

$= 0,000974$, $B_2 = 0,000948$. Выражения (18), (19) при $k_{01} = k_{02} = 1$ дают следующий результат:

$$\beta_0 \approx 516; \beta_1 \approx 36; \beta_2 \approx 0,05.$$

На рис. 2 представлены процессы в данной системе при единичном ступенчатом воздействии на входе. Здесь x_1, x_2 – переменные состоя-

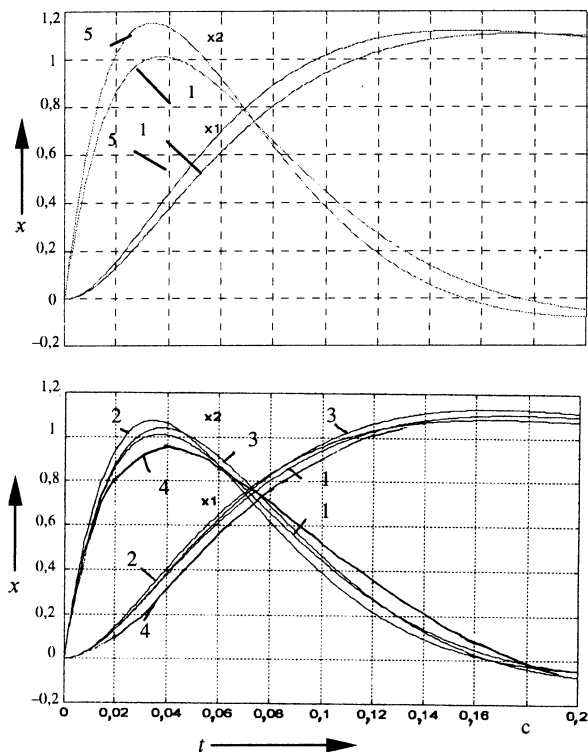


Рис. 2

ния данной системы. Кривые 1 соответствуют расчетным значениям параметров, 2–4 – при измененных на 10 % значениях параметров: 2 – при $\beta_1 = 40$; 3 – при $\beta_0 = 1,1$; 4 – при $\beta_1 = 32$. Кривые 5 получены при одновременном увеличении $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ на 10 %. Изменение переходного процесса при указанных изменениях параметров не существенно. Рассмотренный пример подтверждает возможность точно оценивать задания параметров регулятора предложенным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Б. Н. Петров, Н. И. Соколов, А. В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
2. Некоторые оценки чувствительности параметрически инвариантных систем / Б. Н. Петров, Н. И. Соколов, А. В. Липатов, Э. М. Черкашин // Вопросы кибернетики: Проблемы авиационной и космической кибернетики. – М.: Изд-во АН СССР, 1974. – С. 89–96.
3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
4. Опейко О. Ф. Синтез цифрового регулятора точным и приближенным методами // Энергетика ... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1996. – № 7–8. – С. 61–68.

Рецензент докт. техн. наук,
проф. ДЖИЛАВАРИ И. З.

УДК 539.3+519.711

ОБ ИЕРАРХИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Канд. физ.-мат. наук МИКЛАШЕВИЧ И. А.

Белорусский национальный технический университет

Сложность явления разрушения твердых тел, недостаточное теоретическое объяснение многих эффектов, возникающих при этом, вызвали и вызывают потребность исследователей уточнить известные результаты, выдвинуть новые концепции, более адекватно описывающие реальные

процессы. Поэтому в настоящее время активно разрабатываются и исследуются представления об иерархическом, синергетическом механизме пластического деформирования и разрушения.

С развитием кибернетики [1] общая теория систем и теория иерархических систем стали ин-

тенсивно развиваться. Согласно представлениям теории многоуровневых иерархических систем (МИС) [2, 3], процессы, которые реализуются на различных слоях иерархической конструкции, связаны отношениями подчиненности и сотрудничества (коллективности). Эти отношения осуществляются путем передачи управления от верхнего уровня (власти в терминологии МИС) к нижнему (подвластному). (Управление в данном случае понимается не как действие, а как некий материальный или информационный объект.) Возможен и обратный процесс, передача сигнала от подвластного уровня к власти. Вообще, реализация процессов на различных структурных уровнях может осуществляться сходными механизмами, и задача исследователя есть установление правил перехода от законов одного уровня к законам другого уровня. Теория МИС может восприниматься как современное обобщение известных принципов подобия и синергетики в природных и социальных процессах.

В механике деформируемого твердого тела наличие иерархической структуры деформирования и соответствующей иерархии структурных уровней, связанной с процессами разрушения, было осознано далеко не сразу [4–7]. Одна из первых работ, посвященная иерархии в процессах разрушения, была опубликована Я. Б. Фридманом в 1956 г. [8]. Однако после работ В. Е. Панина и его школы существование такой структуры представляется доказанным. Схематическое изображение иерархии в процессах разрушения приведено на рис. 1. Представленные

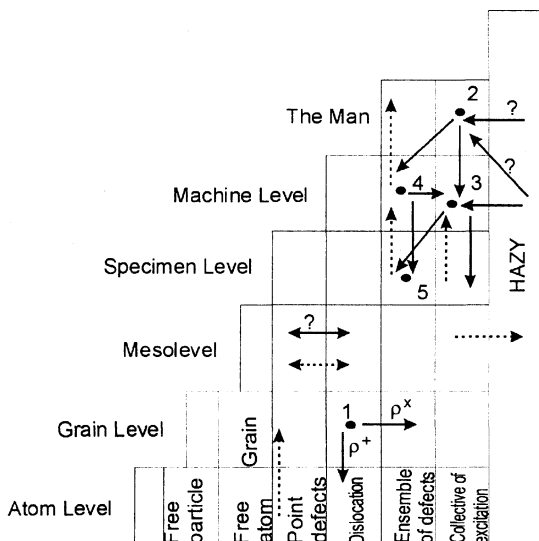


Рис. 1

на схеме уровни имеют определенные значение и смысл. Как правило, переход к верхнему иерархическому уровню сопровождается сменой ведущего механизма поглощения энергии [9]: На каждом уровне доминирует один механизм поглощения энергии. Атомарный уровень связан с реализацией единичных атомных сдвигов, разрушением межатомных связей и агрегацией дефектов. Уровень зерна связан с существованием внутренней структуры деформируемого металла, наличием структурных границ. Мезоскопический уровень описывает изменение поврежденности, рост микротрещин и переход в стадию магистральной трещины. Отметим, что как управляющий уровень для нижележащих уровней при описании процессов, реализованных на нем, он включает описания и эффекты, присущие подвластным уровням. Верхние уровни – уровень аппарата (или испытательного прибора), уровень человека – достаточно прозрачны по своим функциям. Каждая ячейка приведенной на рисунке схемы представляет собой определенную систему (набор) единичных элементов, имеет собственную структуру и организацию и реализует состояние иерархической системы. Разные ячейки имеют различные структуры и организации. Это положение было понято уже на ранних стадиях изучения иерархических систем [8] (рис. 2). Масштабный фактор при этом не есть универсальный, но зависит от рассматри-

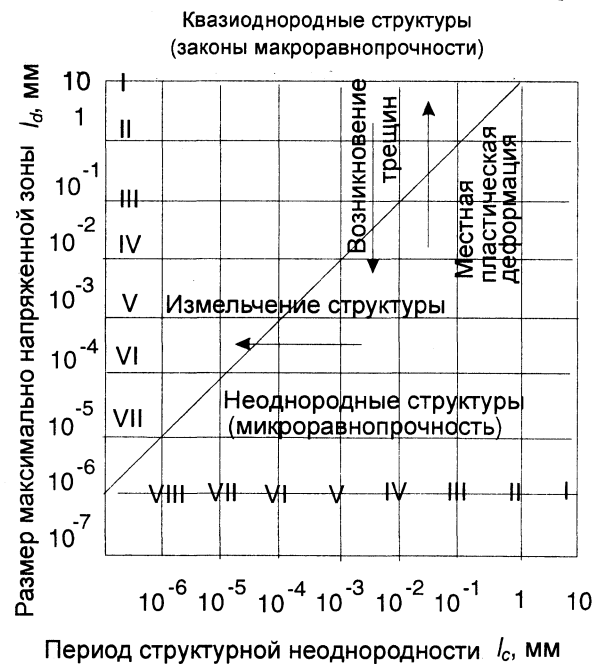


Рис. 2

ваемого уровня (табл. 1). Каждая система взаимодействует как с системами на иерархическом уровне, так и с системами, находящимися на соседних уровнях. Для систем, расположенных выше диагональной линии, выполняются условия макроравнопрочности (структурная неоднородность проявляется статистически). Ниже линии лежат системы, где существенна неоднородность структуры.

Рассмотрим возможность математического описания такой иерархической структуры. Плодотворным для этого может быть АЭД-представление, разработанное С. И. Новиковой с сотрудниками [10, 11]. С использованием системы обозначений АЭД-представления, иерархическая структура может быть описана набором универсальных переменных на всех структурных уровнях. Полный набор универсальных переменных включает: Λ, λ – уровень (время); Γ, γ – взаимодействие (связи); P, p – действие (процесс); Ω, ω – единичный (элементарный) объект (состояние); Σ, σ – конструкция (содержание); B, β – новое время (возникающий уровень); A, α – управление (координатор). АЭД-конструкция A^λ на текущем структурном уровне λ описывается символическим выражением $^x\alpha^\lambda$ в следующем наборе зацепляющихся выражений:

$$A^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ; \quad \Lambda^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ;$$

$$\Gamma^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ; \quad P^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ; \quad (1)$$

$$\Omega^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ; \quad \Sigma^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ;$$

$$B^\lambda \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ; \quad A^\beta \leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \beta \\ \omega \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \gamma \\ \gamma \\ \gamma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \lambda \\ \lambda \\ \lambda \end{matrix} \right\} \xrightarrow{p} \beta ;$$

Таким образом, все иерархические уровни могут генерировать свои собственные единичные состояния A^λ со всеми их свойствами ($\leftrightarrow$ обозначает отношения иерархических объектов). Иерархическая структура соответствующего уровня $\Lambda, \Gamma, B, P, \Sigma, \Omega$ непосредственно связана как с его единичным состоянием A^λ , так и с его собственной конструкцией (с его новыми взаимодействиями). Благодаря этому все АЭД-уровни могут возобновляться (дублировать состояния) в случае изменения любого произвольного уровня. Воздействие иерархического оператора сложения на текущее состояние системы ведет к конструированию единичного элемента верхнего уровня.

Таким образом, оригинальное состояние АЭДа A^λ определено настолько, насколько опре-

Таблица 1

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
мм	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
l_d	Нормальный испытательный образец	Микрообразец. Зона при ударном испытании. Зона при черновом резании. Зона начала усталостного разрушения крупных деталей	Зона при чистом резании. Зона начала усталостного разрушения образцов	Зона при кавитации	Зона воздействия концентрированных источников энергии (лазер)	Зона вблизи вершины трещины	Зона при облучении	Дефекты в кристаллах
l_c	Железобетон	Крупный графит в чугунах	Крупные зерна в сталях	Мелкий графит в чугунах. Мелкое зерно в сталях	Толщина пластины мартенсита	Крупные выделения в дюралюминии	Мелкие выделения в дюралюминии, карбиды в стали	Атомные деформации решетки

делен образ его обычного состояния (Λ , Γ , B , P , Σ , Ω), но состояние следующей (принадлежащей верхнему иерархическому уровню) единицы A^β , в отличие от A^λ , содержит в своей конструкции символ неопределенности «?» [12]. Это равносильно тому, что новое состояние (новое положение в иерархическом пространстве) β не может быть точно определено в текущем состоянии λ . Полная определенность возможна только в случае получения подвластной системой знания об управляющей системе (если подвластная система получит математическое выражение управления), после этого система повышает свой собственный уровень.

Концепция совместного действия механизмов разных уровней для корректного объяснения механизма пластичности широко используется и приобрела популярность из-за своей эвристической продуктивности. С точки зрения теории МИС, задача состоит в получении математического выражения универсальных переменных, которые входят в (1) для конкретных систем. На микроуровне – это вопросы квантовых расчетов прочности соединения и определения механических характеристик материалов *ab initio* [13–15]. В этом случае для реализации иерархического процесса p необходимо рассматривать диссипацию энергии колебаний молекулярных и атомных систем на единичных (элементарных) состояниях более высокого уровня (например, зернах) или на элементарных состояниях более сложной структуры (фононах, ансамблях дефектов). Степень сложности может быть оценена как минимальное количество элементарных актов сдвига в рамках иерархического представления. Рассмотрение взаимодействия с более высоким уровнем необходимо, поскольку элементарное состояние верхнего уровня Ω реализуется посредством единичного состояния ω , генерируемого набором универсальных иерархических переменных нижнего уровня. Объединение моделей различного масштабного уровня (с 10^{-10} до 10^{-6} м) для объяснения механизма элементарной пластичности кристаллов и движения дислокационных петель предложено в [16]. Практически в том же масштабном диапазоне (от 10^{-9} м, атомарные размеры, до 10^{-4} м, размеры зерна) анализировалось развитие трещины [17].

Рассмотрим возможность изменения состояния иерархической системы, которое отвечает сдвигу (перемещению) из ячейки в ячейку. Например, если система находится в состоянии 3, $\lambda = 5$, действие оператора p^+ ведет к переходу в состояние 2

$$\lambda p^+ \mapsto \omega^\lambda = {}^5 p^+ \mapsto \omega^5 = \omega^6,$$

где $\mapsto$ обозначает действие иерархического оператора.

Для движения системы из состояния 5 в состояние 2 мы можем предположить существование нескольких траекторий в иерархическом пространстве, например,

$${}^{[5]} p^+ \mapsto {}^{[4]} p^+ \mapsto {}^{[4]} p^x \mapsto \omega^{[4]} = \omega^{[6]}, \quad (2)$$

и траекторию, отличную от первой:

$${}^{[5]} p^x \mapsto {}^{[6]} p^+ \mapsto {}^{[3]} p^+ \mapsto \omega^{[5]} = \omega^{[6]}. \quad (3)$$

Здесь индексы в квадратных скобках означают соответствующий уровень (параметр λ). Идентичность траекторий (2, 3) неочевидна. В простейшем случае это отвечает разным результатам на кривой деформирования при изменении порядка деформирования. Более того, требование идентичности является достаточно серьезным условием, но не всегда выполнимым. Общее описание процесса движения в иерархическом пространстве с учетом всех универсальных иерархических переменных [12] при реализации требует соответствующего представления иерархического пространства. В этом состоит основная трудность последовательного применения теории МИС. Иногда удается построить уравнения движения в иерархическом пространстве без использования структуры пространства. Так, (2), (3) получены в предположении отсутствия управления (т. е. влияния управляющего уровня на подвластный). В действительности такое влияние обычно существует (сплошные стрелки на рис. 1). Для структурно-неоднородных тел физическим механизмом управления является релаксация энергии по различным механизмам [18], а управляющим параметром может служить параметр Грюнайзена для трансляционных и ротационных степеней свободы. При этом, как и

должно быть, количество степеней свободы у управления значительно больше, чем у подвластных уровней (за счет возможности реализации большего набора механизмов релаксации энергии). Как уже отмечалось, количество степеней свободы может быть связано с количеством сдвигов (действий операторов ρ^+ , ρ^x) в рамках иерархической структуры. Передача сигнала от подвластных уровней к координатору (пунктирные линии на рис. 1) с точки зрения теории систем интерпретируется как стремление системы обрести математическое выражение управления и тем самым получить статус координатора. В процессах деформирования и разрушения это отвечает существованию обратной связи в синергетической системе (образце). При деформировании слабая нелинейная обратная связь регулирует включение релаксационных мод того или иного порядка и стабилизирует неустойчивые моды [18]. Для получения уравнений движения (состояния системы) достаточно закона взаимодействия систем различных уровней. Так, в [19] существование трех типов поведения (отличающихся отношением к самоорганизации – стабильное, режим с самоорганизацией, хаотический режим) было показано для иерархической системы с вероятностным возникновением дефекта на любом из иерархических уровней. Вероятность возникновения дефекта P принималась пропорциональной номеру уровня: $P(\lambda) = P_0 c^\lambda$, где $0 < P_0 < 1$; $0 < c = \text{const} < 1$.

Как известно, для описания последовательности структурных изменений в деформируемом теле В. Е. Панин и др. [6, 7, 20] предложили закон структурных уровней деформации твердых тел. Он может быть записан как

$$\sum_{i=1}^N \text{rot}(J_i) = 0, \quad (4)$$

где i – индекс, нумерующий структурные уровни деформации; N – общее число структурных уровней; J – момент количества движения потоков дефектов.

Это уравнение означает, что в деформируемом твердом теле в иерархии N структурных уровней сумма роторов всех потоков деформационных дефектов должна быть равна нулю.

В общем случае движение по структурным уровням соответствует перемещению иерархической системы под действием оператора ρ^x . С учетом явного выражения для потоков деформационных дефектов (4) для μ компоненты может быть записано как [20]

$$\sum_{i=0}^N \left\{ \frac{\partial R_{\mu}^a}{\partial t} - \frac{V_i}{C_i^2} \frac{\partial S_i^{a\mu}}{\partial t} - V_i f_i^{abc} [A_i^b \times R_i^c]^\mu - f_i^{abc} [A_i^b \times S_i^c]^\mu - \frac{V_i}{l_i^{2D_f}} J_i^{a\mu} \right\} = 0,$$

где V – скорость аккомодационных потоков дефектов на соответствующем уровне; R^a – градиент компонента тензора изгиба-кручения; C_i – предельная скорость распространения калибровочного поля в среде; S^a – изменение во времени градиента компонента тензора дисторсии; f_i^{abc} – структурные константы алгебры Ли калибровочного поля; A^b – градиент компонента тензора дисторсии, отражающего калибровочное поле; S^c, R^c – компоненты тензора напряженности калибровочного поля; l – размерный параметр структурного уровня; D_f – фрактальная размерность; J^a – потоки, обусловленные изменением репера в пространстве.

В этом выражении в качестве элементарного состояния выбрана длина. С учетом движения системы в пределах одного уровня закон трансформации (1) приобретает вид системы двух уравнений относительно длины и управления:

$$\{A\}_{\rho}^{\lambda \rightarrow \beta} = \{A\}_{\rho^x}^{\lambda \rightarrow \lambda} = \{J\}_{\rho^x}^{\lambda \rightarrow \lambda};$$

$$\{\Omega\}_{\rho}^{\lambda \rightarrow \beta} = \{\Omega\}_{\rho^x}^{\lambda \rightarrow \lambda} = \{length\}_{\rho^x}^{\lambda \rightarrow \lambda}.$$

ВЫВОДЫ

1. Показано, что известные положения о синергетическом действии различных механизмов, связанных с разрушением, являются частными случаями иерархических отношений в многоуровневых иерархических системах.

2. Релаксация энергии по различным механизмам связана со степенью свободы рассматриваемых системы и ее координатора.

3. Механизмы разрушения, которые реализуются на различных структурных уровнях, получают единое описание с точки зрения теории МИС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bertalanffy von L., Beier W., Lane R. Biophysik des Fließgleichgewichts, Berlin. Akademie Verlag, 1977. – 157 S.
2. Mesarovic M. D., Takahara Y. General Systems Theory: Mathematical Foundation. – New York; London: Academic Press, 1975.
3. Mesarovic M. D., Masko D., Takahara Y. Theory of Hierarchical Multilevel Systems. – New York; London: Academic Press, 1970.
4. Миклашевич И. А., Асанович В. Я., Бурылев Б. П. Микроскопические аспекты образования соединения при сварке взрывом // Адгезия расплавов и пайка материалов. – 1991. – Т. 25. – С. 69–74.
5. Лихачев В. А., Панин В. Е., Засимчук Е. Э. и др. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации / Под ред. В. В. Немошкленко. – Киев: Наукова думка, 1989. – 320 с.
6. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел. – М.: Наука, 1985.
7. Панин В. Е. Структурные уровни пластического деформирования. – Новосибирск: Наука, 1990.
8. Фридман Я. Б. Диаграмма относительной структурной неоднородности материалов // ДАН СССР. – 1956. – Т. 106. – № 2. – С. 258–261.
9. Шанявский А. А. Ротационная неустойчивость деформации и разрушения металлов при распространении усталостных трещин на мезоскопическом масштабном уровне. I. Процессы пластической деформации в вершине трещины // Физическая мезомеханика. – 2001. – Т. 4. – № 1. – С. 73–80.
10. Novikova S. et al. Hierarchical Multilevel Systems in Aed Realization // Proceedings of 9th International Conference on Mathematical and Computer Modelling, ICMCM'93. – Berkeley, USA, 1993. – P. 71.
11. Novikova S., Miatliuk K., Gancharova S., Kaliada V. Aed Construction and Technology in Design // Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, LSS'95. – London, UK, 1995. – P. 379–381.
12. Nowik W., Barkalin V. et al. Demographical units in hierarchical coordinates: Construction, activity and goals // Proceedings of the IFAC Conference on Supplementary Ways for Improving International Stability, SWISS'98, May 14–16. – Sinaia, Romania, 1998. – P. 95–100.
13. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
14. Черепанов Г. П. Квантовая механика разрушения // Проблемы прочности. – 1990. – № 2. – С. 3–9.
15. Миклашевич И. А., Асанович В. Я., Бурылев Б. П. Вопросы микроскопической теории связи в биметаллических соединениях – Деп. в ВИНТИ № 4325-1389. – Краснодар, 1989. – 65 с.
16. Connecting atomistic and mesoscale simulations of cristal plasticity / Bulatov V., Abraham F., Kubin L., Devincte B., Yip S. // Nature (GB). – 1998. – V. 391. – № 6668. – P. 669–672.
17. Hideo Kobajashi. Micromechanics of crack growth // J. Jap. Soc. Proces. Eng. – 1988. – V. 54. – № 6. – P. 1035–1039.
18. Иванов В. Н. Синергетика деформирования и разрушения структурно-неоднородных твердых тел: Математический формализм // Деформирование и разрушение структурно-неоднородных материалов и конструкций: Сб. науч. тр. / УрО АН СССР. – Свердловск, 1989. – С. 3–13.
19. Shnirman M. G., Tyurina Y. A. Generalised hierarchical model of defect development and self-organised criticality // Phys. Rev. E. – 1998. – V. 57. – № 4. – P. 3804–3813.
20. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: В 2-х т. / В. Е. Панин, В. Е. Егорюшкин, П. В. Макаров и др. – Новосибирск: Наука, 1995. – Т. 1. – 298 с.

Рецензент докт. физ.-мат. наук,
проф. ЧИГАРЕВ А. В.

УДК 621.318.44.001

АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ, ВЛИЯЮЩИХ НА ТОЧНОСТЬ МЕРНОГО НАМОТА ПРОВОЛОКИ НА КАТУШКИ

Докт. техн. наук, проф. КИСЕЛЕВ М. Г., канд. техн. наук, доц. ЕСЬМАН Г. А.,
инж. КОЛЕСНИКОВ В. С., канд. техн. наук ФИЛИППОВ В. В., инж. ИСАКОВ С. А.

Белорусский национальный технический университет,
РУП «Белорусский металлургический завод»

Повышение точности мерного намота проволоки на катушки для изготовления металлокорда, рукавов высокого давления или других подобных изделий – актуальная задача, так как в этих

случаях одновременно применяется большое количество нитей, и их разноразмерность на катушках приводит к безвозвратным потерям дорогостоящего сырья.