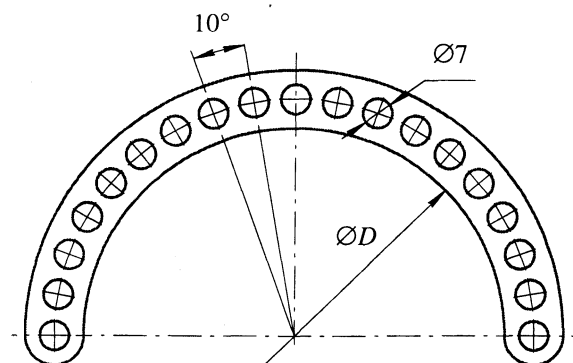


УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ФОРМЫ ИЗГИБА

Докт. техн. наук, проф. ИСАЕВИЧ Л. А., асп. ИВАНИЦКИЙ С. В.

Белорусский национальный технический университет

В настоящее время гнутые на ребро по заданному радиусу изделия из полос малой толщины и относительно большой ширины (изгиб узкой полосы) широко применяются в качестве приспособлений для лечения ортопедо-травматологических больных (полукольцо к аппарату Илизарова) (рис. 1).



№ изд.	D, мм	№ изд.	D, мм	№ изд.	D, мм
05.02.100	100	05.02.140	140	05.02.195	195
05.02.110	110	05.02.150	150	05.02.210	210
05.02.120	120	05.02.160	160	05.02.225	225
05.02.130	130	05.02.180	180		

Рис. 1. Полукольцо к аппарату Илизарова

Изделие представляет собой скобу, изогнутую на ребро, в виде полукольца диаметром от 100 до 225 мм, высотой поперечного сечения 16 мм и толщиной 4 мм.

При свободном изгибе узкой высокой полосы происходит потеря устойчивости с поворотом ее поперечного сечения относительно линии гибки. Вместо плоского изгиба создается изгиб оси по линии двоякой кривизны [1, 2], сопровождающийся кручением (рис. 2).

Целью работы является изучение условий изгиба полосы, обеспечивающих устойчивость процесса гибки. Для реализации поставленной цели рассмотрим изгибаемую полосу как балку на двух опорах, нагруженную сосредоточенной силой посередине (рис. 3).

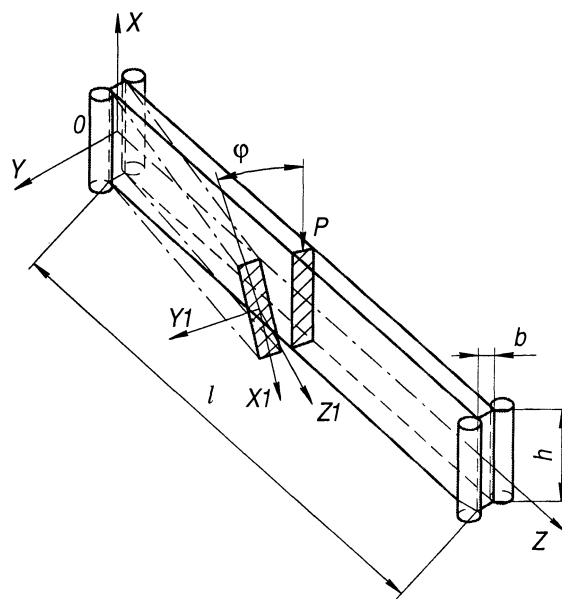


Рис. 2. Схема потери устойчивости полосы

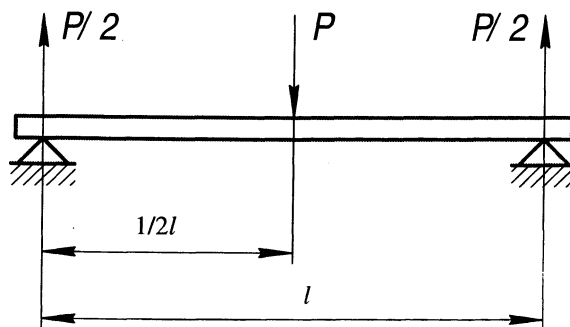


Рис. 3. Схема нагружения полосы

Условия закрепления на концах балки будем считать допускающими свободный поворот поперечного сечения при изгибе как в одной, так и в другой плоскости, и в то же время запрещающими поворот при кручении (рис. 2).

Если одна из главных жесткостей изгиба мала по сравнению с другой, то, изгибая балку в плоскости наибольшей жесткости, можно, постепенно увеличивая нагрузку, достигнуть предела, когда плоская форма изгиба перестает быть устой-

чивой [1]. Критическая нагрузка балки при этом зависит от жесткости на кручение и на изгиб в плоскости действия нагрузки.

Для балки с узким прямоугольным сечением и указанными условиями закрепления значение критической силы определяется по формуле [1]

$$P_k = \frac{16,03}{l^2} (m - 3,48 \frac{h}{2l} EI), \quad (1)$$

где h – высота сечения балки; EI – наименьшая жесткость при изгибе.

В свою очередь $m = \sqrt{EIGI_k}$, где GI_k – жесткость при кручении.

Подставив значение m в формулу (1), получим

$$P_k = \frac{16,03}{l^2} (\sqrt{EIGI_k} - 3,48 \frac{h}{2l} EI). \quad (2)$$

Для изгиба балки на двух опорах требуется изгибающий момент, определяемый по формуле [1]:

$$M_n = \frac{Pl}{4}, \quad (3)$$

где P – усилие гибки; l – расстояние между опорами.

С другой стороны, при пластическом изгибе изгибающий момент определяется соотношением [1]

$$M_n = W\sigma_m, \quad (4)$$

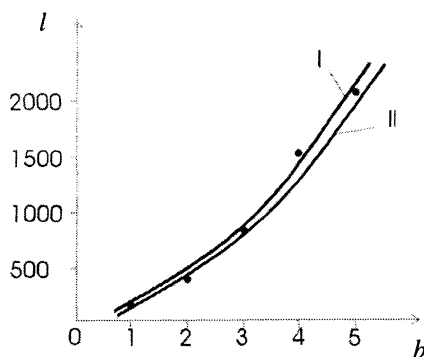


Рис. 4. График зависимости расстояния между опорами от толщины полосы: I — расчетные данные; II — данные экспериментов

где σ_m – предел текучести материала полосы; $W = \frac{bh^2}{6}$ – момент сопротивления; b – толщина полосы.

Решая совместно (3) и (4), получаем выражение для расчета усилия изгиба

$$P = \frac{bh\sigma_m}{1,5l}. \quad (5)$$

Учитывая, что при пластическом изгибе для сохранения устойчивости процесса гибки $P \leq P_k$, с учетом уравнений (2) и (5) можно записать

$$\frac{bh^2}{1,5l} \sigma_m \leq \frac{16,03}{l^2} (EJGJ_k - 3,48 \frac{h}{2l} EJ). \quad (6)$$

Анализ данного выражения показывает, что устойчивость полосы при изгибе на ребро зависит от размеров ее поперечного сечения и расстояния между опорами. Решая относительно величины l выражение (6), получаем квадратное уравнение

$$bh^2 \sigma_m l^2 - 25,4 \sqrt{EJGJ_k} \cdot l + 44,2hEJ = 0, \quad (7)$$

откуда

$$l_{1,2} \leq \frac{25,4 \sqrt{EJGJ} \pm \sqrt{645,16EJGJ_k - 176,8bh^3EJG}}{2bh^2 \sigma_m}.$$

Чтобы определить максимальное расстояние между опорами, для которого сохраняется устойчивость плоского изгиба, был проведен расчет для различных размеров поперечного сечения полосы. Результаты расчетов представлены на рис. 4 и 5.

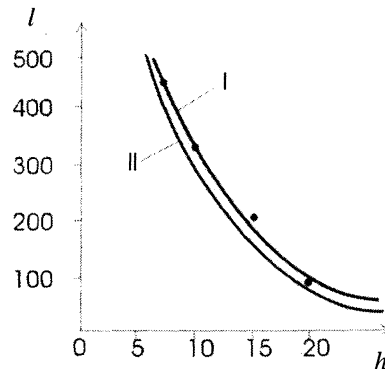


Рис. 5. График зависимости расстояния между опорами от высоты полосы (обозначения на рис. 4)

На рис. 4 показана зависимость этого расстояния от толщины, а на рис. 5 – от высоты полосы. Из графиков видно, что с увеличением толщины полосы возрастает расстояние между опорами, при котором сохраняется устойчивость плоского изгиба, а с ростом высоты поперечного сечения это расстояние уменьшается.

Таким образом, при изгибе узкой высокой полосы на ребро вероятность потери устойчивости тем выше, чем меньше толщина и больше высота полосы.

Для подтверждения полученных расчетных данных был проведен ряд экспериментов по изгибу полос с различными размерами поперечного сечения. Изгиб проводили на универсальной испытательной машине типа ГРМ-1А, допускающей предельную нагрузку до 500 кН и максимальный прогиб при изгибе до 150 мм.

Приспособление представляло собой две опоры, имеющие П-образные пазы шириной, равной толщине изгибаемой полосы. Опоры крепили на верхней части подвижной траверсы с возможностью регулирования расстояния между ними.

Изгиб производили до момента начала поворота поперечного сечения в середине полосы относительно линии гибки, т. е. до момента по-

тери устойчивости. Величина прогиба, при котором наблюдалась потеря устойчивости плоского изгиба, зависела от размеров поперечного сечения полосы. С увеличением толщины и уменьшением высоты поперечного сечения возрастает величина прогиба до начала потери устойчивости и, следовательно, повышается устойчивость плоского изгиба. Как видно из графиков (рис. 4, 5), расчетные данные хорошо согласуются с данными экспериментов.

ВЫВОД

Результаты проведенной работы дают основание сделать вывод, что при изготовлении полукольца к аппарату Илизарова свободным изгибом полосы на ребро, запрещающим кручение, не требуются дополнительные приспособления, обеспечивающие устойчивость плоского изгиба для всех представленных размеров полуколец.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рудицын М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов. – Мн.: Выш. шк., 1970. – 630 с.
2. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов: Учеб. для втузов. – 9-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 512 с.