

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-4-338-344>

УДК 629.7

## Аналитический синтез управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата

Докт. техн. наук, проф. А. А. Лобатый<sup>1)</sup>,  
аспиранты А. Ю. Бумай<sup>1)</sup>, С. С. Прохорович<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2021  
Belarusian National Technical University, 2021

**Реферат.** Решается задача аналитического синтеза управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата (БЛА) при его полете по сложной траектории, состоящей из последовательно расположенных участков горизонтального полета, находящихся на разной высоте относительно земной поверхности. Задача решается как аналитическое определение оптимального управления линейной нестационарной системой при заданном минимизируемом функционале качества. Математическая модель системы представляется в виде дифференциальных уравнений движения БЛА в вертикальной плоскости неподвижной системы координат, привязанной к земной поверхности. Особенностью предлагаемой методики решения задачи является обоснование оригинального вида минимизируемого функционала и параметров, входящих в полученный известными методами закон изменения управляющего ускорения. В формате составляющих функционала качества рассматриваются значения координат и скорости беспилотного летательного аппарата, заданных в соответствующих точках пространства, через которые должен проходить путь аппарата, для получения оптимальной кривизны траектории. Вычисленные математические зависимости позволяют реализовать их на борту летательного аппарата и, в конечном итоге, решают задачу обеспечения минимальных затрат энергии при управлении объектом (БЛА). Компьютерное моделирование аналитически полученных результатов в виде траектории полета беспилотного летательного аппарата и процессов изменения его ускорения и скорости показало работоспособность предлагаемой методики и перспективность ее использования на первоначальном этапе синтеза системы управления БЛА.

**Ключевые слова:** синтез закона управления, беспилотный летательный аппарат, центр масс, траектория полета, минимизирующий функционал, ускорение, математическое моделирование

**Для цитирования:** Лобатый, А. А. Аналитический синтез управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай, С. С. Прохорович // *Наука и техника*. 2021. Т. 20, № 4. С. 338–344. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-4-338-344>

## Analytical Synthesis of Control Acceleration of Unmanned Aerial Vehicle

A. A. Lobaty<sup>1)</sup>, A. Y. Bumai<sup>1)</sup>, S. S. Prohorovith<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** The problem of analytical synthesis of the control acceleration for an unmanned aerial vehicle (UAV) during its flight along a complex trajectory, consisting of sequentially located horizontal flight sections, located at different heights

---

### Адрес для переписки

Лобатый Александр Александрович  
Белорусский национальный технический университет  
ул. Ф. Скорины, 25/3,  
220114, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 17 266-26-61  
lobaty@bntu.by

### Address for correspondence

Lobaty Aleksandr A.  
Belarusian National Technical University  
25/3, F. Skoriny str.,  
220114, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 266-26-61  
lobaty@bntu.by

relative to the earth's surface has been solved in the paper. The problem has been solved as an analytical definition of the optimal control of a linear non-stationary system for a specified minimized quality functional. The mathematical model of the system is presented in the form of differential equations of UAV motion in the vertical plane of a fixed coordinate system related to the earth's surface. A feature of the proposed methodology for solving the problem is the substantiation of the original form of the minimized functional and parameters included in the law of variation of the control acceleration obtained by known methods. As the components of the quality functional, the values of coordinates and velocity of the UAV are considered and they are specified at the corresponding points in space through which the UAV path must pass, in order to obtain the optimal curvature of the trajectory. The derived mathematical dependences make it possible to implement them on board of an aircraft and, ultimately, solve the problem of ensuring the minimum energy consumption when controlling an object (UAV). Computer simulation of the analytically obtained results in the form of the UAV flight trajectory and the processes of changing its acceleration and speed have shown the efficiency of the proposed technique and the prospects of its use at the initial stage of the synthesis of the UAV control system.

**Keywords:** synthesis of the control law, unmanned aerial vehicle, center of mass, flight trajectory, minimized functional, acceleration, mathematical modeling

**For citation:** Lobaty A. A., Bumai A. Y., Prohorovith S. S. (2021) Analytical Synthesis of Control Acceleration of Unmanned Aerial Vehicle. *Science and Technique*. 20 (4), 338–344. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2021-20-4-338-344> (in Russian)

## Введение

Робототехнические мехатронные самодвижущиеся системы, обладающие элементами искусственного интеллекта, занимают широкую сферу применения в различных областях человеческой деятельности. Синтез управления этими системами основан в первую очередь на использовании их математических моделей, поскольку такие системы являются структурно и конструктивно сложными. К настоящему времени создано и внедрено много различных подходов к разработке аналитических методов синтеза управлений данными системами, основанных на использовании математического моделирования. Среди них – как строгие математические методы с точным решением задач оптимизации, так и приближенные инженерные подходы, предназначенные для решения частных задач, различающиеся постановкой задачи и путями ее решения, сложностью создания адекватных математических моделей систем, возможностями разработчиков. Различные подходы к решению задач синтеза систем управления мехатронных систем позволяют наиболее эффективно использовать преимущества каждого из них.

Рассмотрим задачу синтеза системы управления беспилотного летательного аппарата (БЛА) при его полете по сложной траектории. БЛА имеют широкое распространение, разное предназначение и соответственно различные конструктивное исполнение и способы применения. Среди сфер использования БЛА наиболее распространенные – способы монито-

ринга земной поверхности и объектов, находящихся на ней. Без применения БЛА в наше время уже трудно представить решение задач картографии и геодезии, мониторинга труднодоступных районов, лесов, полей во всевозможных спектральных диапазонах с различных ракурсов. Не говоря уже об использовании БЛА в чрезвычайных ситуациях, в военной сфере и т. д.

Математические модели применения БЛА включают в себя большое число математических выражений, которые описывают перемещения БЛА как твердого тела в пространстве, включающие уравнения кинематики и динамики движения центра масс и относительно центра масс [1, 2]. Здесь должны присутствовать модели атмосферы, включающие ее турбулентность, математические выражения, описывающие физические процессы, происходящие в различных системах и элементах БЛА. Математически моделируются происходящие в системах БЛА механические и электрические процессы. Кроме того, в математических моделях функционирования систем БЛА могут присутствовать модели, описывающие газодинамику, пневматику, гидравлику. Значительную часть математических моделей систем управления БЛА занимает моделирование радиотехнических систем и их элементов.

В связи с большой сложностью математического описания всех элементов БЛА синтез управления БЛА необходимо производить поэтапно, начиная с решения наиболее общей задачи и последовательно переходя к решению частных задач.

### Синтез траекторного управления беспилотным летательным аппаратом

Эволюция изменения вектора параметров  $X(t)$ , описывающих полет БЛА в пространстве, в общем случае представляется векторным уравнением вида [3]

$$\dot{X}(t) = f(X, t); X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где  $f(X, t)$  – нелинейная векторная функция;  $t$  – текущее время, независимая переменная.

Для исследования полета БЛА по заданной траектории необходимо иметь математическую модель соответствующей траектории. В связи с тем, что в процессе полета в большинстве случаев не предусмотрено энергичное маневрирование БЛА и параметры его движения при этом не достигают наложенных на них ограничений, используя различные методы линеаризации относительно опорной траектории, математическую модель движения БЛА в пространстве состояний можно описать линейным векторно-матричным дифференциальным уравнением

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t); X(t_0) = X_0, \quad (2)$$

где  $U(t)$  – вектор управлений;  $A(t)$ ,  $B(t)$  – матрица переменных коэффициентов.

При решении задач синтеза управления БЛА, как правило, рассматривается задача Больца, в которой минимизируемый функционал качества представляется в виде квадратичного функционала Летова – Калмана [3]

$$J = X_k^T R X_k + \int_{t_0}^{t_k} [X(t)^T Q(t) X(t) + U(t)^T S(t) U(t)] dt, \quad (3)$$

где  $X_k = [\Delta x_k, \Delta y_k, \Delta z_k]^T$  – вектор, включающий минимальные отклонения (промах) БЛА относительно промежуточной  $k$ -й точки маршрута;  $X(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$  – то же текущих координат центра масс БЛА в заданной системе координат;  $U(t) = [a_x(t), a_y(t), a_z(t)]^T$  – то же управлений, состоящий из нормальных ускорений центра масс БЛА в этой системе координат.

Рассмотрение линейного квадратичного функционала качества (3) и линейной модели эволюции системы (2) существенно упрощает задачу синтеза. В этом случае имеет место так

называемая задача аналитического конструирования оптимального регулятора, в которой искомый вектор оптимального управления определяется из выражения [3, 4]

$$U^*(t) = -S^{-1}(t)B^T(t)K(t)X(t), \quad (4)$$

где  $K(t)$  – матрица коэффициентов, вычисляемая путем решения векторного дифференциального уравнения типа Риккати

$$\dot{K}(t) = -A^T(t)K(t) - K(t)A(t) + K(t)B(t)S^{-1}(t)B^T(t)K(t) - Q(t); K(t_k) = R. \quad (5)$$

Основная проблема, возникающая в этом случае при определении оптимального управления  $U^*(t)$ , заключается в решении так называемой двухточечной краевой задачи, которая предполагает одновременное решение системы дифференциальных уравнений (2) и (5). При этом у системы (2) заданы начальные условия, а у (5) – конечные. Аналитическое решение данной задачи возможно лишь в некоторых случаях для систем малой размерности. В остальном же для решения двухточечной задачи обычно применяется метод прогонки, при котором в начальный момент времени задаются приближенные крайние значения для одной из систем – (2) или (5), а затем многократно интегрируются (2) и (5) в «прямом» и «обратном» времени до достижения в каждом конкретном случае необходимой точности получения результата.

Синтез закона управления траекторией БЛА (как и любого летательного аппарата) заключается в формировании закона изменения вектора скорости БЛА  $\vec{v}$  как по направлению, так в ряде случаев и по величине. В соответствии с существующими законами механики при известной массе БЛА задача сводится к определению потребного вектора ускорения центра масс БЛА, который приводит к изменению вектора  $\vec{v}$  и, соответственно, к изменению траектории полета БЛА. При этом рассматриваются математические выражения, описывающие кинематику и динамику движения БЛА как точки в пространстве с учетом рассмотрения соответствующих систем координат.

При моделировании траектории полета БЛА рассматривается его движение в прямоугольной неподвижной системе координат, привязанной к земной поверхности. За начало этой

системы координат обычно принимается точка старта БЛА (стартовая система координат  $OXYZ$ ) [5]. Параметры траектории полета БЛА описываются вектором, характеризующим положение центра масс БЛА в этой системе координат  $X^T(t) = [x \ y \ z]$ , связанного с вектором скоростей и вектором ускорений в данной системе координат соответствующими векторными дифференциальными уравнениями:  $\dot{X}(t) = v(t)$ ,  $\dot{v}(t) = a(t)$ , где  $v^T(t) = [v_x \ v_y \ v_z]$ ,  $a^T(t) = [a_x \ a_y \ a_z]$ . При заданной траектории полета БЛА задача управления им состоит в определении вектора управляющих ускорений БЛА  $a_y^T(t) = [a_{yx} \ a_{yy} \ a_{yz}]$ , приложенного к центру масс аппарата.

Рассмотрим широко распространенную задачу изменения траектории полета БЛА в вертикальной плоскости. Она может иметь место в ситуации, когда БЛА осуществляет полет на большой высоте, затем снижается для выполнения задачи и опять набирает высоту, необходимую для предотвращения столкновения с наземными объектами. На рис. 1 представлен общий вид траектории полета БЛА по заданному маршруту.

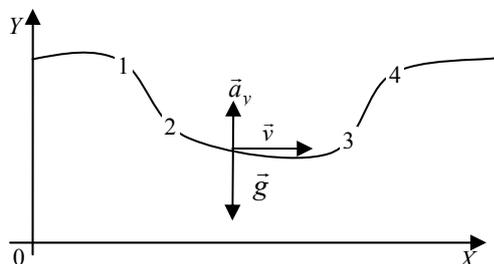


Рис. 1. Траектория полета беспилотного летательного аппарата: 1, 2, 3, 4 – точки начала и окончания соответствующих участков изменения траектории;  $\vec{v}$  – вектор скорости;  $\vec{a}_y$  – вектор вертикального управляющего ускорения беспилотного летательного аппарата;  $\vec{g}$  – вектор гравитационного ускорения

Fig. 1. Unmanned aerial vehicle flight trajectory: 1, 2, 3, 4 – start and end points of corresponding sections of trajectory change;  $\vec{v}$  – velocity vector;  $\vec{a}_y$  – vector of vertical steering acceleration of unmanned aerial vehicle;  $\vec{g}$  – gravitational acceleration vector

На рис. 1 принято, что БЛА осуществляет полет с постоянной скоростью  $|\vec{v}| = \text{const}$ .

В [6, 7] рассматривается решение аналогичной задачи при полете БЛА через заданные

точки пространства. Однако в этом случае задача несколько проще, так как не накладываются жесткие требования к изменению вектора скорости  $\vec{v}$ . На каждом из заданных участков полета БЛА система дифференциальных уравнений движения аппарата имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v_x, \quad x_0(0) = x_0; \\ \dot{y} &= v_y, \quad y_g(0) = y_0; \\ \dot{v}_x &= a_x, \quad v_x(0) = v_{x0}; \\ \dot{v}_y &= a_y, \quad v_y(0) = v_{y0}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $x, y$  – координата центра масс БЛА в инерциальной системе координат;  $v_x, v_y$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  БЛА на оси этой системы координат;  $a_x, a_y$  – ускорение центра масс БЛА.

В качестве параметра управления БЛА в данном случае рассматривается вертикальное ускорение аппарата  $a_y(t)$ . В (6) допускается, что  $v_x = \sqrt{v^2 - (v_y)^2}$ , где принято, что скорость БЛА  $v = |\vec{v}|$ , т. е. в процессе полета аппарата его скорость не изменяется.

Определим оптимальное управление БЛА (ускорение  $a_y(t)$ ) на каждом из участков траектории его полета. Важнейшую определяющую роль при синтезе оптимального управления играют правильные обоснование и формализация минимизируемого функционала качества. В данном случае в качестве критерия оптимизации будем рассматривать традиционный для этого типа задач квадратичный функционал [1, 6, 8]:

$$J = \frac{1}{2} \left[ c_1 (v_y - v_{y\text{задан}})^2 + c_2 (y - y_{\text{задан}})^2 \right]_{t=t_k} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (a_y)^2 dt, \quad (7)$$

где  $t_k$  – момент времени, при котором БЛА достигает заданной очередной точки пространства;  $v_{y\text{задан}}$  – заданное значение проекции скорости БЛА на вертикальную ось  $y$  соответствующей инерциальной (стартовой) системы координат в момент  $t_k$ ;  $y_{\text{задан}}$  – вертикальная координата заданной точки траектории полета БЛА в момент  $t_k$ ;  $c_1, c_2$  – коэффициенты, кото-

рый задается с учетом размерности переменных, входящих в (6).

В отличие от задачи, решаемой в [6], в (7)  $v_{y\text{задан}} = 0$ , что соответствует горизонтальному полету БЛА после окончания маневрирования (изменения траектории) на соответствующем участке траектории.

Решение задачи минимизации функционала (7) при наличии ограничений, накладываемых на траекторию в виде (6), было получено в [8, 9] на основе применения методов вариационного исчисления. В дальнейшем для различных форм постановки задачи данное решение получило развитие в [1, 6]. Для задач (6), (7) проекция оптимального ускорения центра масс БЛА на ось  $y$  определяется следующими выражениями:

$$a_y(v_y, y, t) = -\Lambda_v(t)[v_y(t) - v_{y\text{задан}}] - \Lambda_y(t)[y(t) - y_{y\text{задан}}] + g; \quad (8)$$

$$\Lambda_v(t) = \frac{(1/c_2) + (1/c_1)(t_k - t)^2 + 1/3(t_k - t)^3}{D(t_k - t)}; \quad (9)$$

$$\Lambda_y(t) = \frac{(1/c_1)(t_k - t) + 1/2(t_k - t)^2}{D(t_k - t)}; \quad (10)$$

$$D(t_k - t) = \left[ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{3}(t_k - t)^3 \right] \times \left[ \frac{1}{c_1} + t_k - t \right] - \frac{1}{4}(t_k - t)^4, \quad (11)$$

где  $t_k - t = t_{\text{ост}}$  – время, необходимое для достижения БЛА очередной заданной точки пространства,

$$t_{\text{ост}} = \frac{D}{|\dot{D}|}; \quad (12)$$

$D$  – текущая дальность от центра масс БЛА до заданной точки пространства на соответствующем интервале наведения;  $|\dot{D}|$  – модуль скорости сближения БЛА с очередной заданной точкой.

В (9)–(11) присутствуют неизвестные коэффициенты  $c_1, c_2$ , которые определяют относительную значимость входящих в функцио-

нал (7) переменных и выполняют роль нормировочных коэффициентов. Так как общего теоретического подхода для их получения нет, они выбираются исходя из конкретной постановки задачи; в некоторых случаях могут задаваться исходя из максимально допустимых значений величин переменных, перед которыми они стоят. В рассматриваемом случае:  $c_1 = 1/(v_{y\text{max}})^2$ ;  $c_2 = 1/(y_{\text{max}})^2$ . Однако следует заметить, что выбор  $v_{y\text{max}}$  и  $y_{\text{max}}$  также требует соответствующего обоснования. Оригинальное решение представлено в [8], где предлагается считать, что  $c_1 \rightarrow \infty$  и  $c_2 \rightarrow \infty$ . Это означает, что терминальные составляющие функционала (7) значимее интегральной составляющей, которая характеризует минимизацию перегрузки. Данное допущение справедливо, когда БЛА обладает достаточным запасом топлива на всей траектории полета при относительно небольшой скорости полета в отличие, например, от управляемой ракеты, у которой значительные боковые перегрузки при ограниченном запасе топлива приводят к существенной потере скорости и, следовательно, к потере управляемости на конечном участке траектории полета. В этом случае выражение для оптимальной перегрузки БЛА (8) принимает достаточно простой вид

$$a_{y\text{г}} = -\frac{4v_{y\text{г}}}{t_{\text{ост}}} - \frac{6(y_{\text{г}} - y_{y\text{задан}})}{(t_{\text{ост}})^2} + g. \quad (13)$$

Необходимо принять во внимание, что в законе управления (13) присутствует переменная  $t_{\text{ост}}$ , которая в соответствии с (12) стремится к нулю. Поэтому при практической реализации закона управления (13) предлагается представлять формулу (12) в следующем виде:

$$t_{\text{ост}} = \frac{D + D_{\text{ост}}}{|\dot{D}|}, \quad (14)$$

где  $D_{\text{ост}}$  – остаточная дальность до окончания полета БЛА в заданную точку пространства, в случае достижения которой при дальнейшем неуправляемом полете по прямой точность наведения БЛА в заданную точку является приемлемой.

Применение в законе управления выражения (14) вместо (12) позволяет избавиться от нежелательного деления на ноль в (13).

В качестве примера рассмотрено математическое моделирование данной задачи в среде Mathcad при следующих заданных значениях:  $v = 50 \text{ м/с} = \text{const}$ ;  $D_{\text{от}} = 50 \text{ м}$ . В соответствии с обозначениями, приведенными на рис. 2, заданы координаты точек, через которые должен пролететь БЛА:  $x_1 = 0 \text{ м}$ ,  $y_1 = 500 \text{ м}$ ;  $x_2 = 850 \text{ м}$ ,  $y_2 = 200 \text{ м}$ ;  $x_3 = 1700 \text{ м}$ ,  $y_3 = 200 \text{ м}$ ;  $x_4 = 2550 \text{ м}$ ,  $y_4 = 500 \text{ м}$ . На рис. 2 представлена траектория БЛА, полученная в результате компьютерного моделирования.

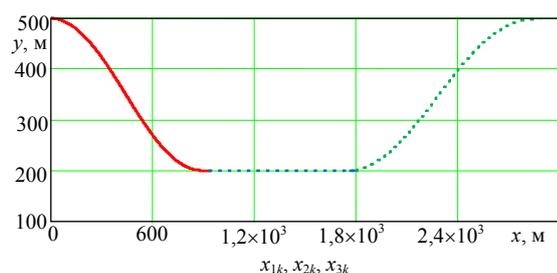


Рис. 2. Результаты компьютерного моделирования траектории полета беспилотного летательного аппарата:

—  $-y_{1k}$ ; - - -  $-y_{2k}$ ; ····  $-y_{3k}$

Fig. 2. Results of computer simulation of unmanned aerial vehicle flight trajectory:

—  $-y_{1k}$ ; - - -  $-y_{2k}$ ; ····  $-y_{3k}$

На рис. 3 представлены графики изменения управляющей вертикальной перегрузки  $a_y(t)$  и вертикальной скорости  $v_y(t)$  БЛА на трех приведенных на рис. 2 участках траектории полета. Как показали результаты моделирования данного примера, величины отклонений траектории БЛА от заданных промежуточных точек пространства не превышают 5 м, что вполне приемлемо. При этом величина управляющей перегрузки  $n_y(t) = a_y(t)/g$  не превышает предельно допустимых значений.

Данный подход в определении управляющей перегрузки БЛА применим и для решения пространственной задачи наведения БЛА. Это может производиться отдельным решением двух плоских задач с последующим их объединением или решением задачи в новой введенной вращающейся системе координат, связанной с вектором дальности БЛА до очередной точки пространства с последующим разделением по каналам управления БЛА с помощью матрицы преобразования координат (матрицы направляющих косинусов) [5, 10].

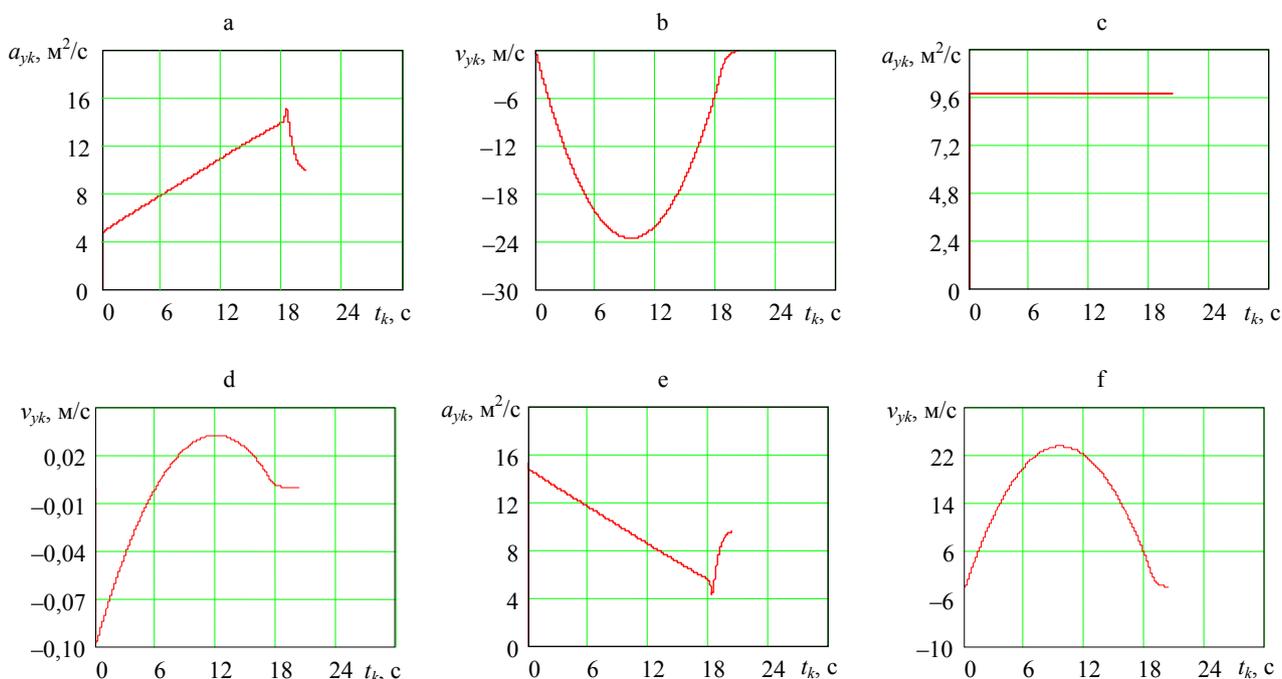


Рис. 3. Изменения вертикальной перегрузки  $a_{yk}$  и вертикальной скорости  $v_{yk}$  на траектории полета: a, b – на участке 1; c, d – на участке 2; e, f – на участке 3

Fig. 3. Changes in vertical overload  $a_{yk}$  and vertical velocity  $v_{yk}$  of flight path: a, b – in section 1; c, d – in section 2; e, f – in section 3

## ВЫВОДЫ

1. Полученный закон изменения управляющей перегрузки  $a_y(t)$  является основой для формирования структуры построения автопилота беспилотного летательного аппарата в виде закона изменения угла отклонения рулевой поверхности (рулей по каждому каналу управления) в виде  $\delta_y = f(a_y, p_i, t)$  (где  $p_i = p_i(t)$  – измеряемый датчиками беспилотного летательного аппарата параметр, характеризующий его пространственное перемещение). В зависимости от вида математических моделей, описывающих пространственное перемещение беспилотного летательного аппарата, в том числе и относительно центра масс, могут применяться различные известные методы синтеза регуляторов систем управления.

2. Поскольку невозможно абсолютно точно описать математически все процессы, протекающие в беспилотном летательном аппарате и влияющие на его состояние, на последнем этапе синтеза системы управления таким аппаратом, как и любой другой сложной технической системой, приходится производить коррекцию параметров автопилота (параметрическую оптимизацию) под конкретную конструкцию беспилотного летательного аппарата и конкретные условия его применения.

3. Представленная методика синтеза закона изменения управляющей перегрузки беспилотного летательного аппарата  $a_y(t)$  является основой для последующего поэтапного синтеза системы управления аппаратом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2009. 556 с.
2. Моисеев, В. С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами / В. С. Моисеев. Казань: ГБУ РЦМКО, 2013. 768 с.
3. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 т. / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ имени Н. Э. Баумана, 2004. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления. 616 с.
5. Дмитриевский, А. А. Внешняя баллистика / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.
6. Лобатый, А. А. Интервально-оптимальное программное управление летательным аппаратом / А. А. Лобатый, М. А. Аль-Машхадани // Наука и техника. 2014. № 1. С. 25–29.
7. Лобатый, А. А. Формирование оптимальных параметров траектории полета беспилотного летательного ап-

парата через заданные точки пространства / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай, Ду Цзюнь // Доклады БГУИР. 2019. № 7–8. С. 50–57. <https://doi.org/10.35596/1729-7648-2019-126-8-50-57>.

8. Брайсон, А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. М.: Мир, 1972. 544 с.
9. Лобатый, А. А. Аналитический синтез управления беспилотным летательным аппаратом / А. А. Лобатый, А. А. Антаневич, Ю. Ф. Икуас // Сборник статей Военной академии Республики Беларусь. 2009. № 17. С. 62–66.
10. Красовский, А. А. Системы автоматического управления летательных аппаратов / А. А. Красовский, Ю. А. Вавилов, А. И. Сучков. М.: Военно-воздушная инженерная академия имени Н. Е. Жуковского, 1986. 477 с.

Поступила 28.01.2021

Подписана в печать 16.03.2021

Опубликована онлайн 30.07.2021

## REFERENCES

1. Veremeenko K. K., Zheltov S. Yu., Kim N. V., Sebyakov G. G., Krasil'shchikov M. N. (2009) *Modern Information Technologies in the Tasks of Navigation and Guidance of Unmanned Maneuverable Aerial Vehicles*. Moscow, Fizmatlit Publ. 556 (in Russian).
2. Moiseev V. S. (2013) *Applied Theory of Control of Unmanned Aerial Vehicles*. Kazan, State Budgetary Institution "Republican Center of Education Quality Monitoring". 768 (in Russian).
3. Krasovskii A. A. (ed.) (1987) *Handbook on Automatic Control Theory*. Moscow, Nauka Publ. 712 (in Russian).
4. Pupkov K. A., Egupov N. D., Barkin A. I., Zaitsev A. V., Kanushkin S. V., Komartsova L. G., Korlyakova M. O., Kornysushin Yu. P., Krasnoshechenko V. I., Kurdyukov A. P., Maksimov A. V., Mel'nikov D. V., Myshlyayev Yu. I., Pilishkin V. N., Rybin V. M., Utrobin G. F., Faldin N. V., Filimonov N. B. (2004) *Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control. Vol. 3. Synthesis of Regulators of Automatic Control Systems*. Moscow, Publishing House of Bauman Moscow State Technical University. 616 (in Russian).
5. Dmitrievskii A. A., Lysenko L. N. (2005) *External Ballistics*. Moscow, Mashinostroenie Publ. 608 (in Russian).
6. Lobaty A. A., Al-Mashkhadani M. A. (2014) Interval Optimal Software Control of the Aircraft. *Nauka i Technika = Science & Technique*, (1), 25–29 (in Russian).
7. Lobaty A. A., Bumai A. Yu., Du Jun (2019) Formation of Optimal Parameters of the Trajectory of the Overflight of Unmanned Aerial Vehicle through Specified Points of Space. *Doklady BGUIR*, (7–8), 50–57. <https://doi.org/10.35596/1729-7648-2019-126-8-50-57> (in Russian).
8. Bryson A., Yu-Chi Ho (1975) *Applied Optimal Control Theory*. CRC Press. 482.
9. Lobaty A. A., Antanevich A. A., Ikuas Yu. F. (2009) Analytical Synthesis of Control System of Unmanned Aerial Vehicle. *Sbornik Statey Voennoy Akademii Respubliki Belarus* [Collected Papers of the Military Academy of the Republic of Belarus], (17), 62–66 (in Russian).
10. Krasovskii A. A., Vavilov Yu. A., Suchkov A. I. (1986) *Automatic Flight Control Systems*. Moscow, Zhukovsky Air Force Engineering Academy. 477 (in Russian).

Received: 28.01.2021

Accepted: 16.03.2021

Published online: 30.07.2021