

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГИХ РАМ

Асп. ТРЕПАЧКО В. М.

Белорусский национальный технический университет

Проблема расчета статически неопределимых изгибаемых физически нелинейных систем связана с необходимостью одновременного учета в ходе вычислительного процесса нелинейности распределения напряжений по высоте сечения элемента и сложного, иногда явно не описываемого, закона изменения кривизны оси стержня.

В [1] рассмотрены варианты статического расчета и оптимизации физически нелинейных систем с преобладающим изгибом, когда известен закон «изгибающий момент–кривизна» и/или закон «напряжения–деформации»; приведены соответствующие алгоритмы оптимизации. На основе этих исследований сформулирована математическая модель задачи оптимизации рам, которая построена на коэффициентах чувствительности ограничительных функций и записывается с помощью параметров проектирования (площади поперечных сечений участков рамы) и переменных состояния (усилия, напряжения) следующим образом:

найти минимум $\psi_0(X, B)$ (объем материала) при наличии следующих ограничений:

$$h_k = DX - F = 0, \quad k = \overline{1, m}; \quad (1)$$

$$\psi_j = [\sigma_j] - |\sigma_j(X, B)| \geq 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$\psi_i = [Z_i] - |Z_i(X, B)| \geq 0, \quad i = \overline{1, p}; \quad (3)$$

$$B_r^- \leq B_r \leq B_r^+, \quad r = \overline{1, s}. \quad (4)$$

Здесь D – матрица податливости; X – вектор основных неизвестных метода сил; F – вектор внешней нагрузки; $\sigma_i(X, B)$ – напряжение в i -м сечении конструкции, определяемое по при-

нятой гипотезе, теории прочности или нормативным документам; $[\sigma]$ – расчетное напряжение для материала конструкции; $Z_i(X, B)$ – максимальное перемещение i -го узла (сечения) конструкции; $[Z]$ – допускаемое перемещение (принимается согласно нормативным документам); B – вектор площадей поперечных сечений элементов конструкции.

В уравнениях (1)...(4) m, n, p, s устанавливают число параметров проектирования, количество ограничений в форме равенств и неравенств. Ограничения-равенствам (1) соответствуют уравнения сплошности деформаций. Ограничения-неравенства (2) определяют запас прочности по напряжениям, а ограничения-неравенства (3) накладывают ограничения на перемещения. Группа условий (4) задает ограничения на параметры проектирования.

В построенной математической модели отражены требования прочности и жесткости конструкции, что обеспечивает ее экономичность и надежность. Разработанные алгоритмы оптимизации нелинейно-упругих балок [1] адаптированы к задачам оптимизации рам [2], а созданная на их основе компьютерная программа учитывает принцип унификации элементов, что позволяет говорить о снижении трудоемкости изготовления конструкции. Алгоритм решения задачи является итерационным. Целевая функция характеризует изменение объема материала за одну итерацию. На каждом шаге выполняется решение подзадачи нелинейного расчета рамы методом сил. Направление движения поисковой точки и длина шага устанавливаются в локальной области конечномерного пространства с учетом свойств ограничительных функций, малых изменений напряжений в характерных сечениях элементов и перемещений узлов системы.

С помощью компьютерной программы выполнены численные исследования рамы, геометрические размеры которой и приложенные к ней нагрузки показаны на рис. 1. Вертикальные элементы исследуемой рамы – колонные двутавры (К), а горизонтальные – нормальные двутавры (Б) согласно ГОСТу 26020–83. Материал рамы – сталь С255.

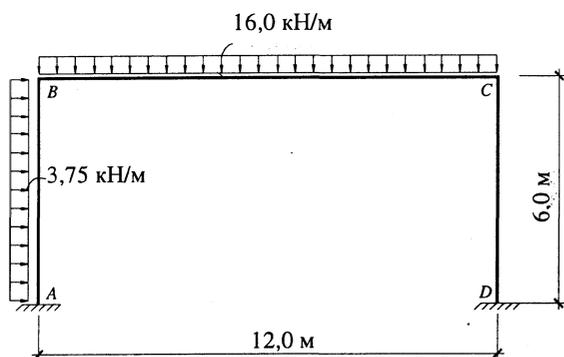


Рис. 1. Расчетная схема исследуемой рамы

Истинная диаграмма работы материала с достаточной точностью аппроксимируется зависимостью в виде степенного закона Г. Б. Бюльфингера

$$\sigma = 2,01 \cdot 10^5 \epsilon^{0,55} \quad (5)$$

Для нелинейного закона (5), согласно [3], приближенная формула, устанавливающая зависимость между кривизной оси балки и изгибающим моментом имеет вид

$$M = 4,02 \cdot 10^5 A_n \left(\frac{h}{2}\right)^{1,55} \left(\frac{1}{\rho}\right)^{0,55} \quad (6)$$

где A_n – площадь полки двутавра; h – его высота.

Ставилась задача отыскания оптимальной по расходу материала рамы при ограничениях по прочности, жесткости, конструктивных с использованием как линейного закона $\sigma = 2,01 \cdot 10^5 \epsilon$, так и указанного нелинейного.

Исходная рама разбивалась на участки, как это показано на рис. 2. В пределах каждого участка продольная и изгибная жесткости считались постоянными. Начальный модуль упругости принимался $E_0 = 2,01 \cdot 10^5$ МПа.

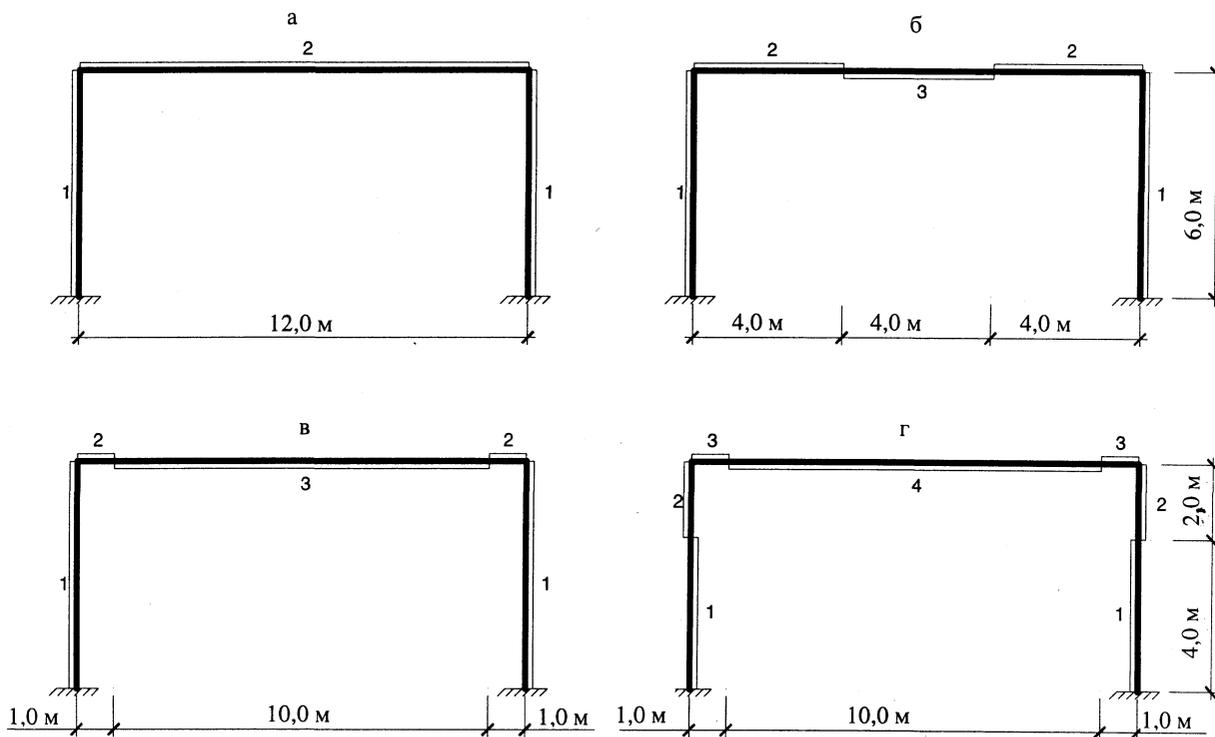


Рис. 2. Разбиение исследуемой рамы на унифицированные группы

Начальные геометрические характеристики сечения горизонтальных элементов рамы соответствовали профилю 100Б4 ($A = 400,6 \text{ см}^2$; $I_x = 655400 \text{ см}^4$; $W_x = 12940 \text{ см}^3$), вертикальных – 40К5 ($A = 371,0 \text{ см}^2$; $I_x = 121570 \text{ см}^4$; $W_x = 5642 \text{ см}^3$).

Все расчеты выполнялись согласно требованиям пп. 5.24...6.4 действующего СНиПа П-23–81*. Расчет одноступенчатых колонн проводился по формулам приложения 6 к СНиПу. Для этого был создан специальный расчетный модуль (подпрограмма). Ограничения на горизонтальные и вертикальные перемещения принимались согласно пп. 10.13...10.18 дополнений к СНиПу 2.01.07–85 (для вертикальных элементов – 4,0 см, прогиб горизонтального – 4,8 см). Ограничения по прочности составляли 250 МПа.

При исследованиях особенностей поиска оптимального решения для шарнирно-стержневых систем [4] установлено, что для статического расчета нелинейно-упругих систем достаточно 10-ти шагов последовательных нагружений. Поэтому при расчете рамы нагрузка, конечные значения которой приведены на рис. 1, разбивалась на 10 равных порций.

Окончание итерационного процесса контролировалось по предельному изменению объема материала (не менее 10^{-8} м^3). Переход к сортаментным значениям переменных проектирования в компьютерной программе осуществлялся в конце каждой итерации.

График, показывающий зависимость объема материала от числа итераций при оптимизации рамы с разбиением на четыре унифицированные группы (рис. 2г) показан на рис. 3. Величины объемов материала, получаемых в результате оптимизации с использованием нелинейного (5) и линейного $\sigma = 2,01 \cdot 10^5 \text{ ε}$ законов, перемещения характерных точек рамы приведены в табл. 1. Вычислительный процесс в этих задачах останавливается для горизонтальных элементов при удовлетворении ограничений по жесткости, в то время как имеется недонапряжение. Для вертикальных элементов определяющими являются ограничения по прочности, а по жесткости наблюдается запас.

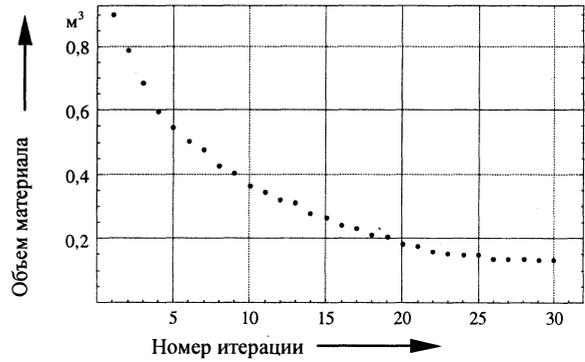


Рис. 3. Зависимость «объем материала–номер итерации»

Таблица 1

Сравнение характеристик оптимальных проектов

Вид ограничений	Число групп	Оптимизация с использованием зависимости (5)			Оптимизация с использованием зависимости $\sigma = 2,01 \cdot 10^5 \text{ ε}$		
		$V, \text{ м}^3$	$Z_{\text{max}}, \text{ см}$	N	$V, \text{ м}^3$	$Z_{\text{max}}, \text{ см}$	N
По прочности $\sigma \leq 250 \text{ МПа}$ По жесткости $[Z]_{\text{гор}} \leq 4,8 \text{ см}$ $[Z]_{\text{верт}} \leq 4,0 \text{ см}$ Конструктивные	2	0,146	4,507 3,614 3,002	25	0,154	2,218 2,003 1,986	13
	3 (рис. 2б)	0,144	4,662 3,789 3,163	27	0,151	2,324 2,105 1,991	14
	3 (рис. 2в)	0,140	4,691 3,817 3,215	27	0,146	2,337 2,121 2,003	16
	4	0,135	4,788 3,965 3,372	30	0,140	2,406 2,220 2,101	18

Обозначения: V – объем материала рамы; Z_{max} – наибольшее перемещение: 1-е число – середины горизонтального элемента, 2-е – вертикального, 3-е – горизонтальное перемещение узла B ; N – количество итераций, предшествующих оптимальному решению.

На рис. 4 показано изменение площади поперечного сечения по итерациям. Из графика видно, что при достижении переменной проектирования оптимума дальнейшее изменение ее значения в ходе вычислений не происходит. Итерационный процесс при этом не останавливается, так как приращение объема материала рамы все еще больше принятого минимального значения (10^{-8} м^3).

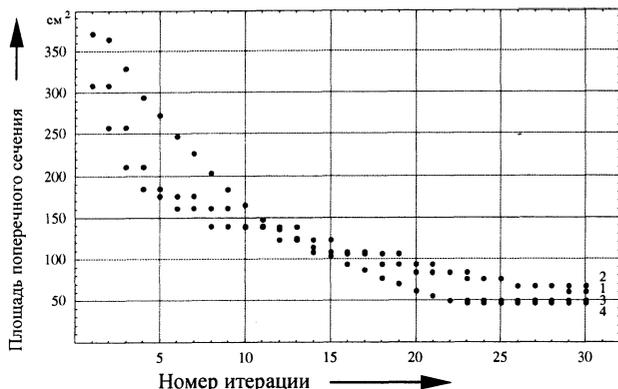


Рис. 4. Изменение площадей поперечных сечений по итерациям при 4-х группах переменных проектирования (рис. 2г)

В табл. 2 приведены значения оптимальных площадей поперечных сечений, полученных в результате оптимизации с использованием нелинейного закона между напряжениями и деформациями при ограничениях на напряжения, перемещения и конструктивных, площади поперечных сечений после перехода к сортаментным значениям и номера соответствующего профиля согласно ГОСТу 26020–83.

Таблица 2

Начальные и оптимальные планы задачи оптимизации

Число групп	Характеристика	Группа переменных проектирования			
		1	2	3	4
2	Начальная площадь, см ²	371,00	400,60	—	—
	Оптимальная площадь, см ²	66,14 66,51 (24К1)	54,88 55,17 (35Б2)	—	—
3 (рис. 2б)	Начальная площадь, см ²	371,00	400,60	400,60	—
	Оптимальная площадь, см ²	66,15 66,51 (24К1)	54,85 55,17 (35Б2)	48,47 49,53 (35Б1)	—
3 (рис. 2в)	Начальная площадь, см ²	371,00	400,60	400,60	—
	Оптимальная площадь, см ²	66,14 66,51 (24К1)	54,83 55,17 (35Б2)	48,49 49,53 (35Б1)	—
4	Начальная площадь, см ²	371,00	371,00	400,60	400,60
	Оптимальная площадь, см ²	66,13 66,51 (24К1)	58,66 59,70 (20К2)	54,82 55,17 (35Б2)	48,47 49,53 (35Б1)

Примечание: конструктивные ограничения на переменные проектирования для балочных двутавров – $V_{min} \geq 10,32$ см², для колонных – $V_{min} \geq 52,82$ см². В скобках указан номер профиля согласно ГОСТу 26020–83.

На рис. 5 иллюстрируется схема поиска оптимального решения при фиксированных значениях второй и четвертой переменных проектирования. Линия 1 определяет границу области допустимых решений при учете ограничений на напряжения в сечениях элементов, перемещения узлов и конструктивные. Линия 2 показывает траекторию движения в итерационной процедуре начальной точки к границе области допустимых решений. Точка M_0 на рисунке соответствует найденному оптимальному решению (табл. 1, для 4-х групп переменных проектирования). Линия 3 показывает положение целевой функции, соответствующее точке M_0 . Глобальный оптимум достигается в точке M_0 с координатами $A_1 = 66,51$ см²; $A_3 = 55,17$ см², при этом значение объема материала оказывается равным $V = 0,135$ м³.

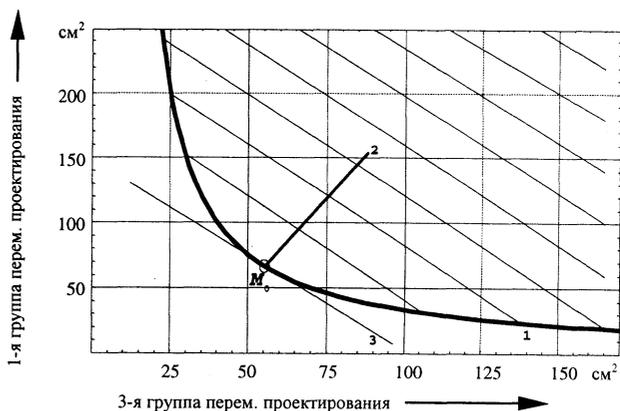


Рис. 5. Схема поиска оптимального решения

Анализ результатов оптимизации рам с линейными и нелинейными физическими характеристиками материалов позволяет сделать следующие выводы:

1. При отсутствии ограничений (3) на жесткость конструкции, для материала стержней которой задан указанный ранее нелинейный закон (5), перемещения узлов значительно больше соответствующих перемещений для конструкции, запроектированной из материала с линейным физическим законом (конструкция является более податливой).

2. Итерационный процесс является достаточно быстроходящимся, о чем свидетельствуют:

а) графики, показывающие изменение объема материала, необходимого на создание конструкции, зависимости от номера итерации (рис. 3);

б) графики изменения площадей поперечного сечения элементов в зависимости от номера итерации (рис. 4).

3. Полученные в результате оптимизации рамы при 4-х группах переменных проектирования (рис. 2г) значения площадей поперечных сечений для первой и третьей групп соответствуют глобальному минимуму, о чем свидетельствует схема поиска оптимального решения, приведенная на рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Трепачко В. М.** Оптимальное проектирование неразрезных балок с нелинейными физическими характери-

стиками материалов // Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: Теория и практика: Материалы междунар. науч.-техн. конф. / Под ред. А. А. Борисевича, С. В. Босакова, Т. М. Пецольда, Е. М. Сидоровича. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. – С. 123–130.

2. **Трепачко В. М.** Оптимальное проектирование рам с нелинейными физическими характеристиками материалов // Проблемы надежности машин и конструкций: Тез. докл. междунар. конф. / Под ред. В. П. Чиркова и др. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. – С. 97–98.

3. **Ржаницын А. Р.** Строительная механика. – М.: Высш. шк., 1991. – 439 с.

4. **Борисевич А. А., Трепачко В. М.** Оптимизация шарнирно-стержневых систем с нелинейными физическими характеристиками материалов // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Материалы VI междунар. науч.-метод. семинара / Под ред. Н. П. Блещика, А. А. Борисевича, Т. М. Пецольда. – Мн.: УП «Технопринт», 2000. – С. 354–360.

УДК 625.78

ВЛИЯНИЕ ПРОЦЕССА СТАРЕНИЯ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ АСФАЛЬТОБЕТОНА

Канд. техн. наук, доц. ИВАНЬСКИ М., докт. техн. наук, проф. ЛЕОНОВИЧ И. И.

*Политехнический институт, г. Кельце (Польша),
Белорусский национальный технический университет*

Развитие автомобильного транспорта выдвигает в число первостепенных проблему качества дорог. От их технического и транспортно-эксплуатационного состояния во многом зависят эффективность капитальных вложений, показатели использования подвижного состава, безопасность дорожного движения, уровень транспортного обслуживания отраслей экономики и людей, проживающих в различных регионах.

Состояние дорог, в свою очередь, зависит от качества используемых материалов. В Беларуси [1] и Польше [2] наибольшее распространение имеют асфальтобетоны, свойства которых играют важную роль как в обеспечении механической прочности дорожной одежды, так и их транспортно-эксплуатационных показателей. Они зависят от качества битума, особенностей минеральных компонентов и технологии

приготовления асфальтобетонных смесей. На практике в качестве вяжущих применяются различные дорожные модифицированные и немодифицированные битумы.

В качестве минерального заполнителя используются щебень, гравий, песок и различные порошки. Его состав может быть как прерывной, так и непрерывной гранулометрии. Важнейшую роль в составе минеральной части асфальтобетона играет крупный щебень, который получают путем дробления каменных материалов различных горных пород: гранитов, базальтов, доломитов, кварцитов и др.

Качество автомобильных дорог оценивается рядом критериев: прочностью и сдвигоустойчивостью, морозостойкостью и т. п. Одним из таких критериев является коэффициент сцепления колес автомобиля с покрытием, и его первоосно-