

внутри областей качества СФУ по быстрдействию. Это значит, что во избежание нарушений работы СФУ следует не допускать попадания параметров K , T_1 , T_2 в данные области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А. П., Батура М. П., Шилин Л. Ю. Анализ и параметрический синтез импульсных систем с фазовым управлением. – Мн.: Навука і тэхніка, 1993.

2. Кузнецов В. П., Шилин Л. Ю., Шилина А. Л. Построение областей кратных захватов импульсных систем фазовой синхронизации // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2002. – № 2. – С. 38–44.

Рецензент канд. техн. наук,
доц. МОЖАР В. И.

УДК 62-50

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ТОЧНОСТИ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРОВ

Канд. техн. наук, доц. ОПЕЙКО О. Ф.

Белорусский национальный технический университет

В процессе синтеза цифрового управления непрерывным объектом необходимо правильно определить точность, с которой должны быть представлены параметры регулятора при его программной реализации.

Чтобы определить влияние параметров на динамические свойства замкнутой системы, применяются функции чувствительности, в том числе чувствительности показателей качества к изменениям параметров. В [1–3] предложено оценивать показатели качества линейной непрерывной системы на основании коэффициентов характеристического полинома. Для дискретной системы, описываемой дискретной передаточной функцией, эти показатели не могут быть применены непосредственно. Однако вследствие малости интервала квантования по времени система по своим динамическим свойствам приближается к непрерывной. Переход к эквивалентной непрерывной системе не требуется, если в дискретной передаточной функции замкнутой системы

выполнить замену переменных

$$z = Tq + 1, \quad (2)$$

где T – интервал дискретности; q – новая переменная, выражаемая через z следующим образом:

$$q = (z - 1)/T. \quad (3)$$

Нетрудно убедиться, что при $T \rightarrow 0$ переменная q приближается к переменной p непрерывного преобразования Лапласа. Область устойчивости на плоскости переменной q ограничена окружностью радиуса $1/T$, проходящей через начало координат и лежащей в левой полуплоскости комплексной плоскости. После замены переменных (2) из выражения (1), где характеристический полином имеет вид

$$N(p) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0, \quad (4)$$

$$W(z) = \frac{M(z)}{N(z)} \quad (1)$$

получим

$$N(Tq+1) = a_n(Tq+1)^n + a_{n-1}(Tq+1)^{n-1} + \dots + a_1(Tq+1) + a_0.$$

После преобразований получим

$$N(q) = A_n q^n + A_{n-1} q^{n-1} + \dots + A_1 q + A_0.$$

Здесь

$$A_0 = a_0 + a_1 + \dots + a_n;$$

$$A_1 = T(a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n);$$

...

$$A_k = T^k(a_k + (k+1)a_{k+1} + \dots + \frac{n!}{(n-k)!}a_n);$$

...

$$A_n = a_n T^n.$$

На основании коэффициентов A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) можно определить показатели быстродействия, колебательности и устойчивости, а также их чувствительность к изменениям параметров регулятора.

Показатель быстродействия пропорционален времени регулирования

$$\beta = A_1 / A_0. \quad (5)$$

Показатели колебательности определяются выражениями

$$k_i = \frac{A_i^2}{A_{i-1}A_{i+1}} \quad (i = 1, \dots, n-1). \quad (6)$$

Показатели устойчивости

$$\rho_i = \frac{A_i A_{i-1}}{A_{i+1} A_{i-2}} \quad (i = 2, \dots, n-2). \quad (7)$$

При настройке регуляторов на модульный или симметричный оптимум коэффициенты характеристического полинома должны удовлетворять выражениям:

$$A_0 = 1;$$

$$A_i = A_{i-1} 2^{n-i} T_\mu = T_\mu^i 2^{(n-1)\dots(n-i)} \quad (i = 1, \dots, n-1). \quad (8)$$

Следовательно,

$$A_{i+1} = A_i 2^{n-i-1} T_\mu \quad (i = 1, \dots, n-1). \quad (9)$$

Здесь T_μ – малая постоянная времени, определяющая желаемое быстродействие системы.

Показатель быстродействия пропорционален малой постоянной времени T_μ и зависит от порядка n полинома системы

$$\beta = a_1 / a_0 = 2^{n-1} T_\mu. \quad (10)$$

Показатели колебательности (6) с учетом (8) и (9) принимают вид

$$k_i = \frac{a_{i-1} 2^{n-i} T_\mu a_i}{a_{i-1} 2^{n-i-1} T_\mu a_i} = 2 \quad (i = 1, \dots, n-1). \quad (11)$$

Показатели устойчивости (7) с учетом (9)

$$\rho_i = \frac{a_i a_{i-2} 2^{n-i+1} T_\mu}{a_i a_{i-2} 2^{n-i-1} T_\mu} = 4 \quad (i = 2, \dots, n-1). \quad (12)$$

Критерием аperiodичности процесса является соблюдение условия $k_i \geq 4$.

Изменение каждого из этих показателей приводит к различным отклонениям динамических свойств системы от оптимальной настройки. Будем считать, что для показателей качества заданы допустимые относительные отклонения:

$$\delta_\beta = \frac{\Delta\beta}{\beta}; \quad \delta_{k_i} = \frac{\Delta k_i}{k_i}; \quad \delta_{\rho_i} = \frac{\Delta\rho_i}{\rho_i}. \quad (13)$$

Чувствительность показателя качества X ($X = \beta, k_i, \rho_i$) к изменению некоторого параметра α определяется выражением [1, 2]

$$S_{X\alpha} = \frac{\partial \ln X}{\partial \ln \alpha} = \frac{\partial X}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{X}.$$

Относительное отклонение показателя качества, вызванное малыми изменениями параметра α_k , определяется выражением

$$\delta_X = \sum_{k=1}^m S_{X\alpha_k} \delta_{\alpha_k}, \quad (14)$$

где $\delta_{\alpha k}$ – относительное изменение параметра α_k ($k=1, \dots, m$); m – количество параметров.

Обычно для обеспечения заданных показателей качества достаточно, чтобы относительные погрешности показателей быстродействия, устойчивости и колебательности не превышали 10 %:

$$\delta_{\beta} \leq 0,1; \quad \delta_{k_i} \leq 0,1; \quad \delta_{p_i} \leq 0,1.$$

Если в (14) в соответствии с принципом равных влияний [3] принять, что каждый из параметров вносит равную долю в отклонение показателя качества, то допустимое относительное изменение каждого параметра определится выражением

$$\delta_{\alpha k} = \min_x \left[\frac{\delta_x}{m S_{x\alpha k}} \right].$$

Рассмотрим пример. Непрерывный объект управления имеет передаточную функцию

$$W(p) = \frac{x(p)}{u(p)} = \frac{k}{T_1 T_2 p^2 + T_1 p + 1}. \quad (15)$$

Дискретная передаточная функция (ДПФ) объекта при $T_1 < 4T_2$ определяется выражением

$$W(z) = \frac{B_2 + B_1 z^2}{z^2 - 2dcz + d^2}. \quad (16)$$

Здесь, если полюса передаточной функции объекта комплексные, сопряженные, $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$, то параметры ДПФ определяются выражениями: $d = \exp(-\alpha T)$, $c = \cos \omega T$, $s = \sin \omega T$, $B_1 = 1 - dc - s d \alpha / \omega$, $B_2 = d(d - c + s \alpha / \omega)$.

Применяя к (16) преобразование (3), получим

$$W(z) = \frac{B_2 + B_1(Tq+1)^2}{(Tq+1)^2 - 2dc(Tq+1) + d^2}.$$

Сигнал управления формируется в виде

$$u(q) = (u_3 - k_{01}x(q))K_1(q) - k_{02}K_2(q). \quad (17)$$

Здесь $K_1(q)$, $K_2(q)$ – передаточные функции дискретных ПИ-регулятора и дифференцирующего устройства:

$$K_1(q) = \beta_1 + \beta_0 / q;$$

$$K_2(q) = \frac{q}{Tq+1}.$$

Замкнутая система с управлением (17) имеет структуру, показанную на рис. 1. Передаточная функция системы, разомкнутой в точке А, в области средних частот, имеет вид

$$W_p(q) = \frac{((\beta_0 + \beta_1 q)k_{01}\beta_2 + k_{02}q^2)\beta_2(B_2 + B_1(Tq+1)^2)}{q((Tq+1)^2 - 2dc(Tq+1) + d^2)}.$$

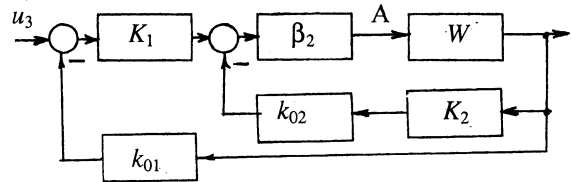


Рис. 1

В соответствии с условиями модульного оптимума параметры регулятора можно определить из условия компенсации регулятором инерционности объекта:

$$\beta_0 = \frac{1 - 2cd + d^2}{T^2 d^2}; \quad \beta_1 = \frac{1 - d^2}{Td^2}. \quad (18)$$

Частота среза должна быть значительно меньше частоты квантования $2\pi f = 2\pi T^{-1}$, чтобы сохранить запас устойчивости системы по фазе [4]. Поскольку

$$\omega_c = \beta_0 \beta_2 k_{01},$$

коэффициент усиления β_2 определяется из условия

$$\beta_0 \beta_2 k_{01} < 0,05 / T. \quad (19)$$

При $T = 0,002$ с, $k = 1$, $T_1 = 0,08$ с, $T_2 = 0,025$ с, получим $d = 0,961$, $s = 0,02$, $c = 0,9998$, $B_1 =$

$= 0,000974$, $B_2 = 0,000948$. Выражения (18), (19) при $k_{01} = k_{02} = 1$ дают следующий результат:

$$\beta_0 \approx 516; \beta_1 \approx 36; \beta_2 \approx 0,05.$$

На рис. 2 представлены процессы в данной системе при единичном ступенчатом воздействии на входе. Здесь x_1, x_2 – переменные состоя-

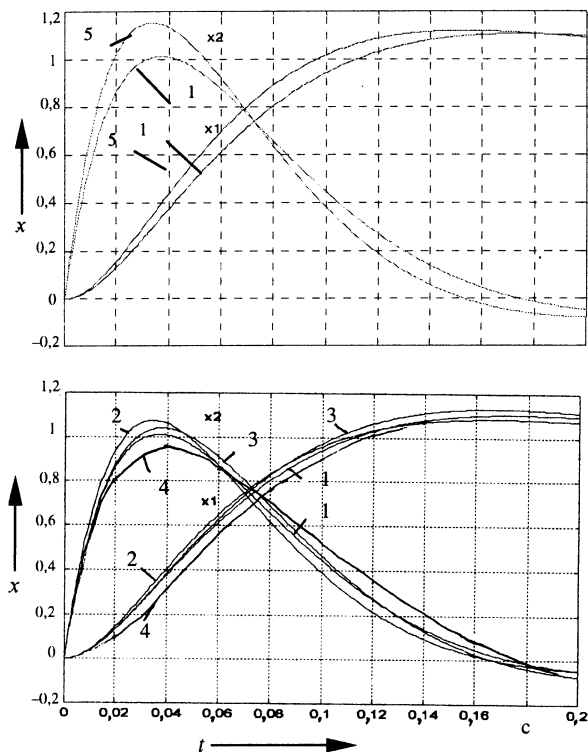


Рис. 2

ния данной системы. Кривые 1 соответствуют расчетным значениям параметров, 2–4 – при измененных на 10 % значениях параметров: 2 – при $\beta_1 = 40$; 3 – при $\beta_0 = 1,1$; 4 – при $\beta_1 = 32$. Кривые 5 получены при одновременном увеличении $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ на 10 %. Изменение переходного процесса при указанных изменениях параметров не существенно. Рассмотренный пример подтверждает возможность точно оценивать задания параметров регулятора предложенным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Б. Н. Петров, Н. И. Соколов, А. В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
2. Некоторые оценки чувствительности параметрически инвариантных систем / Б. Н. Петров, Н. И. Соколов, А. В. Липатов, Э. М. Черкашин // Вопросы кибернетики: Проблемы авиационной и космической кибернетики. – М.: Изд-во АН СССР, 1974. – С. 89–96.
3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
4. Опейко О. Ф. Синтез цифрового регулятора точным и приближенным методами // Энергетика ... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1996. – № 7–8. – С. 61–68.

Рецензент докт. техн. наук,
проф. ДЖИЛАВАРИ И. З.

УДК 539.3+519.711

ОБ ИЕРАРХИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Канд. физ.-мат. наук МИКЛАШЕВИЧ И. А.

Белорусский национальный технический университет

Сложность явления разрушения твердых тел, недостаточное теоретическое объяснение многих эффектов, возникающих при этом, вызвали и вызывают потребность исследователей уточнить известные результаты, выдвинуть новые концепции, более адекватно описывающие реальные

процессы. Поэтому в настоящее время активно разрабатываются и исследуются представления об иерархическом, синергетическом механизме пластического деформирования и разрушения.

С развитием кибернетики [1] общая теория систем и теория иерархических систем стали ин-