

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В ДИСКРЕТНОЙ СРЕДЕ ЗА ФРОНТОМ ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ, ВЫЗВАННОЙ ДАВЛЕНИЕМ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ БВВ

Докт. техн. наук, проф. ЖДАНОВИЧ Г. М.

Белорусский национальный технический университет

В первом приближении будем полагать, что перед прохождением отраженной волны сжатия средняя плотность брикета равна $\rho_1(\gamma_1)$. В этом случае выражение (7) работы [1] необходимо записать в следующем виде:

$$p_{1z} = \rho_1 u_1 v_1, \quad (1)$$

где u_1 – скорость отраженной волны.

Дифференциал выражения (36) [1] с учетом допущения $u_1 = \text{const}$ соответственно будет иметь вид

$$dp_{1z} = \rho_1 u_1 dv_1. \quad (2)$$

С учетом соотношений (23) [1] выражение (2) может быть представлено в следующем виде:

$$dp_{1z} = \rho_1 u_1^2 d \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_{1z}} \right) = \rho_1 u_1 d \left(1 - \frac{1}{\phi_{1z}} \right), \quad (3)$$

где

$$\phi_{1z} = \frac{\rho_{1z}}{\rho_1} = \frac{\gamma_{1z}}{\gamma_1};$$

$$u_1 = \frac{dZ_1}{dt} = c_1 + \lambda_1 v_1 \approx \text{const}. \quad (4)$$

С учетом выражения (4) выражение (3) можно записать

$$dp_{1z} = \rho_1 \frac{dZ_1}{dt} dv_1 = \rho_1 dZ_1 \frac{dv_1}{dt}. \quad (5)$$

Рассматривая совместно выражения (3) и (5), получим

$$u_1^2 \frac{d\phi_{1z}}{\phi_{1z}^2} = \frac{dv_1}{dt} dZ_1. \quad (6)$$

Когда падающая прямая волна сжатия достигает границы порошковое тело–основание, все слои брикета имеют скорость v_1 , поэтому в выражении (4) принято $u_1 = c_1 + \lambda_1 v_1 \approx \text{const}$; c_1 , λ_1 – скорость звука и коэффициент динамической сжимаемости в порошковом теле уплотнением до плотности γ_1 , после прохождения прямой волны сжатия. При движении отраженной волны сжатия скорость каждого слоя прессовки изменяется от v_1 до нуля, поэтому можно допустить, что и $\frac{dv_1}{dt} \approx \text{const}$. С учетом этих соображений дифференциальное уравнение (6) можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\phi_{1z}}{\phi_{1z}^2} = \frac{dZ_1}{a_1(v)}, \quad (7)$$

где

$$\frac{1}{a_1(v)} = \frac{1}{u_1^2} \frac{dv_1}{dt} \approx \text{const}. \quad (8)$$

Связь между координатой Эйлера Z_1 и координатой Лагранжа z_1 , как и прежде, будем искать на основе закона сохранения массы

$$dZ_1 = \varphi_{1z} dz_1. \quad (9)$$

Рассматривая совместно дифференциальное уравнение (7) и соотношение (9), получим

$$\varphi_{1z}^{-3} d\varphi_{1z} = \frac{dZ_1}{a_1(v)}. \quad (10)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (10), находим

$$\varphi_{1z}^{-2} = c'_1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}. \quad (11)$$

Граничные условия для определения постоянной интегрирования c'_1 могут быть записаны в следующем виде:

$$\varphi_{1z} \Big|_{z_1=0} = 1, \varphi_{1z} \Big|_{z_1=u_1} = \frac{u_1}{u_1 - v_1}. \quad (12)$$

Из совместного рассмотрения выражения (11) и граничного условия (12) следует, что $c'_1 = 1$ и выражение (11) можно записать

$$\varphi_{1z} = \frac{\gamma_{1z}}{\gamma_1} = \frac{\vartheta_{1z}}{\vartheta_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (13)$$

Из условия сохранения массы следует, что:

$$\int_0^h dZ_1 = \int_0^{h_1} \varphi_{1z} dz_1 = \int_0^{h_1} \frac{dz_1}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (14)$$

После интегрирования в указанных пределах условие (14) принимает следующий вид:

$$h = a_1(v) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2h_1}{a_1(v)}} \right), \quad (15)$$

где h, h_1 – высота брикета соответственно после прохождения прямой и отраженной волн сжатия, причем $h_1 < h$.

Решая выражение (15) относительно величины $a_1(v)$, находим

$$a_1(v) = \frac{h^2}{2(h - h_1)}. \quad (16)$$

Из совместного рассмотрения выражения (13) и второго граничного условия (12) следует

$$\frac{u_1}{u_1 - v_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2h_1}{a_1(v)}}}. \quad (17)$$

Решая выражение (17) относительно величины $a_1(v)$, находим

$$a_1(v) = \frac{2h_1}{1 - \left(1 - \frac{v_1}{u_1} \right)^2}. \quad (18)$$

Рассмотрим совместно выражения (16) и (18)

$$hh_1 - h_1^2 = \frac{1}{4} h^2 \left[1 - \left(1 - \frac{v_1}{u_1} \right)^2 \right]. \quad (19)$$

Решая уравнение (19) относительно величины h_1 , получим

$$h_1 = h \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_1}{u_1} \right). \quad (20)$$

В выражении (20) неопределенной является высота брикета после прохождения прямой волны сжатия. Для ее определения обратимся к рассмотрению выражений (9), (14), (23) [1], в которых следует положить $z = h$; $\varphi_z = \varphi_{1z} = \varphi_{z=h}$, $z = h_0$, $v_z = v_1$:

$$v_1 = \frac{v_0}{1 + \frac{h_0}{a(v)}}; \quad (21)$$

$$u_1 = c_1 + \lambda_1 v_1; \quad (22)$$

$$v_1 = u_1 \frac{\varphi_{1z} - 1}{\varphi_{1z}}. \quad (23)$$

Рассматривая совместно выражение (30) [1] и граничное условие (35) [1], находим величину постоянной интегрирования

$$c = \frac{u_0}{v_0} - \ln \frac{u_0}{v_0},$$

с учетом которой выражение (30) [1] примет следующий вид:

$$\frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} - \ln \frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} = \frac{u_0}{v_0} - \ln \frac{u_0}{v_0} + \frac{c_0}{v_0} \frac{z}{a(v)}. \quad (24)$$

Выражение (24) для нижнего слоя с координатой $z = h$ с учетом соотношений (21), (22) и (23) может быть представлено

$$\begin{aligned} \frac{u_0}{v_0} - \ln \frac{u_0}{v_0} + \frac{c_0}{v_0} \frac{h}{a(v)} &= \frac{u_0}{v_0} + \frac{c_0}{v_0} \frac{h_0}{a(v)} - \\ &- \ln \left(\frac{u_0}{v_0} + \frac{c_0}{v_0} \frac{h_0}{a(v)} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Решая равенство (25) относительно величины высоты брикета после прохождения прямой волны сжатия, получим

$$h = h_0 - \frac{v_0}{c_0} a(v) \ln \left(1 + \frac{c_0}{u_0} \frac{h_0}{a(v)} \right). \quad (26)$$

Учитывая известные соотношения

$$\frac{h}{h_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma} = \frac{\vartheta_0}{\vartheta}, \quad (27)$$

находим среднее значение плотности брикета после прохождения прямой волны сжатия:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \frac{v_0}{c_0} \frac{a(v)}{h_0} \ln \left(1 + \frac{c_0}{u_0} \frac{h_0}{a(v)} \right)}; \quad (28)$$

$$\vartheta = \frac{\vartheta_0}{1 - \frac{v_0}{c_0} \frac{a(v)}{h_0} \ln \left(1 + \frac{c_0}{u_0} \frac{h_0}{a(v)} \right)}. \quad (29)$$

Анализируя выражения (26), (27) и (29), трудно заметить, что в случае $v_0 = 0$; $u_0 = c_0$; $h = h_0$; $\gamma = \gamma_0$ и $\vartheta = \vartheta_0$, а это закономерно.

Выражения (26), (28) и (29) могут быть также названы уравнениями взрывного прессования порошковых тел энергией БВВ.

Соотношение (14) может быть записано в следующем виде:

$$\int_0^{z_1} dZ_1 = \int_0^{z_1} \frac{dz_1}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (30)$$

Интегрируя обе части равенства (30) в указанных пределах, получим

$$Z_1 = a_1(v) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}} \right). \quad (31)$$

Но эйлерова координата слоя для отраженной волны является лагранжевой координатой слоя при прохождении прямой волны сжатия. Другими словами

$$Z_1 = z = a_1(v) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}} \right). \quad (32)$$

Выражение (32) устанавливает связь между лагранжевыми координатами слоя порошкового тела при прохождении прямой и отраженной волн сжатия. Соотношение (32) можно записать и в ином виде

$$Z_1 = \frac{1}{2} a_1(v) \left[1 - \left(1 - \frac{z}{a_1(v)} \right)^2 \right]. \quad (33)$$

Зная плотность в слое порошкового тела с координатой z после прохождения падающей прямой волны сжатия, по формуле (33) определяем новую координату этого слоя после прохождения отраженной волны сжатия, затем по формуле (13) находим новое значение плотности, полагая $\gamma_1 = \gamma_z$:

$$\gamma_{1z} = \frac{\gamma_z}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (34)$$

В выражении (34) величина плотности γ_z определяется по формуле (37) [1]. Таким образом, значение плотности в рассматриваемом слое порошкового тела после прохождения прямой и отраженной волн сжатия можно определить по следующей формуле:

$$\gamma_{1z} = \gamma_0 \frac{1 + \frac{\varphi_0 - 1}{1 + \lambda_\varphi \frac{z}{a(v)}}}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (35)$$

Рассматривая совместно выражения (32), (34) и (35), получаем формулу описывающего распределения плотности в порошковом теле после прохождения прямой и отраженной волн сжатия, инициированных энергией БВВ:

$$\gamma_{1z} = \gamma_0 \frac{1 + \frac{\varphi_0 - 1}{1 + \lambda_\varphi \frac{a_1(v)}{a(v)} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}} \right)}}{\sqrt{1 - \frac{2z_1}{a_1(v)}}}. \quad (36)$$

На рис. 1 изображена зависимость (35), точками обозначены экспериментальные значения плотности в слоях порошкового брикета, спрессованного энергией БВВ (аммонит № 6ЖВ), при следующих исходных данных $v_D = 3700$ м/с; $\delta_{БВВ} = 25$ мм; $K = 3$. Порошок алюминиевый АПС-1; $\vartheta_0 = 0,50$; $\gamma_0 = 1,37$ г/см³; $\gamma_n = 2,74$ г/см³; $h_0 = 155$ мм; $c_0 = 150$ м/с. Контейнеры с металлическим порошком устанавливали на грунте и на стальном основании.

Падение плоской детонационной волны – нормальное. Кривая 1 соответствует установке контейнера с порошком на грунте, что обеспечивало отсутствие отраженной волны сжатия. Кривая 2 соответствует установке контейнера на стальном основании. Из рассмотрения рис. 1 нетрудно заметить, что расчетные результаты хорошо согласуются с экспериментальными.

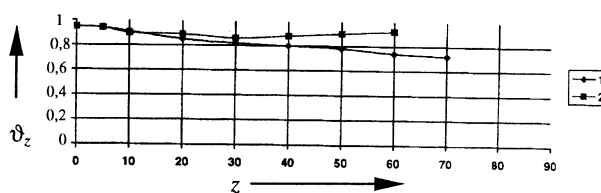


Рис. 1

ЛИТЕРАТУРА

1. Жданович Г. М. Распределение плотности в дискретной среде за фронтом прямой волны сжатия, вызванной давлением продуктов детонации БВВ // Вестник БГПА. – 2002. – № 3. – С. 43–47.