

Одним из центральных направлений, получивших развитие в 2010-е гг., стало использование кластеризации для решения задач размещения измерительных устройств. Появляется возможность группировать схожие объекты (узлы сети или потребителей) в кластеры по максимальной внутрикластерной однородности. При оптимальном размещении датчиков такой подход реализуется в два этапа: 1) для декомпозиции большой задачи на подзадачи (разбиение сети на зоны с последующим выбором узлов в каждой зоне); 2) для выявления «типичных» узлов-представителей, которые оборудуются датчиками. Впервые в контексте утечек в ресурсных системах подобный подход описан в статье [13]. Авторы предложили двухэтапный алгоритм, где сначала на основе кластеризации снижается размер исходной задачи, а затем на суженном множестве кандидатов узлов выполняется точный поиск решения. Эффективность подхода подтверждена на примере кластеризации векторов чувствительности давления к утечкам с использованием алгоритма Evidential C-means (ECM). Метод позволил автоматически определить оптимальное число кластеров и выделить из каждого наиболее информативные узлы – ближайшие к центроидам. Полученное множество было использовано для точного перебора конфигураций размещения датчиков, что значительно снизило вычислительную сложность задачи при сохранении высокого качества локализации утечек. Похожим образом в статье [10] применен алгоритм k -means для кластеризации узлов по чувствительности.

Ограничения существующих подходов и предлагаемого метода

Литературный обзор показывает эволюцию подходов к оптимальному размещению измерительных устройств в инженерных сетях от классических оптимизационных к интеллектуальным методам анализа данных. За период 2013–2024 гг. появились решения, объединяющие различные методы, такие как генетиче-

ские алгоритмы или методы кластеризации. Вместе с тем в ходе проведенного анализа выявлен ряд ограничений традиционных подходов. Во многих работах делаются упрощающие допущения, например известны все сценарии аварий или утечек и их вероятности. Это ограничивает применимость результатов в реальных условиях с динамически меняющейся нагрузкой или развивающейся инфраструктурой. Методы, основанные на анализе чувствительности, предполагают наличие калиброванной модели сети, что во многих случаях невозможно. В то же время кластеризация узлов только по матрице чувствительности не учитывает локальные колебания потребления и может распределить датчики, например, по периферии сети, игнорируя узлы с большими расходами.

Предлагаемая в настоящем исследовании двухэтапная методика также имеет ряд ограничений. В первую очередь она исходит из предположения, что в инженерной системе присутствует естественная пространственная структура, позволяющая выделить территориальные зоны на основе кластеризации потребителей по географическому положению. На первом этапе агломеративная кластеризация позволяет не только сгруппировать близко расположенные объекты, но и оценить суммарную нагрузку внутри каждой зоны, что дает возможность пропорционально распределить заданное количество измерительных устройств между кластерами в соответствии с их потреблением. На втором этапе в каждой зоне применяется алгоритм взвешенных k -средних, обеспечивающий оптимальное позиционирование устройств с учетом внутрикластерного распределения водопотребления. Метод имеет два существенных ограничения: во-первых, он требует предварительного задания общего количества измерительных устройств; во-вторых, полученные в результате координаты центров установки датчиков необходимо корректировать, приводя их к ближайшим доступным точкам трубопроводной сети (это особенно затруднительно при ограниченном доступе к инфраструктуре). В табл. 1 приведен сравнительный анализ предлагаемого метода с существующими подходами.

Таблица 1

Позиционирование предлагаемого метода среди существующих решений
Positioning the proposed method among existing solutions

Исследование	Ключевые методы	Учет пространственного положения	Учет потребления	Метод размещения датчиков	Преимущества	Ограничения
Sarrate et al. (ECM, 2014)	Кластеризация ЕСМ по чувствительности давления	Нет, фокус на чувствительности к утечкам	Нет	Выбор центров кластеров + полный перебор	Автоматический выбор числа кластеров, снижение вычислительной сложности	Отсутствие учета потребления и географии
Gautam et al. (2022)	Многокритериальная оптимизация + кластеризация k -средних по картам обнаружения утечек	Косвенно, через места нахождения аварий	Да, через критерии затронутого населения	Оптимизация по отобранным узлам	Снижение размерности, гибкая настройка критериев	Зависимость от выбора сценариев, слабая географическая привязка
Rajabi & Tabesh (2024)	Кластеризация по матрицам чувствительности	Нет, фокус на чувствительности модели	Косвенно – через чувствительность к расходам	Выбор узлов с наибольшей чувствительностью в каждом кластере	Учет нескольких целых функций (утечки, калибровка гидро-модели), высокая точность	Высокая зависимость от качества гидравлической модели
Предлагаемый метод (двухэтапный: Уорда + k -средних)	Агломеративная кластеризация (метод Уорда) + взвешенный k -средних по нагрузке	Да, напрямую через координаты потребителей	Да, явно через объем водопотребления	Центроиды кластеров, с учетом веса и привязкой к инфраструктуре	Простота реализации, учет географии и нагрузки, масштабируемость	Предполагается наличие территориальной структуры нагрузки

Описание инфраструктуры объекта исследования и источников информации

Настоящее исследование основывается на данных режимов водопотребления Гомеля, одного из крупнейших промышленных центров Республики Беларусь. Система водоснабжения города включает пять ключевых водозаборов: Сож, Ипуть, Кореневский, Юго-Западный и Центральный, которые совместно функционируют в единой гидравлической сети для поддержания давления и обеспечения воды потребителям. В рамках первого этапа исследования сформирована геоинформационная база, включающая более 240 наиболее крупных объектов водопотребления в системе (промышленные предприятия, учреждения и организации), формирующих в совокупности порядка 60–70 % требуемой потребности воды в городе. Для каждого объекта в ходе выполнения НИР собраны данные, включающие уникальный идентификатор объекта, наименование потребителя, его адрес и среднегодовой объем потребления воды.

Первичные данные были предоставлены в табличной форме абонентскими службами во-

доканала и не содержали географических координат, необходимых для проведения пространственного анализа. Для устранения этого ограничения в ходе исследования реализован этап геокодирования, в результате которого адреса всех объектов автоматически преобразованы в координаты широты и долготы с использованием API сервиса «Яндекс Геокодер». Этот процесс был полностью автоматизирован, что позволило исключить ручной ввод и значительно ускорить сбор информации. После получения координат выполнено агрегирование данных на уровне зданий и улиц, что позволило уменьшить размерность выборки, сохранить пространственную точность и подготовить данные для иерархической кластеризации [4]. В общем виде в проводимом исследовании алгоритм анализа включал в себя последовательные шаги: автоматизированный сбор данных об абонентах, геокодирование адресов и создание пространственной базы данных, агрегацию объемов потребления по географическим локациям, а также картографический анализ для выделения территориальных зон (рис. 1).

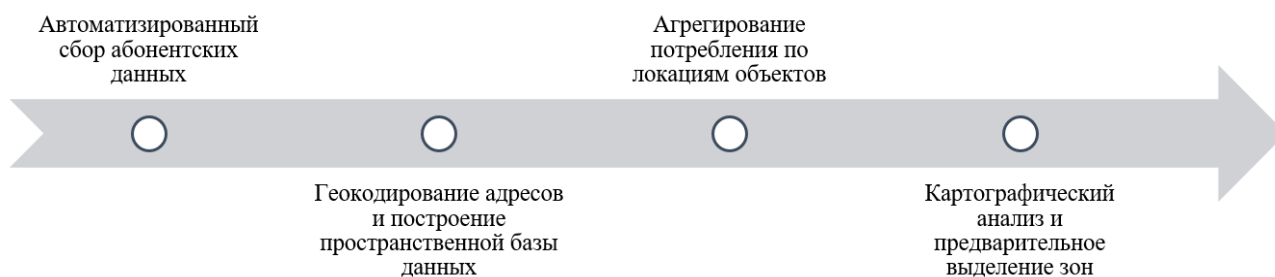


Рис. 1. Алгоритм первичной геоинформационной подготовки данных

Fig. 1. Algorithm for primary geoinformation data preparation

Такая последовательность обработки данных необходима для предварительного построения тепловой карты интенсивности нагрузки, визуализирующей уровни водопотребления на различных участках городской территории. Полученная карта легла в основу иерархической кластеризации объектов по географическому признаку, что позволило выделить территориальные зоны с высокой плотностью и однородностью размещения потребителей. Для анализа и визуализации пространственно-

го положения водозаборов использовалась платформа OpenStreetMap, а итоговая геокарта сформирована в среде Excel 3D Maps (рис. 2). На карте отображены усредненные показатели водопотребления за 2017–2023 гг., представленные в виде температурных полей, отражающих степень нагрузки на инфраструктуру в разных районах города. Красными маркерами обозначены точки размещения источников водоснабжения (водозаборов).

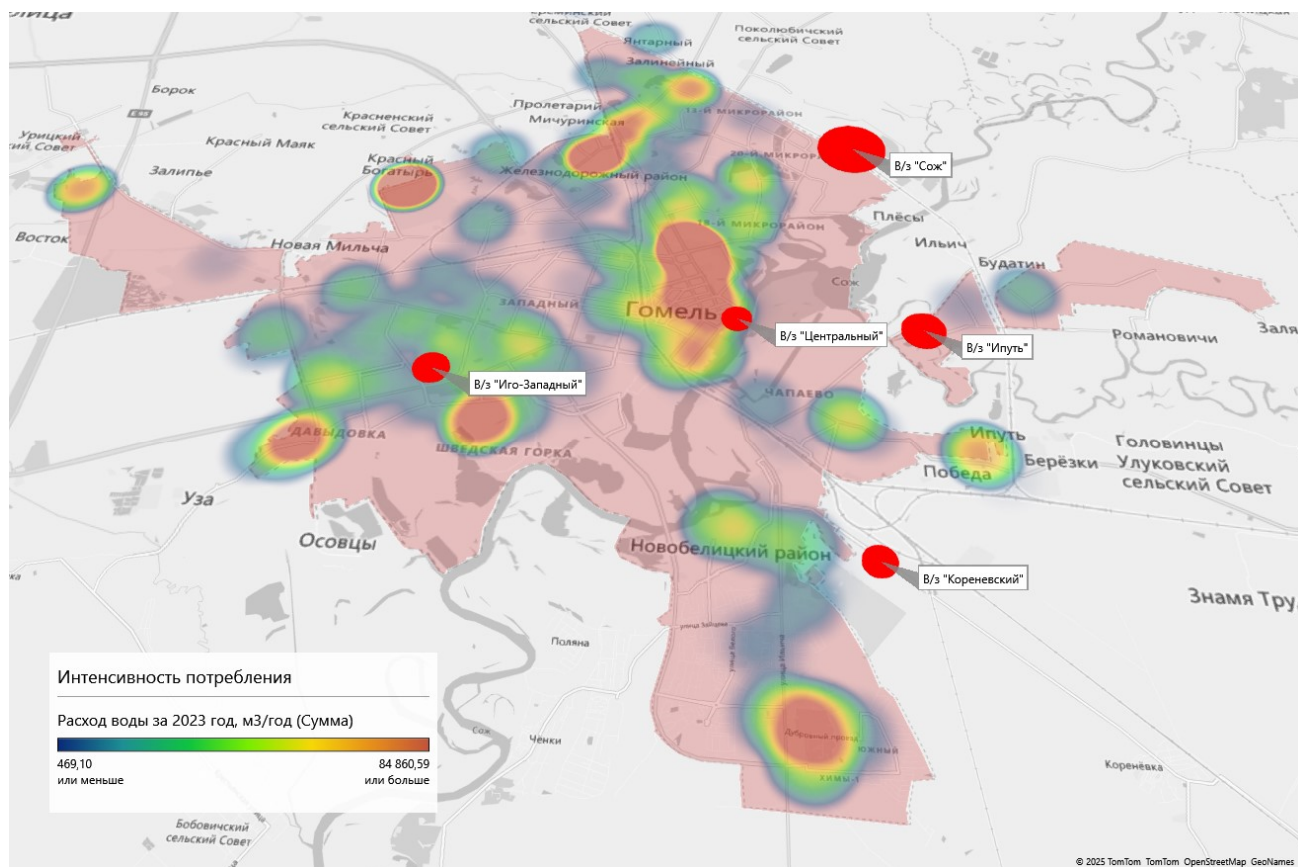


Рис. 2. Тепловая карта водопотребления и источников водоснабжения

Fig. 2. Heat map of water consumption and water supply sources

Пространственная сегментация территории методом иерархической кластеризации

Методологическая основа настоящего исследования базируется на ранее разработанной системе пространственной кластеризации объектов водопотребления в г. Гомеле [4]. В указанной работе посредством иерархической кластеризации обосновано деление городской инфраструктуры на четыре кластера, учитывающих как географическое положение, так и объемы потребления ресурсов. В настоящей статье данная кластеризация используется в качестве основы для последующей оптимизации размещения измерительных устройств. Для выделения групп объектов на карте города применен метод Уорда. Объединение кластеров в рамках данного подхода осуществляется по критерию минимального прироста внутрикластерной дисперсии, рассчитываемой по следующему выражению [14]:

$$\Delta = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 - \left(\sum_{x_i \in A} (x_i - \bar{a})^2 + \sum_{x_i \in B} (x_i - \bar{b})^2 \right),$$

где x_i – координаты i -го объекта (широта и долгота); $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{x}$ – центры кластеров A , B и их объединения соответственно.

Дальнейшая группировка потребителей осуществлялась методом отсечения, при котором горизонтальная линия проводилась через дендрограмму (рис. 1) на уровне выраженного разрыва между ветвями. Для дополнительной оценки качества разделения данных использован силуэтный коэффициент [14, 15]:

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(b(i), a(i))},$$

где $a(i)$ – среднее расстояние между i -м объектом и всеми другими объектами его кластера (внутрикластерная дистанция); $b(i)$ – минимальное среднее расстояние между i -м объектом и всеми объектами других кластеров (межкластерная дистанция).

На рис. 4 показано изменение силуэтного коэффициента в зависимости от принятого места разделения объектов на дендрограмме. Можно отметить, что максимальное значение коэффициента ($\approx 0,5$) достигалось при разбиении данных на четыре кластера. Таким образом, результат метода отсечения согласуется с метрикой внутренней кластерной структуры, что подтверждает обоснованность выделения пространственных групп для дальнейшего анализа.

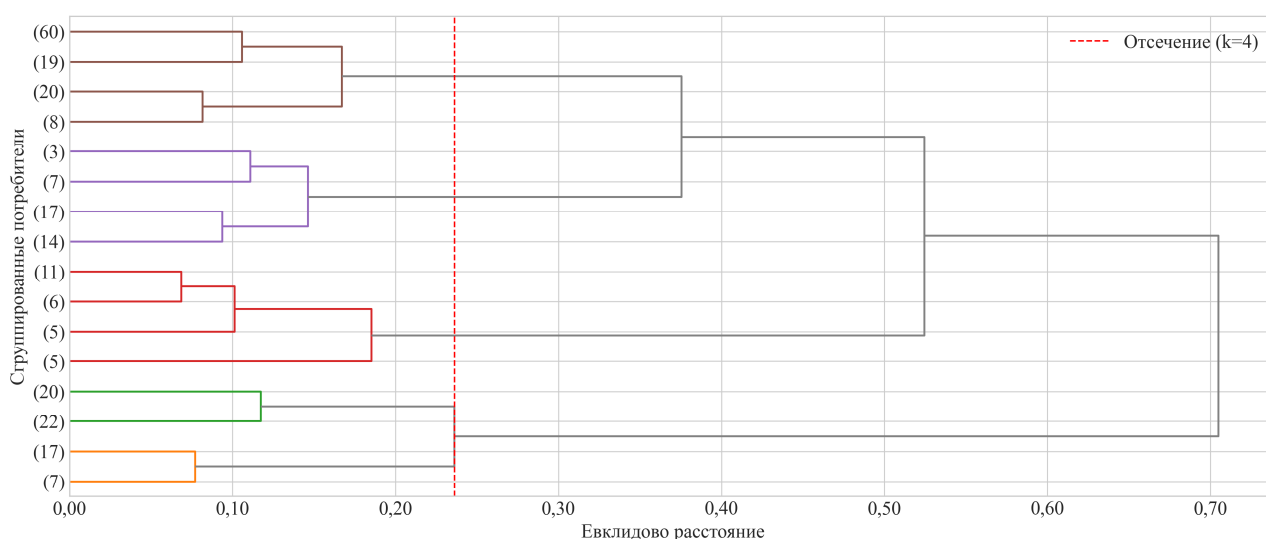


Рис. 3. Дендрограмма объектов водопотребления для кластеризации данных по географическим координатам

Fig. 3. Dendrogram of water consumption objects for clustering data by geographic coordinates

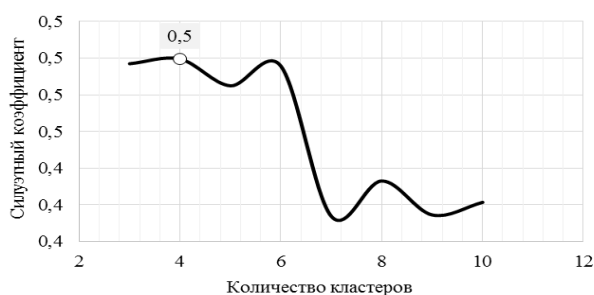


Рис. 4. Изменение силуэтного коэффициента при увеличении количества кластеров для пространственной кластеризации

Fig. 4. Change in silhouette coefficient with increasing number of clusters for spatial clustering

Углубленное исследование структуры полученных групп по интенсивности загрузки демонстрирует выраженную дифференциацию между различными районами города. Кластер 1, охватывающий юго-западную часть города (Советский район), обеспечивает 29 % суммарного потребления. Кластер 2, расположенный в южной части (Новобелицкий район), формирует 14 %. Кластер 3 охватывает северо-восточные территории (Железнодорожный район) с долей 16 %. Наибольший вклад приходится на кластер 4, охватывающий Центральный район Гомеля – 41 % от общего объема. Для отображения пространственной конфигурации каждой группы построены выпуклые оболочки с использованием функции ConvexHull из библиотеки SciPy в Python. Это позволило визуализировать территориальные границы кластеров и подготовить основу для последующего этапа оптимизации размещения устройств методом k -средних. На рис. 5 цветными точками показаны потребители,

включенные в анализ, а пунктирные линии отображают границы соответствующих кластеров.

Оптимизация расположения измерительных устройств методом k -средних

Для выбора стратегии оптимального размещения измерительных устройств в рамках каждого кластера использовался метод k -средних. Особенностью предлагаемого подхода являлось то, что при расчетах учитывались как географическое положение потребителей, так и интенсивность их нагрузки, что обеспечивало более сбалансированное и обоснованное размещение оборудования. Задача сводилась к определению наиболее обоснованных мест положения на карте для распределения 20 датчиков давления по четырем кластерам. При этом количество устройств в каждом кластере определялось пропорционально весу потребления в территориальном сегменте (внутри каждой зоны рис. 5) в соответствии со следующим соотношением:

$$n_k = \frac{Nw_k}{\sum_{k=1}^K w_k},$$

где n_k – количество устройств, размещенных в кластере k ; N – общее количество устройств; w_k – интенсивность потребления в кластере k ; $\sum_{k=1}^K w_k$ – суммарное потребление в кластере.

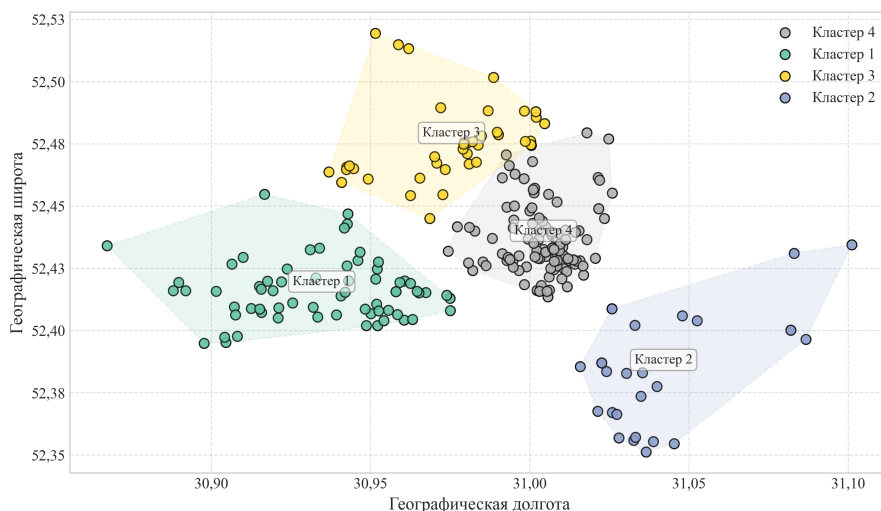


Рис. 5. Результаты пространственной кластеризации потребителей с визуализацией выпуклых оболочек для каждого кластера

Fig. 5. Results of spatial clustering of consumers with visualization of convex hulls for each cluster

В результате устройства распределились по кластерам в следующих соотношениях: 6 единиц в кластере 1, по 3 единицы в кластерах 2 и 3 и 8 единиц в кластере 4. Далее алгоритм k -средних был адаптирован для многопараметрического анализа, в котором каждый объект в кластере представлен вектором признаков, включающим три ключевые компоненты: географическую широту x_1 , долготу x_2 и интенсивность нагрузки потребителей x_3 . Таким образом, для каждого i -го объекта был определен вектор признаков (x_1, x_2, x_3) . На рис. 6 приведена блок-схема алгоритма распределения измерительных устройств методом k -средних, в которой координаты вычисленных центроидов определяют предполагаемые точки размещения оборудования.

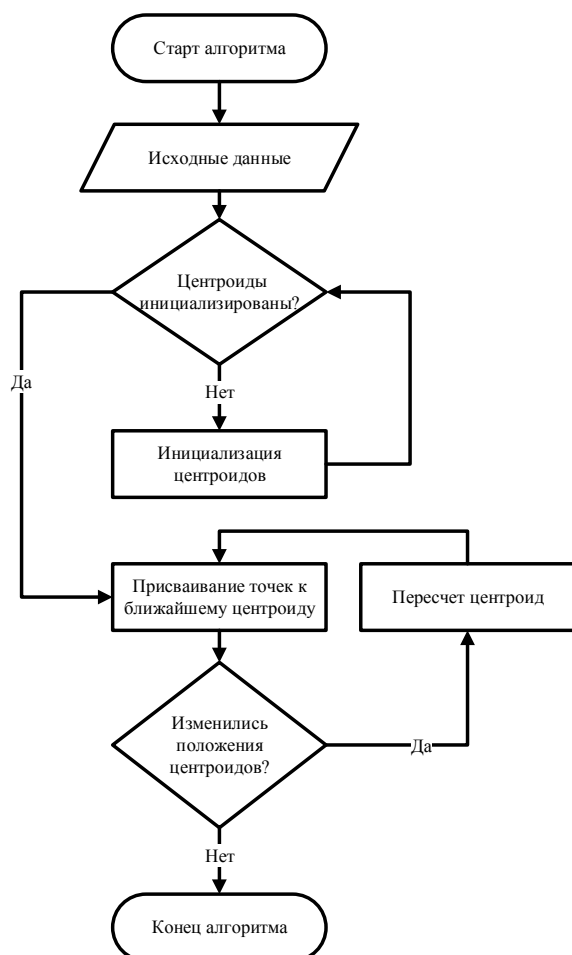


Рис. 6. Алгоритм распределения измерительных устройств методом k -средних

Fig. 6. Algorithm for distributing measuring devices using the k -means method

Рассмотрим последовательность действий реализации предлагаемого метода.

1. Алгоритм начинается с задания начальных позиций устройств, которые случайным образом инициализируются на основе пространственного распределения потребителей и их нагрузочной характеристики.

2. Далее каждая точка (потребитель) присваивается к ближайшему центроиду на основе метрики Евклида в многомерном пространстве

$$d(x, c_i) = \sqrt{(x_1 - c_{i1})^2 + (x_2 - c_{i2})^2 + (x_3 - c_{i3})^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - c_{ij})^2},$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)$ – координаты точки данных; x_j – координата j точки x ; $c_i = (c_{i1}, c_{i2}, c_{i3})$ – координаты i -й центроиды; c_{ij} – координата j для i -й центроиды c_i ; n – количество измерений (признаков) данных.

3. После распределения точек для каждого кластера рассчитываются новые центроиды как средневзвешенные значения координат и объемов потребления всех точек, попавших в данный кластер:

$$c_k = \left(\frac{\sum_{i \in S_k} x_{1i}}{|S_k|}, \frac{\sum_{i \in S_k} x_{2i}}{|S_k|}, \frac{\sum_{i \in S_k} x_{3i}}{|S_k|} \right),$$

где c_k – новые координаты центроида в кластере k ; S_k – множество точек в кластере k .

Процесс пересчета центроидов и последующего переназначения точек к кластерам повторяется итеративно до достижения сходимости, то есть до тех пор, пока их положение не стабилизируются. В отличие от двухфакторного подхода, учитывающего только географические координаты, предложенный алгоритм дополнительно принимает во внимание вес каждого потребителя, отражающий интенсивность его нагрузки, что позволяет более точно сбалансировать распределение устройств в распределенной системе. На рис. 7 приведены двух- и трехмерная структуры распределения данных для географического кластера 4 (Центральный район города) с указанием результирующего положения центроидов.

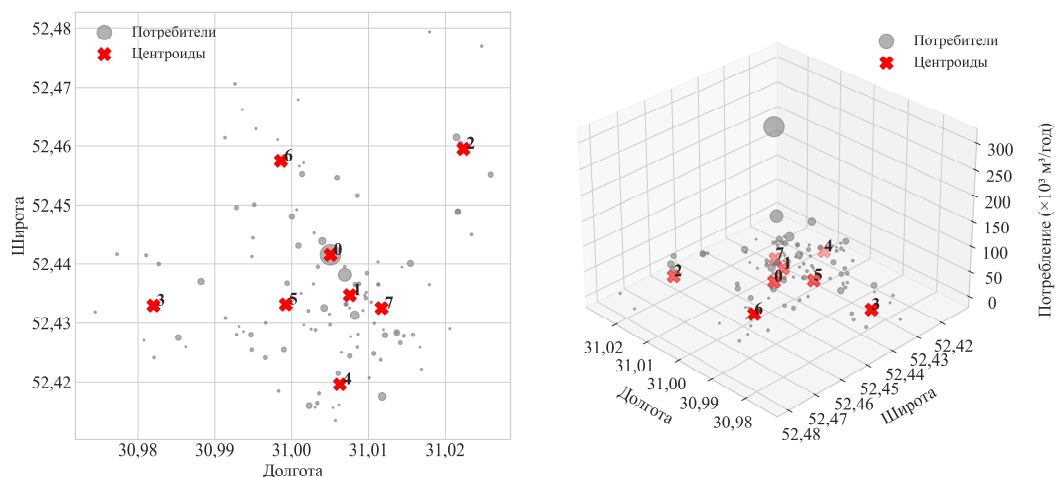


Рис. 7. Пространственная кластеризация и визуализация с учетом объема потребления и географического положения объектов

Fig. 7. Spatial clustering and visualization based on consumption volume and geographic location of objects

В результате применения многопараметрической кластеризации расположение центроидов учитывает их смещение в сторону более мощных потребителей, что обосновано большим весом их воздействия на изменения гидравлических процессов в системе. При отображении центроидов на карте для дальнейшего размещения измерительных устройств используется только географическое положение: x_1 — долгота; x_2 — широта. Важно отметить, что при расчете центроидов координата, отражающая интенсивность нагрузки x_3 (например, водо-

потребление), не участвует в процессе отображения, так как на этом этапе планирования датчики размещаются исключительно на основе географической локализации объектов. На рис. 8 представлена схема распределения территориальных кластеров, где в рамках каждого сектора с учетом пропорции вклада потребления разнесены центры возможных установок измерительных устройств. Центры потенциальных установок помечены звездочками, а водозаборы (Water Stations) обозначены соответствующими маркерами WS.

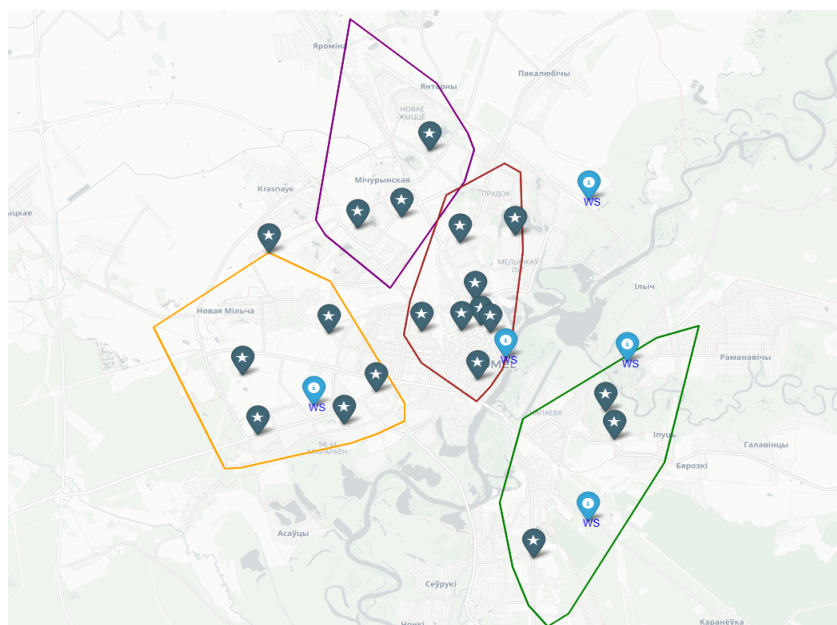


Рис. 8. Схема оптимального расположения датчиков давления на основе многопараметрической кластеризации

Fig. 8. Optimal arrangement of pressure sensors based on multiparameter clustering

Далее на этапе планирования проводится анализ возможных мест установки устройств вблизи рассчитанных центроидов с учетом технических особенностей участков и физической доступности монтажа измерительных устройств.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методология для оптимизации размещения измерительных устройств в инженерных системах с учетом пространственного распределения объектов потребления и интенсивности их загрузки. Использование многопараметрического анализа с применением метода Уорда для иерархической кластеризации и алгоритма k -средних позволило разделить объекты, расположенные на территории города и обслуживаемые в единой гидравлической системе, на четыре кластера. Эффективность такого разделения системы подтверждена расчетом силуэтного коэффициента, который имел наибольшее значение (0,5) при четырех кластерах среди остальных. На основе полученных данных произведено пропорциональное распределение датчиков по каждому выделенному территориальному сектору с учетом водопотребления в каждой группе.

2. В результате предложенного подхода распределение датчиков по четырем кластерам выполнено с учетом пропорции потребления в каждом кластере, что позволило более эффективно охватить участки с наибольшей нагрузкой на систему. Количество датчиков в каждом кластере пропорционально объему потребления: шесть датчиков в кластере 1 (29 % от общего потребления), три датчика в кластере 2 (14 %), три датчика в кластере 3 (16 %) и восемь датчиков в кластере 4 (41 %). Выбор точек размещения датчиков внутри каждого кластера определялся с использованием метода k -средних, который позволил учесть как географическое расположение потребителей, так и интенсивность их потребления. Этот метод обеспечил точное расположение центроидов в тех зонах, где нагрузка на систему была наибольшей.

3. На заключительном этапе размещения центры кластеров должны быть соотнесены с реальной сетью с учетом физической возможности монтажа датчиков, а также технических ограничений, таких как доступ к трубопроводной системе и удобство установки оборудования. Полученные данные и методы могут быть адаптированы и использованы для оптимизации размещения измерительных устройств не только в водоснабжающих, но и в других инженерных

системах, таких как тепло- или электроснабжение, с учетом соответствующих особенностей нагрузки и пространственного распределения потребителей. Это делает предложенную методологию универсальной и применимой в широком диапазоне технических задач.

Настоящее исследование выполнено в рамках научно-исследовательской работы «Совершенствование методов непараметрической кластеризации для оптимизации управления и повышения энергоэффективности городского водоснабжения», финансируемой за счет средств республиканского бюджета Республики Беларусь в соответствии с грантом Министерства образования на 2025 год.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gautam, D. K. Efficient k -Means Clustering and Greedy Selection-Based Reduction of Nodal Search Space for Optimization of Sensor Placement in the water Distribution Networks / D. K. Gautam, P. Kotecha, S. Subbiah // *Water Research*. 2022. Vol. 220. Art. 118666. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2022.118666>.
2. Rajabi, M. Pressure Sensor Placement for Leakage Detection and Calibration of Water Distribution Networks Based on Multiview Clustering and Global Sensitivity Analysis / M. Rajabi, M. Tabesh // *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2024. Vol. 150, No 5. <https://doi.org/10.1061/jwrmd5.wreng-6262>.
3. Савин, И. Ю. Об оптимизации размещения сети датчиков интернета вещей на пахотных угодьях / И. Ю. Савин, Ю. И. Блохин // *Бюллетень Почвенного института им. В. В. Докучаева*. 2022. Vol. 110. С. 22–50. <https://doi.org/10.19047/0136-1694-2022-110-22-50>.
4. Geospatial Clustering in Smart City Resource Management: An Initial Step in the Optimisation of Complex Technical Supply Systems / A. A. Kapanski, R. V. Klyuev, A. E. Boltrushchevich [et al.] // *Smart Cities*. 2025. Vol. 8, No 1. <https://doi.org/10.3390/smartcities8010014>.
5. Казаковцев, Л. А. Постановка задачи оптимального размещения сети датчиков мониторинга загрязнения воздуха и воды / Л. А. Казаковцев, М. Н. Гудыма // *Перспективы развития информационных технологий*. 2013. № 13. С. 19–24.
6. Immanuel, S. D. Genetic Algorithm: an Approach on Optimization / S. D. Immanuel, U. K. Chakraborty // *International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*. IEEE, 2019. С. 701–708. <https://doi.org/10.1109/icc45898.2019.9002372>.
7. Suman, B. A Survey of Simulated Annealing as a Tool for Single and Multiobjective Optimization / B. Suman, P. Kumar // *Journal of the operational research society*. 2006. T. 57, No 10. С. 1143–1160. <https://doi.org/10.1109/icc45898.2019.9002372>.
8. Macêdo, J. E. S. De. Hybrid Particle Swarm Optimization and Tabu Search for the Design of Large-Scale Water Distribution Networks / J. E. S. De. Macêdo, J. R. G. De. Azevedo, S. De. T. M. Bezerra // *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*. 2021. Vol. 26. <https://doi.org/10.1590/2318-0331.262120210006>.
9. Optimal Sensor Placement for Leak Location in Water Distribution Networks Using Genetic Algorithms / M. V. Cassillas, V. Puig, L. E. Garza-Castañón, A. Rosich // *Sen-*

- sors. 2013. Vol. 13, No 11. P. 14984–15005. <https://doi.org/10.3390/s131114984>.
10. Pressure Sensor Placement in Water Supply Network Based on Graph Neural Network Clustering Method / S. Peng, J. Cheng, X. Wu [et al.] // *Water*. 2022. Vol. 14, No 2. P. 150. <https://doi.org/10.3390/w14020150>.
 11. Locating Leaks in Water Distribution Networks with Simulated Annealing and Graph Theory / J. Sousa, L. Ribeiro, J. Muranho, A. S. Marques // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 119. P. 63–71. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.08.854>.
 12. Rajabi, M. Pressure Sensor Placement for Leakage Detection and Calibration of Water Distribution Networks Based on Multiview Clustering and Global Sensitivity Analysis / M. Rajabi, M. Tabesh // *Journal of Water Resources Planning and Management*. 2024. Vol. 150, No 5. <https://doi.org/10.1061/jwrmd5.wreng-6262>.
 13. Sarrate, R. Clustering techniques applied to sensor placement for leak detection and location in water distribution networks / R. Sarrate, J. Blesa, F. Nejari // 2014 22nd Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). IEEE, 2014. P. 109–114. <https://doi.org/10.1109/MED.2014.6961356>.
 14. Eszergár-Kiss, D. Definition of user groups applying Ward's method / D. Eszergár-Kiss, B. Caesar // *Transportation Research Procedia*. 2017. Vol. 22. P. 25–34. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2017.03.004>.
 14. Improved the Performance of the K-Means Cluster Using the Sum of Squared Error (SSE) Optimized by Using the Elbow Method / R. Nainggolan, R. Perangin-angin, E. Simarmata, A. F. Tarigan // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1361, No 1. P. 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1361/1/012015>.
 15. Shahapure, K. R. Cluster quality analysis using silhouette score / K. R. Shahapure, C. Nicholas // 2020 IEEE 7th International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA). IEEE, 2020. P. 747–748. <https://doi.org/10.1109/dsaa49011.2020.00096>.
 5. Kazakovtsev L. A., Gudyma M. N. (2013) Statement of the Problem of Optimal Placement of a Network of Air and Water Pollution Monitoring Sensors. *Perspektivy Razvitiya Informatsionnykh Tekhnologiy* [Prospects for the Development of Information technology], (13), 19–24 (in Russian).
 6. Immanuel S. D., Chakraborty U. Kr. (2019) Genetic Algorithm: An Approach on Optimization. *2019 International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*, 701–708. <https://doi.org/10.1109/iccес45898.2019.9002372>.
 7. Suman B., Kumar P. (2006) A Survey of Simulated Annealing as a Tool for Single and Multiobjective Optimization. *Journal of the Operational Research Society*, 57 (10), 1143–1160. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602068>.
 8. Macêdo J. E. S. de, Azevedo J. R. G. de, Bezerra S. de T. M. (2021). Hybrid Particle Swarm Optimization and Tabu Search for the Design of Large-Scale Water Distribution Networks. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 26, <https://doi.org/10.1590/2318-0331.262120210006>.
 9. Casillas M. V., Puig V., Garza-Castañón L., Rosich A. (2013) Optimal Sensor Placement for Leak Location in Water Distribution Networks Using Genetic Algorithms. *Sensors*, 13 (11), 14984–15005. <https://doi.org/10.3390/s131114984>.
 10. Peng S., Cheng J., Wu X., Fang X., Wu Q. (2022) Pressure Sensor Placement in Water Supply Network Based on Graph Neural Network Clustering Method. *Water*, 14 (2), 150. <https://doi.org/10.3390/w14020150>.
 11. Sousa J., Ribeiro L., Muranho J., Marques A. S. (2015). Locating Leaks in Water Distribution Networks with Simulated Annealing and Graph Theory. *Procedia Engineering*, 119, 63–71. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.08.854>.
 12. Rajabi M., Tabesh M. (2024) Pressure Sensor Placement for Leakage Detection and Calibration of Water Distribution Networks Based on Multiview Clustering and Global Sensitivity Analysis. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 150 (5). <https://doi.org/10.1061/jwrmd5.wreng-6262>.
 13. Sarrate R., Blesa J., Nejari F. (2014) Clustering Techniques Applied to Sensor Placement for Leak Detection and location in Water Distribution Networks. *22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, 109–114. <https://doi.org/10.1109/med.2014.6961356>.
 14. Eszergár-Kiss D., Caesar B. (2017) Definition of User Groups applying Ward's Method. *Transportation Research Procedia*, 22, 25–34. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2017.03.004>.
 14. Nainggolan R., Perangin-angin R., Simarmata E., Tarigan A. F. (2019) Improved the Performance of the K-Means Cluster Using the Sum of Squared Error (SSE) Optimized by using the Elbow Method. *Journal of Physics: Conference Series*, 1361 (1), 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1361/1/012015>.
 15. Shahapure K. R., Nicholas C. (2020) Cluster Quality Analysis Using Silhouette Score. *2020 IEEE 7th International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA)*, 747–748. <https://doi.org/10.1109/dsaa49011.2020.00096>.

Поступила 03.04.2025

Подписана в печать 04.06.2025

Опубликована онлайн 31.07.2025

REFERENCES

1. Gautam D. K., Kotecha P., Subbiah S. (2022) Efficient *k*-Means Clustering and Greedy Selection-Based Reduction of Nodal Search Space for Optimization of Sensor Placement in the Water Distribution Networks. *Water Research*, 220, 118666. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2022.118666>.
2. Rajabi M., Tabesh M. (2024) Pressure Sensor Placement for Leakage Detection and Calibration of Water Distribution Networks Based on Multiview Clustering and Global Sensitivity Analysis. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 150 (5). <https://doi.org/10.1061/jwrmd5.wreng-6262>.
3. Savin I. Yu., Blokhin Yu. I. (2022). On Optimizing the Deployment of an Internet of Things Sensor Network for Soil and Crop Monitoring on Arable Plots. *Dokuchaev Soil Bulletin*, 110, 22–50. <https://doi.org/10.19047/0136-1694-2022-110-22-50> (in Russian).
4. Kapanski A. A., Klyuev R. V., Boltrushevich A. E., Sorokova S. N., Efremov E. A., Demin A. Y., Martyushev N. V. (2025) Geospatial Clustering in Smart City Resource Management: An Initial Step in the Optimisation of Complex Technical Supply Systems. *Smart Cities*, 8 (1), 14. <https://doi.org/10.3390/smartcities8010014>.

Received: 03.04.2025

Accepted: 04.06.2025

Published online: 31.07.2025