УДК 006:37

К ВОПРОСУ О РАЗРАБОТКЕ РАБОЧИХ ПРОГРАММ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЯХ

БРОВКА Н. В.

Белорусский государственный университет

Неуклонное повышение значимости образования на рубеже веков, всеобъемлющее внедрение компьютерных технологий в различные области науки и практики, возрастающие требования к уровню профессионализма специалистов во всех областях человеческой деятельности актуализируют проблему реформирования вузовского образования и обучения. Реформирование «извне» – разработка квалификационных характеристик, программ, определение перечня и объема дисциплин, решения об открытии новых факультетов или специальностей в вузе – прерогатива Министерства образования и административного корпуса вуза. Вместе с тем, введение новых специальностей на факультетах и новых лекционных и специальных курсов в программах прежних специальностей влечет необходимость изменения количества часов, отведенных на каждую дисциплину, а также корректировки рабочих программ. Становится актуальной проблема реформирования обучения «изнутри» – встает вопрос о выборе способа изложения материала на основе адекватного комплекса методов и форм обучения без ущерба для изложения материала и его усвоения.

В последние годы динамика изменения количества часов, отведенных на изучение таких фундаментальных дисциплин, как математический анализ и теория функций комплексного переменного (ТФКП), имеет тенденцию к уменьшению. При неизменности общего объема программы на первых трех курсах математических специальностей университетов количество часов, отведенных на проверку индивидуальных занятий, за последние пять лет сведено к нулю, а число часов, отведенных на лабораторные занятия, год от года уменьшается. Так, если несколько лет назад лабораторные занятия по ТФКП проводились два часа в неделю в течение пятого и шестого семестров, то сейчас эта цифра сократилась на некоторых специальностях до двух часов в две недели. При чтении лекций на вновь открываемых специальностях (компьютерная математика, математические методы в экономике, механика и др.) преподаватель встает перед неизбежностью изложения материала, читаемого ранее в течение шести семестров, за пять. Налицо необходимость перестройки лекционного курса. Как известно, при неизменности программы по каждой дисциплине выбор способа изложения программных тем остается за лектором.

В течение последних лет автором статьи в сотрудничестве с доцентом кафедры теории функций Л. П. Примачуком отработана методика чтения лекционного курса по математическому анализу с отличным от общепринятых способов изложением программного материала.

Традиционно на первом курсе изучение математического анализа начинают с изложения тем «Действительные числа», «Предел последовательности», «Непрерывность функции» и т. д. Наиболее общепринята классическая методика изложения темы «Действительные (или вещественные) числа» через сечения Дедекинда (она изложена, например, в [1]). На специальностях, где количество лекционных часов по математическому анализу меньше четырех в неделю, многие лекторы предпочитают излагать эту тему с помощью аксиоматического подхода, как, например, в учебнике [2]. Оба подхода интересны, методика изложения материала разработана полно и неоднократно опробована на практике. Хочется, однако, заметить, что математический аппарат, привлекаемый в обоих случаях при изложении этой темы, практически не употребляется при изучении последующих тем.

Мы предлагаем вводить понятие действительного числа с использованием аппарата последовательностей и классов эквивалентности. Эта методика была предложена французскими математиками [3] и позволяет разрозненные на первый взгляд темы, перечисленные выше, подавать блоком, с единой терминологией и в естественном их единстве и взаимосвязи. В последнее время курс математического анализа на первом году обучения в начале первого семестра мы читаем в соответствии со следующей примерной программой:

1. Отображения, их основные типы.
2. Понятие последовательности элементов множества.
3. Множество натуральных чисел, его свойства.
4. Множество целых чисел.
5. Алгебраические операции на множестве целых чисел.
6. Рациональные числа как множество классов дробей вида m/n, где m и n – целые числа.
7. Операции над рациональными числами.
8. Сходимость последовательностей на множестве рациональных чисел.
9. Последовательности Коши рациональных чисел.
10. Свойства рациональных последовательностей Коши.
11. Арифметические операции на множестве рациональных последовательностей Коши.
12. Отношение эквивалентности на множестве рациональных последовательностей Коши.
13. Построение множества действительных чисел как множества всех классов эквивалентности рациональных последовательностей Коши.
14. Алгебраические операции на множестве действительных чисел как операции над соответствующими классами эквивалентных последовательностей.
15. Сходимость на множестве действительных чисел, связь со сходимостью на множестве рациональных чисел.
16. Свойства сходящихся последовательностей действительных чисел, выражаемые равенствами и неравенствами для их пределов.

Далее продолжается изложение тем «Предел последовательности» и «Непрерывность функции» по общепринятой схеме.

Такое изложение материала позволяет вводить с самого начала лекционного курса терминологию, не привычную для вчерашних школьников («сходимость», «окрестность» и т. д.). Лектор имеет возможность больше времени уделить понятиям предела и сходимости, которые являются камнем преткновения для многих первокурсников. Кроме того, подобный подход позволяет эффективно реализовать в изложении учебного материала такие основные принципы обучения, как непрерывность, взаимосвязанность, преемственность, обоснованность, полнота.

В программе математического анализа на втором курсе нами были опубликованы две части учебно-методического пособия, включающие изложение основ полилинейной алгебры, необходимых для введения аппарата дифференциальных форм, – «Дифференциальные формы» и «Интегрирование дифференциальных форм. Формула Стокса» [4, 5].

В курс лекций мы вводим элементы интегрирования дифференциальных форм в соответствии со следующей примерной программой:

1. Внешние формы на n-мерном пространстве действительных чисел.

1.1. Определение и примеры внешней p-формы.

1.2. Внешнее произведение линейных форм.

1.3. Свойства внешнего произведения линейных форм.

1.4. Внешнее произведение внешних форм.

1.5. Примеры вычисления внешнего произведения.

1.6. Дифференциальные формы на n-мерном пространстве действительных чисел.

1.7. Определение дифференциальной формы.

1.8. Непрерывность и дифференцируемость дифференциальных форм.

1.9. Примеры.

1.10. Операции над дифференциальными формами.

1.11. Внешнее произведение.

1.12. Внешний дифференциал.

1.13. Перенос форм при отображениях (замена переменных в дифференциальных формах).

1.14. Примеры вычислений.

2. Замкнутые и точные дифференциальные формы.

2.1. Определения, связь между замкнутостью и точностью. Лемма Пуанкаре.

2.2. Примеры.

2.3. Задачи для самостоятельного решения.

3. Интегрирование дифференциальных форм.

3.1. Свойства интегралов от дифференциальных форм.

3.2. Определение криволинейного интеграла.

3.3. Определение поверхностного интеграла.

3.4. Зависимость поверхностного интеграла от ориентации поверхности.

4. Формула Стокса.

4.1. Цепи и их границы.

4.2. Теорема Стокса.

4.3. Примеры вычислений с использованием формул Ньютона–Лейбница, Грина, Стокса–Грина, Остроградского–Гаусса.

5. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

5.1. Независимость криволинейного интеграла от пути.

5.2. Уравнения в полных дифференциалах.

5.3. Системы уравнений в полных дифференциалах.

5.4. Примеры решений уравнений и систем.

6. Примеры и задачи для самостоятельного решения.

Как видно из программы, введение аппарата дифференциальных форм позволяет определять криволинейные интегралы как интегралы вдоль кривой от дифференциальных форм первой степени, а поверхностные интегралы – как интегралы по ориентированной поверхности от дифференциальных форм второй степени. Из формулы Стокса, сформулированной в общем случае для k раз непрерывно дифференцируемой дифференциальной формы степени p–1, как частные случаи при различных значениях k и p вытекают формулы Ньютона–Лейбница, Грина, Стокса–Грина и Остроградского–Гаусса.

Необходимо отметить, что некоторая сложность предлагаемого способа изложения, как показала практика, не вызывает у студентов затруднений. Это можно объяснить тем, что, во-первых, к середине второго курса студенты уже овладели навыками восприятия и усвоения сложных математических построений, во-вторых, для изучения криволинейных, поверхностных и кратных интегралов достаточно введения только понятий и элементов полилинейной алгебры, а также основных отношений между ними, которые перечислены в предложенной программе. Изложение материала не загромождено сложными доказательствами.

ВЫВОДЫ

1. Разработанная методика чтения лекций позволяет сделать курс математического анализа более компактным.

2. Становится очевидной взаимосвязь различных тем курса.

3. Изложение материала на первом курсе по принципу «от простого к сложному», а на втором – «от сложного к простому» дает возможность проиллюстрировать многогранность способов и форм изучения математических понятий, а также проследить взаимосвязь различных областей математического знания. Кроме того, изучение таких математических понятий, как классы эквивалентных последовательностей на первом курсе и дифференциальных форм и основных операций над ними на втором, приучает студентов оперировать понятиями более высокого уровня общности и абстракции, чем принято в школьной математике. Это является хорошей подготовительной теоретической базой для восприятия курсов топологии, высшей алгебры, дифференциальных уравнений, функционального анализа и тензорного исчисления на последующих курсах вуза.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1969. – Т. 1.

2. **Зорич В. А.** Математический анализ. – М.: Наука, 1981.

3. **Пизо Ш., Заманский М.** Курс математики: Алгебра и анализ. – М.: Наука, 1971.

4. **Примачук Л. П., Бровка Н. В., Малевич А. Э.** Дифференциальные формы. – Мн.: БГУ, 1999.

5. **Примачук Л. П., Бровка Н. В., Малевич А. Э.** Интегрирование дифференциальных форм: Формула Стокса. – Мн.: БГУ, 1999.