

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ АНКЕТИРОВАНИЯ

Канд. физ.-мат. наук, доц. БУСНЮК Н. Н.

Белорусский национальный технический университет

Предлагается методика оценки и анализа состояния дел на предприятии на основании анкетного опроса сотрудников (специалистов) либо эксперта. Мнение опрашиваемого оформляется в виде заполненной анкеты, которая содержит вопросы (факторы), характеризующие положение дел на предприятии, и уровень развития этих факторов на данном предприятии. В результате применения методов теории нечетких множеств содержание анкеты преобразуется в числовое значение Z , по которому определяется уровень текущего состояния дел [1].

Рассмотрим два подхода.

Первый подход. Полагаем, что все факторы равнозначны. В этом случае вес фактора для исследуемого объекта определяется его важностью исходя из мнений респондентов; т. е. придается большее значение важности тому варианту ответа, который встречается в большем количестве анкет [2].

Второй подход. Допускаем, что факторы неравнозначны, им ставятся в соответствие числовые характеристики по какой-либо методике. Уровень их развития на предприятии (важность) определяется экспертом в заполненной анкете.

Построение математической модели. Для описания математической модели введем следующие обозначения:

n – количество факторов;

x_i – количественная характеристика фактора i , $i = 1, \dots, n$;

X – вектор-строка количественных характеристик факторов размерности n ;

m – количество степеней значимости факторов;

y_j – степень значимости фактора для конкретного предприятия, отмеченная в анкете, $j = 1, \dots, m$, $y_{j1} < y_{j2}$, если $j_1 < j_2$;

Y^T – вектор-столбец степеней значимости факторов длины m ;

Z – агрегированный индекс состояния дел на предприятии;

t – количество рейтинговых классов состояния предприятия;

Z_k – значения рейтинговых классов состояния предприятия, $k = 1, \dots, t$; $Z_{k1} < Z_{k2}$, если $k_1 < k_2$;

P_i – вес фактора i для изучаемого предприятия, $i = 1, \dots, n$;

S_i – вектор-строка состояния фактора i длины m , $i = 1, \dots, n$.

При первом подходе значения элементов вектора S_i определяются количеством анкет и числом повторяемости в анкетах. Все факторы равнозначны

$$S_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}),$$

где $\sum_{j=1}^m s_{ij} = N, i = \overline{1, n}$; N – количество анкет.

Вес фактора для предприятия определяется его важностью, по мнению респондента, и количеством респондентов:

$$P_i = S_i Y^T = \sum_{j=1}^m s_{ij} y_j; \quad (1)$$

$$Z = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n S_i Y^T. \quad (2)$$

При втором подходе значения элементов вектора S_i определяются мнением эксперта. Единица стоит на месте, соответствующем столбцу анкеты, отмеченному экспертом. На остальных позициях выставляются нули, т. е.

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{ij} = 1, \text{ если позиция } j_i \text{ отмечена экспертом;} \\ s_{ij} = 0, \text{ в остальных случаях, т. е. } j \neq j_i. \end{array} \right\}$$

При этом подходе факторы неравнозначны. В каждом конкретном случае математик-эксперт может присвоить им конкретные значения x_i по какому-либо принципу. Один из

частных случаев, рассмотренный в данной работе, состоит в том, что факторы упорядочиваются по степени их важности (по мнению эксперта) и им присваиваются числовые характеристики, соответствующие порядковым номерам. Чем больше факторов рассматривается, тем меньше вероятность погрешности такого подхода.

Формулы, аналогичные по содержанию формулам (1) и (2), при втором подходе примут вид:

$$P_i = x_i S_i Y^T = x_i \sum_{j=1}^m s_{ij} y_j = x_i y_{ji}; \quad (3)$$

$$Z = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n x_i S_i Y^T. \quad (4)$$

З а м е ч а н и е 1. Если ввести обозначения $S_i^x = x_i S_i$, то получим формулу, подобную $P_i = S_i^x Y^T$.

Представим данные опроса в виде матрицы S размерности $n \times m$, по вертикали которой расположены наименования факторов, а по горизонтали – степени значимости этих факторов по возрастанию степени значимости (табл. 1).

Таблица 1

Представление данных анкет в виде матрицы S

Фактор	Степень значимости фактора				
	y_1	...	y_j	...	y_m
$x_1 = 1$	s_{11}	...	s_{1j}	...	s_{1m}
...	...	...	...	...	...
$x_i = i$	s_{i1}	...	s_{ij}	...	s_{im}
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
$x_n = n$	s_{n1}	...	s_{nj}	...	s_{nm}

При первом подходе элементами матрицы будут являться натуральные числа, равные количеству анкет, в которых в соответствующей позиции отмечено мнение респондента. Значения этих чисел находятся в интервале от 0 до N . При втором подходе матрица S будет состоять из нулей и единиц. Эксперт при заполнении анкеты в каждой строке помечает одну и только одну клетку. В матрице в соответствующие позиции занесем 1, остальные позиции заполним нулями.

Исследуемый уровень состояния (развития) организации при втором подходе

$$Z = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n x_i \sum_{j=1}^m s_{ij} y_j = XSY^T. \quad (5)$$

З а м е ч а н и е 2. Учитывая равенство факторов при первом подходе, можно положить все $x_i = 1$, т. е. X – единичный вектор, и при первом подходе получим такую же формулу $Z = XSY^T$.

Задание параметров X и Y . В случае равнозначности факторов можно полагать $x_i = 1$, $i = \overline{1, n}$.

В случае неравнозначности факторов наиболее простой способ формализовать их, присвоив им номера в порядке возрастания значимости, т. е. наименее значимый фактор получает значение 1, наиболее значимый – величину n (табл. 1). Тогда (5) примет вид:

$$Z = \sum_{i=1}^n i S_i Y^T = XSY^T, \text{ где } X = (1, 2, \dots, n).$$

З а м е ч а н и е 3. Расстояния между показателями факторов можно задавать и другими способами, не обязательно равными длине 1.

Нормирование важности факторов для предприятия (по мнению респондентов) проводим следующим образом. Максимальной значимости фактора (соответствующей 100 %) поставим в соответствие 1; минимальной важности фактора (соответствующей 0) ставим в соответствие 0. Для оценивания мнения респондента y_j , отмеченного в таблице (анкете), разобьем весь отрезок $[0;1]$ на m отрезков равной длины $1/m$:

$$\left[0; \frac{1}{m}\right], \left[\frac{1}{m}; \frac{2}{m}\right], \dots, \left[\frac{m-1}{m}; 1\right]. \quad (6)$$

Мнение y_j респондента принадлежит j -му отрезку из последовательности (6). Поэтому мнению y_j поставим в соответствие числовое значение, равное среднему значению соответствующего отрезка:

$$y_j = \frac{\frac{j}{m} + \frac{j-1}{m}}{2} = \frac{2j-1}{2m}.$$

Тогда формула (1) примет вид

$$P_i = s_{i1} \frac{1}{2m} + s_{i2} \frac{3}{2m} + \dots + s_{im} \frac{2m-1}{2m} = \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^m s_{ij} (2j-1).$$

В свою очередь формула (2) примет вид

$$Z = \frac{1}{2m} \left(\sum_{i=1}^n s_{i1} + 3 \sum_{i=1}^n s_{i2} + \dots + (2m-1) \sum_{i=1}^n s_{im} \right) = \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^m (2j-1) \sum_{i=1}^n s_{ij}.$$

Формулы (3) и (4) примут соответственно вид:

$$P_i = x_i \frac{2j_i-1}{2m}; \quad Z = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i (2j_i-1).$$

В случае, если $X = (1, 2, \dots, n)$:

$$P_i = i \frac{2j_i-1}{2m}; \quad Z = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n i(2j_i-1).$$

Оценивание состояния дел на предприятии. После вычисления индекса Z надо оценить текущее состояние дел на предприятии в соответствии со шкалой рейтингов. Чтобы создать шкалу рейтингов, определим наибольшее $Z_{\max}$ и наименьшее $Z_{\min}$ значения индекса Z , а отрезок $[Z_{\min}, Z_{\max}]$ разобьем на t равных отрезков $Z_1, Z_2, \dots, Z_t$.

$Z_{\max}$ достигается, если во всех анкетах по каждому фактору отмечен максимальный уровень значимости; соответственно $Z_{\min}$ достигается, если во всех анкетах по каждому фактору отмечен минимальный уровень значимости.

Первый подход. $Z_{\max}$ достигается, если в формулах (1), (2)

$$s_{im} = N, s_{ij} = 0 \text{ при } j \neq m, \forall i = \overline{1, n}.$$

Получим

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^n N \frac{2m-1}{2m} = nN \frac{2m-1}{2m}.$$

Аналогично получим

$$Z_{\min} = nN \frac{1}{2m}.$$

Таким образом $Z \in \left[nN \frac{1}{2m}; nN \frac{2m-1}{2m} \right]$.

Разобьем полученный отрезок на t равных отрезков меньшей длины. Для этого рассчитаем длину h таких отрезков

$$h = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{t} = \frac{nN \frac{2m-1}{2m} - nN \frac{1}{2m}}{t} = \frac{nN \frac{2m-2}{2m}}{t}.$$

Получим последовательность из t отрезков

$$[Z_{\min}; Z_{\min} + h], [Z_{\min} + h; Z_{\min} + 2h], \dots, [Z_{\min} + (t-1)h; Z_{\max}].$$

В общем виде выражение для отрезка Z_k , $k = \overline{1, t}$, будет следующим:

$$Z_k = \left[\frac{nN}{2m} \frac{t + (k-1)(2m-2)}{t}; \frac{nN}{2m} \frac{t + k(2m-2)}{t} \right].$$

Второй подход. $Z_{\max}$ достигается тогда, когда всем факторам x_i выставлена наивысшая оценка $y_{\max}$

$$Z_{\max} = y_{\max} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{2m-1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Аналогично

$$Z_{\min} = y_{\min} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где $y_{\min}$ – наименьшая возможная оценка факторов x_i .

Таким образом имеем:

$$Z \in \left[\frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i; \frac{2m-1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i \right]; \quad h = \frac{2m-2}{2mt} \sum_{i=1}^n x_i;$$

$$Z_k = \left[\frac{t + (k-1)(2m-2)}{2mt} \sum_{i=1}^n x_i; \frac{t + k(2m-2)}{2mt} \sum_{i=1}^n x_i \right].$$

Рассмотрим частный случай $X = (1, 2, \dots, n)$.

Здесь $\sum_{i=1}^n x_i = \frac{n(n+1)}{2}$. Тогда:

$$Z \in \left[\frac{n(n+1)}{4m}; \frac{n(n+1)(2m-1)}{2m} \right];$$

$$Z_k = \left[\frac{t + (k-1)(2m-2)}{t} \frac{n(n+1)}{4m}; \frac{t + k(2m-2)}{2mt} \frac{n(n+1)}{4m} \right].$$

З а м е ч а н и е 4. Третий подход. В случае если при первом подходе факторы неравнозначны и имеют приоритетность x_i , то формула (2) примет вид (5). Если в формуле (5) матрица S имеет содержание, как в формуле (2), то:

$$Z \in \left[\frac{N}{2m} \sum_{i=1}^n x_i; \frac{N(2m-1)}{2m} \sum_{i=1}^n x_i \right];$$

$$Z_k = \left[\frac{N}{2m} \frac{t + (k-1)(2m-2)}{t} \sum_{i=1}^n x_i; \frac{N}{2m} \frac{t + k(2m-2)}{t} \sum_{i=1}^n x_i \right].$$

В рассматриваемом выше частном случае, когда $X = (1, 2, \dots, n)$, т. е. $x_i = i$, имеем:

$$Z \in \left[\frac{n(n+1)}{4m} N; \frac{n(n+1)(2m-1)}{2m} N \right];$$

$$Z_k = \left[\frac{t + (k-1)(2m-2)}{t} \frac{n(n+1)N}{4m}; \frac{t + k(2m-2)}{2mt} \frac{n(n+1)N}{4m} \right].$$

ВЫВОДЫ

Показатель Z , характеризующий ситуацию на предприятии, находится в пределах:

$$1) \left[\frac{nN}{2m} \leq Z \leq \frac{nN(2m-1)}{2m} \right] \text{ в случае, если}$$

степени значимости факторов распределены равномерно между 0 и 1, а сами факторы равнозначны;

$$2) \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{2m} \leq Z \leq \frac{2m-1}{2m} \sum_{i=1}^n x_i \right], \text{ если анкета за-}$$

полнялась одним экспертом и факторы неравнозначны, имеют числовые характеристики x_i ;

$$3) \left[\frac{N}{2m} \sum_{i=1}^n x_i \leq Z \leq \frac{(2m-1)N}{2m} \sum_{i=1}^n x_i \right] \text{ в случае,}$$

если анкеты заполнялись респондентами (сотрудниками) и факторы неравнозначны, имеют числовые характеристики x_i .

Если состояние дел на предприятии можно характеризовать через t рейтингов, упорядоченных по возрастанию, то k -й рейтинг соответствует тому, что величина Z попадает в интервал Z_k .

Разработанные модели можно использовать не только для оценки общего положения дел на предприятии (в организации) либо уровня развития одной из его (ее) сторон. Предложенные подходы применимы для оценивания уровня инновационных и иных процессов в социально-экономическом развитии территориальных единиц, регионов, а также для сравнения этих показателей у разных субъектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кофман, А.** Модели для исследования скрытых воздействий / А. Кофман, Х. Хил Алуха. – Минск: Вышэйш. шк., 1993. – 260 с.
2. **Широкова, Г. В.** Управление изменениями в российских компаниях / Г. В. Широкова. – СПб.: Изд. дом СПб. гос. ун-та, 2006. – 480 с.

Поступила 05.07.2011