

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В ДИСКРЕТНОЙ СРЕДЕ ЗА ФРОНТОМ ПРЯМОЙ ВОЛНЫ СЖАТИЯ, ВЫЗВАННОЙ ДАВЛЕНИЕМ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ БВВ

Докт. техн. наук, проф. ЖДАНОВИЧ Г. М.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим одномерную задачу при нормальном движении волны сжатия, вызванном давлением продуктов детонации бризантного взрывчатого вещества (БВВ). Будем полагать, что БВВ отделено от порошкового тела прокладкой, массой которой можно пренебречь, и размеры порошкового тела в направлении движения волны сжатия бесконечны.

На основании закона сохранения импульса и количества движения амплитудное значение массовой скорости в рассматриваемом слое порошкового тела v_z будет равно

$$v_z = \frac{I(t)}{\rho_0 Z}, \quad (1)$$

где $I(t)$ – удельный импульс; ρ_0 – начальная плотность порошкового тела; Z – координата Эйлера рассматриваемого слоя порошкового тела.

В соответствии с [1–4]

$$I(t) = \int_0^t p(t) dt = p_0 \int_0^t \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-K} dt = \frac{p_0 \theta}{K-1} \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}\right], \quad (2)$$

где K – показатель изоэнтропы продуктов детонации.

Для конденсированных БВВ $K = 3$

$$\theta = \frac{\delta_{\text{БВВ}}}{v_D}, \quad (3)$$

где $\delta_{\text{БВВ}}$, v_D – соответственно толщина плоского заряда и скорость детонации БВВ.

С учетом соотношения (2) выражение (1) принимает следующий вид:

$$v_z = \frac{p_0 \theta}{K-1} \frac{1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}}{\rho_0 Z}. \quad (4)$$

Начальные условия для (4) могут быть записаны в следующем виде:

$$Z|_{t=0} = 0; \quad v_z|_{t=0} = v_0; \quad \frac{dZ}{dt}|_{t=0} = u_0. \quad (5)$$

С учетом начальных условий (5) выражение (4) может быть представлено в виде

$$v_0 = \frac{p_0 \theta}{\rho_0 (K-1)} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}}{Z} = \frac{p_0}{\rho_0 u_0}. \quad (6)$$

Рассмотрев выражение (6), легко находим известную форму записи закона сохранения импульса и количества движения

$$p_0 = \rho_0 u_0 v_0, \quad (7)$$

где p_0 – начальное значение контактного давления, $p_0 = p(0)$.

С учетом соотношения (7) выражение (4) запишем в следующем виде:

$$v_z = v_0 \frac{u_0 \theta}{K-1} \frac{1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}}{Z}. \quad (8)$$

Выражением (8) пользоваться неудобно, так как оно имеет неопределенное значение массовой скорости при $t = 0$ и зависит от двух переменных t и Z , последнее из которых также зависит от времени. Правую часть выражения (8) заменим интерполяционной формулой

$$v_z = \frac{v_0}{1 + \frac{Z}{a(v)}}, \quad (9)$$

где величина $a(v)$, имеющая размерность длины, должна быть определена из условия максимального приближения правых частей выражений (8) и (9).

Очевидно, что

$$\frac{u_0 \theta}{K-1} \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow 0}} \frac{1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}}{Z} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow 0}} \frac{1}{1 + \frac{Z}{a(v)}} = 1. \quad (10)$$

Также не вызывает сомнений, что

$$\frac{u_0}{K-1} \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow 0}} \frac{1 + \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}}{Z} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow 0}} \frac{1}{1 + \frac{Z}{a(v)}} = 0. \quad (11)$$

Величину $a(v)$ целесообразно определить из условия

$$\left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0; Z=0}; \quad \left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0; Z=0}. \quad (12)$$

Продифференцировав выражение (8) по переменной h_1 , находим

$$\begin{aligned} \frac{dv_z}{dt} &= v_0 \frac{u_0 \theta}{K-1} \times \\ &\times \frac{\frac{K-1}{\theta} \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-K} Z - \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}\right] \frac{dZ}{dt}}{Z^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Между волновыми u_z и массовыми v_z скоростями существует достаточно устойчивая линейная зависимость

$$u_z = C_0 = \lambda v_z, \quad (14)$$

где C_0 – скорость звука в порошковом материале; λ – коэффициент динамической сжимаемости, причем

$$\lambda \approx \frac{1}{1 - \vartheta_0}, \quad (15)$$

где ϑ_0 – относительная плотность порошкового тела до уплотнения.

Очевидно, что для начального момента времени $t = 0$ соотношение (14) принимает следующий вид:

$$u_0 = C_0 + \lambda v_0. \quad (16)$$

Предел выражения (13) при $t = 0$ соответственно будет равен

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0} &= v_0 \frac{u_0 \theta}{K-1} \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow 0}} \times \\ &\times \frac{\frac{K-1}{\theta} \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-K} Z - \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{1-K}\right] \frac{dZ}{dt}}{Z^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Применяя правило Лопиталья и используя граничные условия (5), выражения (14) и (16), находим

$$\left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0} = - \frac{\frac{Kv_0}{2\theta}}{1 + \frac{\lambda v_0}{2u_0}}. \quad (18)$$

Дифференцируя выражение (9) по переменной t , получим

$$\left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0} = -v_0 \frac{\frac{1}{a(v)} \frac{dZ}{dt}}{\left(1 + \frac{Z}{a(v)}\right)^2}. \quad (19)$$

Предел выражения (19) при $t = 0$ соответственно будет равен

$$\left. \frac{dv_z}{dt} \right|_{t=0} = - \frac{v_0 u_0}{a(v)}. \quad (20)$$

Рассматривая совместно условие (12) и выражения (18) и (20), находим

$$- \frac{\frac{Kv_0}{2\theta}}{1 + \frac{\lambda v_0}{2u_0}} = - \frac{v_0 u_0}{a(v)}. \quad (21)$$

Решая выражение (21) относительно величины $a(v)$, получим

$$a(v) = \frac{2u_0\theta}{K} \left(1 + \frac{\lambda v_0}{2u_0}\right). \quad (22)$$

Из выражения (9) следует, что амплитудное значение массовой скорости по мере движения фронта волны сжатия вглубь порошкового тела уменьшается, что приводит к снижению давления на фронте волны и, в конечном счете, к уменьшению плотности. Располагая данными о закономерности изменения плотности порошкового тела после прохождения волны сжатия, можно вносить коррективы в технологию взрыв-

ного прессования с целью уменьшения перепада плотностей.

Закон сохранения массы дает дополнительную зависимость между массовой и волновой скоростями

$$v_z = u_z \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_z}\right), \quad (23)$$

где γ_0, γ_z – плотности в слое порошкового тела соответственно до и после прохождения фронта волны сжатия.

Рассматривая совместно выражения (23) и (14), находим

$$v_z = (C_0 + \lambda v_z) \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_z}\right). \quad (24)$$

Решая выражение (24) относительно величины массовой скорости, получим

$$v_z = \frac{C_0}{\frac{\gamma_z}{\gamma_0} - \lambda} = \frac{C_0}{\frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} - \lambda}, \quad (25)$$

где

$$\varphi_z = \frac{\gamma_z}{\gamma_0} \geq 1.$$

Рассматривая совместно выражения (9) и (25), находим

$$\frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} - \lambda = \frac{C_0}{v_0} \left(1 + \frac{Z}{a(v)}\right). \quad (26)$$

Дифференциал выражения (26) может быть записан в следующем виде:

$$- \frac{d\varphi_z}{(\varphi_z - 1)^2} = \frac{C_0}{v_0} \frac{dZ}{a(v)}. \quad (27)$$

Чтобы осуществить переход от координаты Эйлера (Z) к координате Лагранжа (z) слоя по-

рошкового тела, запишем условие сохранения массы в следующем виде:

$$dZ = \frac{\gamma_z}{\gamma_0} dz = \varphi_z dz. \quad (28)$$

Подставив дифференциал координаты Эйлера dZ в выражение (27), получим

$$-\frac{d\varphi_z}{\varphi_z(\varphi_z - 1)^2} = \frac{C_0}{v_0} \frac{dz}{a(v)}. \quad (29)$$

Интегрируя обе части дифференциального уравнения (29), находим

$$\frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} - \ln \frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} = C + \frac{C_0}{v_0} \frac{z}{a(v)}, \quad (30)$$

где C – постоянная интегрирования.

Интерполяционное упрощение левой части выражения (30) с погрешностью, не превышающей 1,5 %, может быть записано в следующем виде:

$$\frac{a_1\varphi_z + a_2}{\varphi_z - 1} = C + \frac{C_0}{v_0} \frac{z}{a(v)} \approx \frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1} - \ln \frac{\varphi_z}{\varphi_z - 1}, \quad (31)$$

где

$$a_1 = 1 - \ln \frac{\varphi_0^2}{\varphi_0^2 - 1}; \quad a_2 = -(\varphi_0 - 1) \ln \frac{\varphi_0}{\varphi_0 - 1} + \varphi_0 \ln \frac{\varphi_0^2}{\varphi_0^2 - 1}; \quad \varphi_0 = \varphi_z|_{z=0}.$$

Постоянная интегрирования C может быть определена из выражения (31) с помощью нулевого граничного условия

$$\varphi_z|_{z=0} = \varphi_0; \quad C = \frac{a_1\varphi_0 + a_2}{\varphi_0 - 1}.$$

С учетом найденного значения постоянной интегрирования C выражение (31) может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{a_1\varphi_z + a_2}{\varphi_z - 1} = \frac{a_1\varphi_0 + a_2}{\varphi_0 - 1} + \frac{C_0}{v_0} \frac{z}{a(v)}. \quad (32)$$

В [5] установлено соотношение (14, 143) между величинами скорости звука в порошковом теле C_0 и начальным значением массовой скорости v_0

$$\begin{aligned} \frac{C_0}{v_0} &= \lambda_{\text{по}} - \lambda = \frac{\gamma_{z0}}{\gamma_{z0} - \gamma_0} - \lambda = \\ &= \frac{\varphi_0}{\varphi_0 - 1} - \lambda = \frac{\lambda - (\lambda - 1)\varphi_0}{\varphi - 1}. \end{aligned} \quad (33)$$

Рассматривая совместно выражения (32) и (33), получим

$$\frac{a_1\varphi_z + a_2}{\varphi_z - 1} = \frac{a_1\varphi_0 + a_2}{\varphi_0 - 1} + \frac{\lambda - (\lambda - 1)\varphi_0}{\varphi_0 - 1} \frac{z}{a(v)}. \quad (34)$$

Решая уравнение (34) относительно величины φ_z с учетом найденных значений коэффициентов a_1 и a_2 , определим:

$$\begin{aligned} \varphi_z &= \frac{\gamma_z}{\gamma_0} = \frac{\vartheta_z}{\vartheta_0} = 1 + \frac{\varphi_0 - 1}{1 + \lambda_\varphi \frac{z}{a(v)}}; \\ \lambda_\varphi &= \frac{\lambda - (\lambda - 1)\varphi_0}{1 - (\varphi_0 - 1) \ln \frac{\varphi_0 + 1}{\varphi_0}}. \end{aligned} \quad (35)$$

Выражение (14, 146) в [5] может быть разрешено относительно коэффициента λ

$$\lambda_0 = \frac{\varphi_0}{\varphi_0 - 1} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_{BB}}{\gamma_0} \frac{v_D}{v_0} \left(\frac{v_D}{v_0} - 1 \right). \quad (36)$$

Решая выражение (36) относительно величины φ_0 , получим

$$\Phi_0 = \frac{1}{1 - \left[\frac{1}{2} \frac{\gamma_{BB}}{\gamma_0} \frac{v_D}{v_0} \left(\frac{v_D}{v_0} - 1 \right) \right]^{-1}}, \quad (37)$$

где γ_{BB} и γ_0 – соответственно величины плотности взрывчатого вещества и порошкового тела в исходном состоянии.

Начальное значение величины массовой скорости v_0 может быть определено при помощи формул (14, 87), (14, 84) в работе [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М., Покровский Г. И. Взрывные волны в грунтах. – М.: Госгортехиздат, 1962. – С. 37–38.
2. Покровский Г. И., Федоров И. С. Действие удара и взрыва в деформируемых средах. – М.: Промстройиздат, 1957. – С. 4.
3. Ляхов Г. М. Основы динамики в грунтах и жидких средах. – М.: Недра, 1964. – С. 57.
4. Станюкович К. П. Неустановившееся движение сплошной среды. – М.: Наука, 1971. – С. 126.
5. Жданович Г. М. Сопротивление порошковых материалов. – Мн.: ПК ООО «Белпринт». – С. 308.

*Рецензент докт. техн. наук,
проф. КОВАЛЕВСКИЙ В. Н.*