ний курса действующей в стране денежной единицы.

В Республике Беларусь предлагается ввести новую учетную политику (НУП), основным содержанием которой является предоставление права любым предприятиям, осуществляющим исключительно производственную деятельность, вести учет в новой денежной единице (например, белорусском инвестиционном рубле), курс которой определяется как средневзвешенная величина пяти свободноконвертируемых валют мира.

Необходимо распространить действие НУП на систему долгосрочного кредитования, рынок капитала, что позволит привлекать заемные кредитные ресурсы под реальный, прогнозируемый процент.

Предлагаемая концепция организации системы воспроизводства капитала, представленная инновационной, инвестиционной и финансовой инфраструктурами в едином комплексе позволит сформировать действительно активную национальную инвестиционную политику, относительно независимую от динамики привлечения иностранных инвестиций.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Долан Э. Дж., Кэмпбелл К., Кэмпбелл Р. Дж.** Деньги, банковское дело и денежно-кредитная политика / Пер. с англ. – Л.: Худ. лит., 1991. – 446 с.

2. **Енэмура К., Нисимура М.** Уроки послевоенной Японии: Исторический опыт стратегии производства // Япония о себе и мире: Дайджест. – 1993. – № 4. – С. 52–65.

3. **Зименков Р. И.** Свободные экономические зоны: Опыт США // Рыноч. экономика. – 1995. – № 8. – С. 35–45.

УДК 658.5

# СОГЛАСОВАНИЕ ПЛАНОВЫХ РЕШЕНИЙ В МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ

*Канд. техн. наук, доц. БАЛАШЕВИЧ В. А.*

*Белорусская государственная политехническая академия*

Реализация принципов специализации и кооперирования производства ведет к иерархическому построению как производственных структур, так и систем управления ими. Подсистемы, находящиеся на разных уровнях иерархии, располагают возможностями для самостоятельного выбора плановых решений в соответствии со своими интересами. В то же время органы управления системой (верхний уровень, центр) стремятся добиться максимально эффективного функционирования совокупности составляющих ее подсистем, преследующих собственные цели.

В условиях иерархии каждый управляющий орган использует в полном объеме информацию лишь о процессах, протекающих в управляемых им объектах (локальную), а из информации верхних уровней (глобальной) – только то, что непосредственно передается на данный уровень управления.

Таким образом возникает ситуация, когда ни один из уровней не располагает всей информацией, характеризующей задачу оптимального планирования работы системы в целом. Если говорить, например, о ресурсах, то каждая подсистема обычно имеет данные о количестве и технологических способах использования только своих ресурсов (локальных) и не нуждается в сведениях о ресурсах других подсистем. Верхний уровень располагает данными о системных (глобальных) ресурсах, потребляемых всеми подсистемами, но не интересуется количеством и способами использования их локальных ресурсов.

Решение задачи оптимального планирования в таких условиях возможно [1] ее декомпозицией на задачи нижнего уровня, моделирующие процесс принятия решения в подсистемах, и задачу верхнего уровня, координирующую решения подсистем. При этом в ходе итерационного процесса происходит обмен информацией между уровнями: центр уточняет условия, при которых подсистемы решают свои задачи, а подсистемы сообщают ему результаты оптимизации своей деятельности при каждом варианте действий центра. В предположении, что целевая функция системы определяется суммированием целевых функций подсистем, могут быть предложены различные схемы декомпозиции глобальной задачи на локальные, а также схемы согласования решений локальных задач, обеспечивающие сходимость итерационного процесса к оптимальному решению глобальной задачи. В их основе лежит, как правило, один из двух принципов координации: либо косвенное (метод Данцига–Вульфа), либо прямое (метод Корнаи–Липтака) перераспределение системных ресурсов [2].

В первом случае центр использует стоимостной подход, воздействуя на решения подсистем изменением оценок системных ресурсов, во втором – ресурсный подход, устанавливая индивидуальные для каждой подсистемы лимиты на использование системных ресурсов. Предполагается, что системные интересы выражаются критерием, представляющим сумму локальных критериев подсистем. Задача подсистем состоит в оптимизации своего функционирования в условиях, заданных центром, задача центра – в таком перераспределении ресурсов, при котором оптимизация функционирования подсистем означает оптимизацию функционирования системы в целом.

Наиболее разработанными к настоящему времени являются алгоритмы [3], основанные на стоимостном подходе. Их преимущество – меньшее разнообразие вырабатываемой центром информации: каждая подсистема получает от центра одни и те же сведения, а именно оценки системных ресурсов, которые одинаковы для всех подсистем. При ресурсном методе координации решения центра имеют адресный характер: каждой подсистеме выделяется определенное количество ресурсов. Это увеличивает объемы циркулирующей в системе информации, но обеспечивает ясную экономическую интерпретацию моделей подсистем и центра и облегчает выбор решений в случаях, когда требуется учет неформализуемых факторов.

Рассмотрим схему предлагаемой ресурсной декомпозиции в приложении к следующей блочно-диагональной задаче линейного программирования:

$$z = \mathbf{c}^1\mathbf{x}^1 + \mathbf{c}^2\mathbf{x}^2 + \ldots + \mathbf{c}^N\mathbf{x}^N \to \max; \tag{1}$$

$$Q^1\mathbf{x}^1 + Q^2\mathbf{x}^2 + \ldots + Q^N\mathbf{x}^N \leq \mathbf{q}; \tag{2}$$

$$\left.\begin{array}{lr} A^1\mathbf{x}^1 & \leq \mathbf{b}^1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \vdots \\ \quad A^k\mathbf{x}^k & \leq \mathbf{b}^k \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \vdots \\ \qquad\qquad \mathbf{A}^N\mathbf{x}^N & \leq \mathbf{b}^N \end{array}\right\}; \tag{3}$$

$$\mathbf{x}^1 \geq 0, \ldots, \mathbf{x}^N \geq 0. \tag{4}$$

Задачу (1)–(4) можно рассматривать как модель системы, состоящей из центра (верхнего уровня), описываемого связывающими ограничениями (2), и $N$ подсистем, которые выражаются локальными ограничениями (3). Использованные обозначения имеют следующий смысл:

$\mathbf{c}^k$, $\mathbf{x}^k$ – соответственно вектор коэффициентов целевой функции и план $k$-й подсистемы, $k = 1, \ldots, N$; $Q^k$, $A^k$ – матрицы технологических коэффициентов, отражающих использование соответственно системных и локальных ресурсов в подсистеме $k$; $\mathbf{q}$ – вектор системных ресурсов; $\mathbf{b}^k$ – вектор локальных ресурсов подсистемы $k$.

Согласно схеме ресурсной декомпозиции, верхний уровень (центр, координатор) должен найти такие векторы $\mathbf{q}^1, \ldots, \mathbf{q}^N$, при которых решение исходной задачи (1)–(4) достигается в результате решения каждой подсистемой своей локальной задачи линейного программирования следующего вида:

$$z_k(\mathbf{q}^k) = \mathbf{c}^k\mathbf{x}^k \to \max; \tag{5}$$

$$Q^k\,\mathbf{x}^k \leq \mathbf{q}^k; \tag{6}$$

$$A^k\,\mathbf{x}^k \leq \mathbf{b}^k; \tag{7}$$

$$\mathbf{x}^k \geq \mathbf{0}. \tag{8}$$

Выбор векторов $\mathbf{q}^k$, $k = 1, \ldots, N$ осуществляется центром в результате решения координирующей задачи:

$$\sum_{k=1}^{n} z_k(\mathbf{q}^k) \to \max; \tag{9}$$

$$\mathbf{q}^1 + \ldots + \mathbf{q}^k + \ldots + \mathbf{q}^N \leq \mathbf{q}. \tag{10}$$

Основная проблема, возникающая при разработке алгоритмов ресурсной координации, – отсутствие явного выражения для целевой функции (9). В существующих методах [2, 3] ее значения определяются алгоритмически по результатам решения локальных задач (5)–(8) на основе различного рода эвристик.

В данной статье предлагается конечный алгоритм, не требующий обращения к эвристикам. В его основе лежит двойственное выражение целевых функций локальных задач и крайних точек их двойственных допустимых областей.

Запишем задачу, двойственную локальной задаче (5)–(8):

$$w_k(\mathbf{q}^k) = \mathbf{y}^k\mathbf{q}^k + \mathbf{v}^k\mathbf{b}^k \to \min; \tag{11}$$

$$\mathbf{y}^k Q^k + \mathbf{v}^k A^k \geq \mathbf{c}^k; \tag{12}$$

$$\mathbf{y}^k \geq \mathbf{0},\ \mathbf{v}^k \geq \mathbf{0}. \tag{13}$$

В соответствии с основными теоремами двойственности, если прямая задача (5)–(8) допустима и, следовательно, имеет оптимальное решение, то и двойственная задача (11)–(13) имеет оптимальное решение, причем $z_k(\mathbf{q}^k) = w_k(\mathbf{q}^k)$. Поскольку оптимум лежит в одной из крайних точек $\{\mathbf{y}^{k,i}, \mathbf{v}^{k,i}\}$ допустимой области задачи (11)–(13), а целевая функция двойственной задачи минимизации дает верхнюю границу прямой задачи максимизации, то для аппроксимации функции $z_k(\mathbf{q}^k)$ можно использовать выражение

$$z_k(\mathbf{q}^k) = \min_i \{\mathbf{y}^{k,i}\mathbf{q}^k + \mathbf{v}^{k,i}\mathbf{b}^k\}, \tag{14}$$

где $i$ – номер итерации или крайней точки допустимой области задачи (11)–(13).

Поскольку после $I$ итераций центру известны $I$ крайних точек множества всех крайних точек $\{\mathbf{y}^{k,i}, \mathbf{v}^{k,i}\}$ каждой локальной двойственной задачи (11)–(13), для аппроксимации функции $z_k(\mathbf{q}^k)$ центр может использовать (14), которое введением обозначения

$$v_{ki} = \mathbf{v}^{k,i}\mathbf{b}^k \tag{15}$$

удобно привести к виду

$$z_k = \min_i \{\mathbf{y}^{k,i}\mathbf{q}^k + v_{k,i}\}. \tag{16}$$

В итоге координирующая задача, решаемая на итерации $I$, принимает следующий вид:

$$z = \sum_{k=1}^{n} z_k \to \max; \tag{17}$$

$$\mathbf{q}^1 + \ldots + \mathbf{q}^k + \ldots + \mathbf{q}^N \leq \mathbf{q}; \tag{18}$$

$$z_k - \mathbf{y}^{k,i}\mathbf{q}^k \leq v_{k,i},\quad k = 1, \ldots, N;\quad i = 1, \ldots, I. \tag{19}$$

С содержательной точки зрения работа алгоритма протекает следующим образом. На итерации $I$ центр, решив координирующую задачу (17)–(19), выделяет каждой подсистеме $k$ системные ресурсы в количестве $\mathbf{q}^{k,I}$ и запрашивает у нее двойственные оценки ресурсов, соответствующие данному распределению. В ответ на итерации $I + 1$ подсистема решает свою локальную задачу (5)–(8), используя в качестве правой части ограничений (6) вектор $\mathbf{q}^{k,I}$, и сообщает центру свой оптимальный план, оптимальные двойственные оценки ограничений (6) на системные ресурсы и скалярную величину $v_{k,I+1} = \mathbf{v}^{k,I+1}\mathbf{b}^k$, где $\mathbf{v}^{k,I+1}$ – оптимальные двойственные оценки ограничений (7) на локальные ресурсы. Информация об $\mathbf{y}^{k,I+1}$ и $v_{k,I+1}$ используется для принятия решения о необходимости очередной координирующей задачи. Если $z_k > \mathbf{y}^{k,I+1}\mathbf{q}^{k,I+1} + v_{k,I+1}$, значит, прежние двойственные оценки могут быть улучшены, и координирующая задача дополняется ограничением

$$z_k - \mathbf{y}^{k,I+1}\mathbf{q}^k \leq v_{k,I+1}. \tag{20}$$

Если же ни одна из подсистем не дает оснований для включения ограничения вида (20) в координирующую задачу, то имеющиеся решения локальных задач (5)–(8) составляют оптимальное решение исходной задачи (1)–(4).

Таким образом, алгоритм состоит в итерационном решении координирующей задачи (17)–(19) и локальных задач (5)–(8). Алгоритм сходится к оптимальному решению исходной задачи (1)–(4) за конечное число итераций, так как при построении ограничений координирующей задачи используются крайние точки двойственной допустимой области задачи (11)–(13), число которых конечно. Выполнена программная реализация алгоритма, получено экспериментальное подтверждение его работоспособности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Корнаи И., Липтак Т.** Планирование на двух уровнях // Применение математики в экономических исследованиях. – М.: Мысль, 1965. – Т. 3.

2. **Танаев В. С.** Декомпозиция и агрегирование в задачах математического программирования. – Мн.: Навука і тэхніка, 1987.

3. **Beightler Ch. S., Phillips D. T., Wild D. J.** Foundations of Optimization. Englewood Cliffs, 1979.

***Рецензент канд. техн. наук,***
***доц. ГЛУБОКИЙ С. В.***