УДК 621.316.925

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ КОММУТАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

## Канд. техн. наук, доц. НОВАШ И. В.

Белорусский национальный технический университет

Электромагнитные переходные процессы в силовых трансформаторах возникают при коммутации электрических цепей с обмотками. Наиболее характерные коммутационные режимы включения, короткие замыкания, отключения коротких замыканий характеризуются резкими изменениями уровней электрических и магнитных параметров режима трансформатора, которые обусловлены инерционностью перераспределения энергии между ее накопителями в самом трансформаторе и в смежных с ним элементах электрической установки. К коммутационным режимам следует отнести режимы регулирования напряжения под нагрузкой, осуществляемого изменением количества витков обмоток. Коммутационными также являются рабочие режимы трансформаторов выпрямительных и инверторных установок, электродуговых печей, преобразователей частоты, напряжения и др., где коммутации в контурах обмоток выполняются изменением состояния полупроводниковых вентилей, электрической дуги.

Коммутационные режимы сопровождаются повышенными потерями в обмотках и магнитопроводах трансформаторов, увеличением токов намагничивания. Исследование коммутационных режимов целесообразно вести методом вычислительного эксперимента на ЭВМ [1]. Математические модели трансформаторов, предназначенные для исследования электромагнитных переходных процессов [2, 3], базируются на Т-образной схеме замещения однофазного трансформатора, содержащей индуктивные сопротивления рассеяния отдельных обмоток. Использование таких моделей для изучения коммутационных режимов трехфазных трансформаторов, которые работают в составе сложных энергообъектов, затруднено тем, что индуктивности рассеяния отдельных обмоток не могут быть однозначно определены для всех возможных режимов трансформатора. В каждом конкретном случае необходима коррекция моделей, базирующаяся на результатах большого объема экспериментальных исследований на реальных энергообъектах [4].

Более достоверными для исследования коммутационных режимов силовых трансформаторов являются математические модели, построенные на базе близкой к реальности физической картины распределения магнитных потоков в элементах магнитопровода и междуобмоточных пространствах, не накладывающихся друг на друга. Модели с такими потоками не содержат индуктивностей рассеяния отдельных обмоток, являются более универсальными для исследования коммутационных режимов электроэнергетических объектов с трехфазными силовыми трансформаторами. Научная дискуссия по проблеме учета потоков рассеяния при математическом моделировании силовых трансформаторов в 80-х гг. выявила целесообразность использования ненакладывающихся потоков («вторая теория рассеяния») [5]. На базе этой теории были разработаны математические модели трехфазных силовых трансформаторов и автотрансформаторов с высшим напряжением 110-330 кВ [6, 7, 8]. В настоящей статье рассматриваются комплексные математические модели электроустановок распределительных сетей 6-10 кВ с трехфазными трехстержневыми трансформаторами 6-10/0,4 кВ Y/Y0-0 и Δ/Y0-11, предназначенные для исследования бросков тока намагничивания (БТН) при включении трансформатора.

Расчетная схема трансформаторной подстанции (ТП) с включаемым трансформатором (рис. 1) содержит источник питания и элементы, предположительно влияющие на величину БТН и содержание высших гармоник до 3...5 % от реально возможных значений. Это нагрузки на шинах источника питания (шины 6–10 кВ электростанции, понизительной подстанции энергосистемы, автономного источника), линия связи между шинами 6–10 кВ источника питания и шинами 6–10 кВ ТП с включаемым трансформатором, нагрузка на шинах 6–10 кВ ТП.

Источник питания конечной мощности представляется трехфазной симметричной системой ЭДС прямой последовательности за неизменными активно-индуктивными сопротивлениями. Силовые трансформаторы в комплексных математических моделях представляются как трехфазные объекты с реальными схемами соединения обмоток, конструкциями магнитопроводов, характеристиками намагничивания элементов магнитопровода.

Магнитное поле трансформатора можно разделить на области, каждая из которых занята только одним потоком, одинаковым на всем ее протяжении. Картина магнитных полей трехфазного трехстержневого трансформатора с концентрическими обмотками показана на рис. 2.



Рис. 1. Расчетная схема трансформаторной подстанции 6-10/0,4 кВ



Рис. 2. Картина магнитных полей трехфазного трехстержневого трансформатора с концентрическими обмотками

Магнитные потоки стержней  $\Phi_j = \Phi'_j + \Phi''_j$ имеют две составляющие: поток  $\Phi'_j$  в самом стержне сечением  $s_c$  и поток  $\Phi''_j$  в околостержневом пространстве  $s_B$  между стержнем и внутренней обмоткой. Магнитные потоки рассеяния  $\Phi_{\kappa j}$  замыкаются в пространстве между обмотками  $w_1$  и  $w_2$ , а магнитные потоки ярма – по элементам ярма. Обмотки  $w_1$  охватывают магнитные потоки  $\Phi_j - \Phi_{\kappa j}$ , обмотки  $w_2$  – магнитные потоки  $\Phi_j$ .

В трехфазном трансформаторе с трехстержневым магнитопроводом, кроме потоков в стержнях  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$ , в ярме  $\Phi_{sA}$ ,  $\Phi_{sC}$  и потоков рассеяния  $\Phi_{\kappa A}$ ,  $\Phi_{\kappa B}$ ,  $\Phi_{\kappa C}$ , имеют место магнитные потоки, замыкающиеся через стенки бака трансформатора и окружающее пространство, –  $\Phi_{0A}$ ,  $\Phi_{0B}$ ,  $\Phi_{0C}$ . Эти потоки существенно проявляются при наличии токов нулевой последовательности в обмотках и оказывают заметное влияние на величину БТН.

Математическая модель трехфазного трансформатора со схемой соединения обмоток Y/Y<sub>0</sub>-0 и таким представлением магнитных потоков состоит из дифференциальных уравнений, составленных по 2-му закону Кирхгофа для электрических контуров, и алгебраических уравнений балансов токов, МДС и магнитных потоков.

Уравнения равновесия ЭДС в электрических контурах схемы (рис. 3а):

$$u_{1A} - u_{1B} = R_{1}i_{T1A} + w_{1}\frac{d}{dt}(\Phi_{A} - \Phi_{\kappa A}) - R_{1}i_{T1B} - w_{1}\frac{d}{dt}(\Phi_{B} - \Phi_{\kappa B});$$

$$u_{1B} - u_{1C} = R_{1}i_{T1B} + w_{1}\frac{d}{dt}(\Phi_{B} - \Phi_{\kappa B}) - R_{1}i_{T1C} - w_{1}\frac{d}{dt}(\Phi_{C} - \Phi_{\kappa C});$$

$$u_{2A} = R_{2}i_{T2A} + w_{2}\frac{d\Phi_{j}}{dt}, \quad i = A, B, C.$$
(1)

Уравнения равновесия МДС в магнитных контурах:

$$w_{1}i_{T_{1}j} - w_{2}i_{T_{2}j} = l_{c}H_{j} + R_{\mu0}\Phi_{0j};$$
  

$$-w_{2}i_{T_{2}j} = l_{c}H_{j} + R_{\mu\kappa}\Phi_{\kappa j}, \quad j = A, B, C; \quad (2)$$
  

$$R_{\mu0}\Phi_{0l} - R_{\mu0}\Phi_{0B} - l_{\pi}H_{\pi l} = 0, \quad l = A, C.$$
  
Здесь  $R_{\mu0} = \frac{w_{1}^{2}}{L_{\mu0}}; \quad R_{\mu\kappa} = \frac{w_{1}^{2}}{L_{T}};$ 

$$L_{\mu0}$$
,  $L_{\rm T}$  – индуктивности намагничивания ну левой последовательности и короткого замыка ния трансформатора, приведенные к числу вит ков  $w_1$ ;  $l_c$ ,  $l_a$  – длины стержня и ярма.



Рис. 3. Электрические схемы соединения обмоток трехфазного трансформатора

Уравнения баланса магнитных потоков:

$$\Phi_{A} = \Phi_{\kappa A} + \Phi_{0A} + \Phi_{\pi A};$$

$$\Phi_{B} = \Phi_{\kappa B} + \Phi_{0B} - \Phi_{\pi B} - \Phi_{\pi C};$$
(3)
$$\Phi_{C} = \Phi_{\kappa C} + \Phi_{0C} + \Phi_{\pi C}.$$

Эти уравнения совместно с характеристиками намагничивания участков магнитопровода полностью определяют процессы в трансформаторе со схемой соединения обмоток Y/Y<sub>0</sub>-0.

Уравнения равновесия ЭДС в электрических контурах трансформатора со схемой соединения обмоток  $\Delta/Y_0$ -11 (рис. 3б):

$$u_{1AB} = R_1 i_A + w_1 \frac{d}{dt} (\Phi_A - \Phi_{\kappa A});$$
  

$$u_{1BC} = R_1 i_B + w_1 \frac{d}{dt} (\Phi_B - \Phi_{\kappa B});$$
(4)

$$u_{2j} = R_2 i_{T2j} + w_2 \frac{d\Phi_j}{dt}, \quad j = A, B, C.$$

Уравнения баланса токов в узлах схемы:

$$i_{T1A} = i_A - i_C;$$
  $i_{T1B} = i_B - i_A;$   $i_{T1C} = i_C - i_B;$   
 $i_0 = i_{T2A} + i_{T2B} + i_{T2C}.$ 

Уравнения магнитной системы аналогичны уравнениям трансформатора со схемой соединения обмоток Y/Y<sub>0</sub>-0.

Составление комплексных математических моделей для расчета первичных токов в режимах включения ненагруженного трансформатора выполняется для трехлинейных электрических схем рис. 4.

Дифференциальные уравнения электрических контуров схемы рис. 4а приводятся к виду, принятому для решения дифференциальных уравнений численными методами:

$$\frac{dy_1}{dt} = e_A - R_c i_{cA} - R_{cB} i_{cBA} - R_{TI} i_{TIA};$$
$$\frac{dy_2}{dt} = e_B - R_c i_{cB} - R_{cB} i_{cBB} - R_{TI} i_{TIB};$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_3}{dt} &= e_A - R_c i_{cA} - R_{HC} i_{HCA}; \\ \frac{dy_4}{dt} &= e_B - R_c i_{cB} - R_{HC} i_{HCB}; \\ \frac{dy_5}{dt} &= R_H i_{HA} - R_{TI} i_{TIA}; \\ \frac{dy_6}{dt} &= R_H i_{HB} - R_{TI} i_{TIB}. \end{aligned}$$

В этих уравнениях y<sub>1</sub>, ..., y<sub>6</sub> потокосцепления соответствующих электрических контуров:

$$y_{1} = w_{1}s_{c}(B_{A} - \frac{1}{3}B_{0}) + L_{c}i_{cA} + L_{cB}i_{cBA};$$

$$y_{2} = w_{1}s_{c}(B_{B} - \frac{1}{3}B_{0}) + L_{c}i_{cB} + L_{cB}i_{cBB};$$

$$y_{3} = L_{cHc}i_{cA} + L_{Hc}i_{cBA};$$

$$y_{4} = L_{cHc}i_{cB} + L_{Hc}i_{cBB};$$

$$y_{5} = w_{1}s_{c}(B_{A} - \frac{1}{3}B_{0}) - L_{H}i_{HA};$$

$$y_{6} = w_{1}s_{c}(B_{B} - \frac{1}{3}B_{0}) - L_{H}i_{HB}.$$

Здесь  $B_0 = B_A + B_B + B_C$ ;  $B_A, B_B, B_C$  – индукции в стержнях магнитопровода;  $L_{chc} = L_c + L_{hc}$  – индуктивности соответствующих элементов схемы рис. 4а.

Обозначения остальных величин соответствуют обозначениям на схеме рис. 4а и в математических моделях элементов расчетной схемы.

Магнитная система трансформатора описывается алгебраическими уравнениями. Уравнения баланса магнитных потоков согласно рис. 2 при отсутствии вторичных токов:

$$\begin{split} \Phi_{A} &= \Phi_{0A} + \Phi_{sA}; \\ \Phi_{B} &= \Phi_{0B} - \Phi_{sB} - \Phi_{sC}; \\ \Phi_{C} &= \Phi_{0C} + \Phi_{sC}. \end{split}$$

Вестник БНТУ, № 6, 2002

Уравнения равновесия МДС в магнитных контурах при тех же условиях:

$$w_{1}i_{\tau_{1}j} = l_{c}H_{j} + R_{\mu 0}\Phi_{0j}, \quad j = A, B, C;$$

$$R_{\mu 0}\Phi_{0A} - R_{\mu 0}\Phi_{0B} - l_{\pi}H_{\pi A} = 0;$$

$$R_{\mu 0}\Phi_{0C} - R_{\mu 0}\Phi_{0B} - l_{\pi}H_{\pi C} = 0.$$

Уравнения потокосцеплений магнитной системы совместно с характеристиками намагничивания элементов магнитопровода и уравнениями баланса токов в узлах схемы рис. 4а (здесь не приведены) образуют нелинейную систему алгебраических уравнений с 26-ю неизвестными. Эта система должна решаться на каждом шаге решения дифференциальных уравнений при известных значениях  $y_1, ..., y_6$ .

Дифференциальные уравнения электрических контуров схемы рис. 4б, приведенные к виду, принятому для численного решения шаговыми методами:



$$\begin{aligned} \frac{dy_2}{dt} &= e_B - e_C - R_{\rm c} i_{cBC} - R_{\rm cB} i_{cBBC} - R_{\rm TI} i_B; \\ \frac{dy_3}{dt} &= e_A - e_B - R_{\rm c} i_{cAB} - R_{\rm HC} i_{{\rm HCAB}}; \\ \frac{dy_4}{dt} &= e_B - e_C - R_{\rm c} i_{cBC} - R_{\rm HC} i_{{\rm HCAB}}; \\ \frac{dy_5}{dt} &= R_{\rm H} i_{{\rm HAB}} - R_{\rm TI} i_A; \\ \frac{dy_6}{dt} &= R_{\rm H} i_{{\rm HBC}} - R_{\rm TI} i_B; \\ \frac{dy_7}{dt} &= -R_{\rm TI} (i_A + i_B + i_C). \end{aligned}$$

Потокосцепления соответствующих электрических контуров  $y_1, ..., y_7$ :

$$y_{1} = L_{c}i_{cAB} + L_{CB}i_{CBAB} + w_{1}s_{c}B_{A};$$

$$y_{2} = L_{c}i_{cBC} + L_{CB}i_{CBBC} + w_{1}s_{c}B_{B};$$

$$6$$

$$6$$

$$F_{cj}$$

$$R_{c}$$

$$K_{c}$$

$$H_{c}$$

$$H_{c}$$

$$H_{c}$$

$$H_{c}$$



Рис. 4. Трехлинейные электрические схемы трансформаторной подстанции для расчета режимов включения ненагруженного трансформатора

$$y_{3} = L_{chc}i_{cAB} + L_{hc}i_{cBAB};$$

$$y_{4} = L_{chc}i_{cBC} + L_{hc}i_{cBBC};$$

$$y_{5} = w_{1}s_{c}B_{A} - L_{h}i_{hAB};$$

$$y_{6} = w_{1}s_{c}B_{B} - L_{h}i_{hBC};$$

$$y_{7} = w_{1}s_{c}B_{0},$$

где

$$\begin{split} i_{cjk} &= i_{cj} - i_{ck}; \\ i_{hcjk} &= i_{hcj} - i_{hck}; \\ i_{cBjk} &= i_{cBj} - i_{cBk}; \\ i_{hjk} &= i_{hj} - i_{hk}, \quad j = A, B; \quad k = B, C; \\ B_0 &= B_A + B_B + B_C. \end{split}$$

Алгебраические уравнения баланса магнитных потоков в узлах магнитопровода – те же, что и для трансформатора со схемой соединения обмоток Y/Y<sub>0</sub>-0.

Алгебраические уравнения равновесия МДС в магнитных контурах по форме те же, что и для трансформатора Y/Y<sub>0</sub>-0. Они отличаются от последних тем, что у трансформатора  $\Delta$ /Y<sub>0</sub>-11 токи  $i_{T1j} \neq i_j$ :

$$w_{l}i_{j} = l_{c}H_{j} + R_{\mu 0}\Phi_{0j}, \quad j = A, B, C;$$

$$R_{\mu 0} \Phi_{0A} - R_{\mu 0} \Phi_{0B} - l_{\pi} H_{\pi A} = 0;$$
  
$$R_{\mu 0} \Phi_{0C} - R_{\mu 0} \Phi_{0B} - l_{\pi} H_{\pi C} = 0.$$

Комплексная математическая модель обобщенного объекта с трансформатором  $\Delta/Y_0-11$ содержит семь дифференциальных и 30 алгебраических уравнений, подлежащих совместному решению.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Романюк Ф. А., Новаш В. И. Информационное обеспечение вычислительного эксперимента в релейной защите и автоматике энергосистем. – Мн.: ВУЗ-ЮНИТИ, 1998. – 174 с.

2. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники: Учеб. для вузов: В 2 т. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоиздат, 1981. – Т. 2. – 416 с.

3. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины: Учеб. для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.

4. Электрические цепи с ферромагнитными элементами в релейной защите / А. Д. Дроздов, А. С. Засыпкин, С. Л. Кужеков и др. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 254 с.

5. Зихерман М. Х. Об электромагнитном рассеянии обмоток трансформаторов // Электричество. – 1983. – № 9. – С. 60–63.

6. Новаш И. В. Математическая модель трехфазного трехстержневого трансформатора на базе второй теории рассеяния // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1986. – № 5. – С. 36–39.

7. Новаш И. В. Математические модели трехобмоточных трансформаторов и автотрансформаторов, не содержащие индуктивностей рассеяния отдельных обмоток // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1993. – № 7–8. – С. 27–31.

8. Новаш И. В. Математическое моделирование трансформатора с расшепленными обмотками для исследования электромагнитных процессов // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2000. – № 2. – С. 9–14.