

тельный вклад в поворот колонн. Значение этой деформации становится особенно заметным при увеличении толщины слоя эластомера.

Вторая причина заключается в том, что физико-механические характеристики эластомера в конкретном изделии зависят от условий вулканизации, и при большей толщине изделия разброс их также увеличивается [4, 5].

Сказывается также и условность применения диаграмм деформирования эластомера, полученных при центральном сжатии, к оценке угловых деформаций в условиях внецентренного сжатия.

С учетом изложенного выше предлагаемая методика может быть применена к расчету стыков с толщиной слоя эластомера не более 20 мм. При указанном ограничении толщины слоя эластомера среднее отношение опытного момента к расчетному по всем образцам составляет 0,834,

что позволяет рекомендовать разработанную методику для деформационного расчета стыков указанного типа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. с. 903497 (СССР). Способ устройства шарнирного стыка железобетонных конструкций / В. А. Клевцов, И. А. Петров, Т. М. Пецольд и др. // Бюл. изобр. – 1982. – № 5.
2. Stützenstoße im Stahlbeton-fertigteilbau mit unbewehrten Elastomerlagern / H. R. Sasse, F. Müller, U. Thormalen // Beton- und Stahlbetonbau. – 1982. – № 11–12. – P. 45–52.
3. Design of plain elastomeric bearing pads in precast concrete structures / L. Vinje // Journal of the Nordic concrete federation. – 1986. – № 1. – P. 24–27.
4. **Догадкин Б. А.** Химия эластомеров. – М.: Химия, 1981. – 357 с.
5. **Бухина М. Ф.** Техническая физика эластомеров. – М.: Химия, 1984. – 224 с.

*Рецензент докт. техн. наук,  
проф. ПЕЦОЛЬД Т. М*

УДК 624.04:517.962.1

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДВУХСЛОЙНОГО ОСНОВАНИЯ ПОД ПОЛОСОВОЙ НАГРУЗКОЙ

*Канд. техн. наук, доц. ШЕВЧУК Л. И.*

*Белорусская государственная политехническая академия*

Инженерно-геологические условия на строительных площадках Республики Беларусь разнообразны, и проявляются они слоистостью оснований или наличием слабых подстилающих слоев, которые особенно часто встречаются в поймах рек или на заболоченных территориях. В таких случаях в инженерной практике приходится перед возведением зданий и сооружений производить предварительную подготовку их оснований. Один из простейших способов подготовки слабых оснований – это отсыпка верхнего песчаного слоя с последующим его уплотнением или уплотнение верхнего слоя естественного грунта, при котором актуален вопрос о необходимых его толщине и степени уплотнения.

Целью проведенных теоретических исследований являлось определение влияния степени уплотнения верхнего слоя основания на напря-

женно-деформированное состояние слоистого основания под полосовой нагрузкой неограниченной длины. В качестве основания принималась двухслойная линейно-упругая изотропная среда ограниченных размеров по горизонтальным и вертикальным направлениям. Учитывая вид нагрузки, рассматривается случай плоской деформации. Ставится условие отсутствия перемещений по боковым и нижней границам выделенной деформируемой области. Вертикальная полосовая нагрузка следует за вертикальными перемещениями поверхности основания. Горизонтальные перемещения точек поверхности основания под нагрузкой принимаются равными нулю при полном сцеплении между верхним и нижним слоями двухслойного основания. Для решения поставленной задачи использован метод ассоциированных групп совместных конечных элементов (КЭ) (рис. 1, 2).

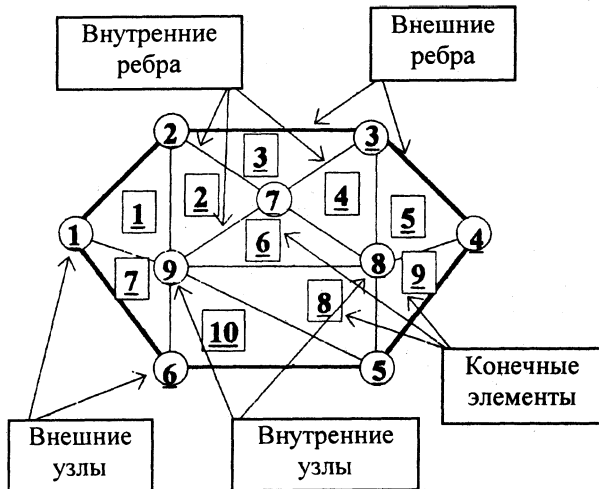


Рис. 1. Внутренние и внешние ребра и узлы неассоциированной конечно-элементной группы

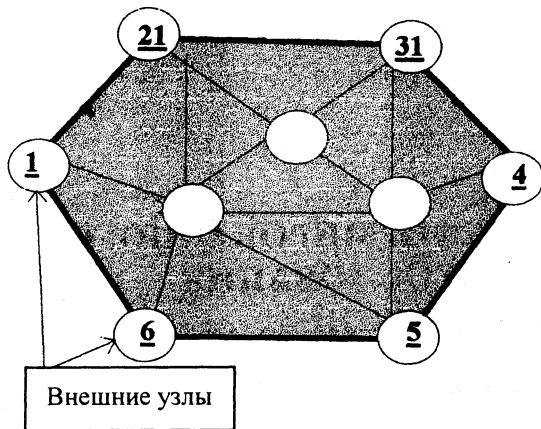


Рис. 2. Ассоциированная конечно-элементная группа, образованная из треугольных КЭ

Численная модель строится из плоских треугольных конечных элементов, которые в соответствии с предлагаемой технологией [1] объединяются в ассоциации по четыре. Эти ассоциации используются непосредственно в расчете как конечные элементы четырехугольной формы. Распределенная полосовая нагрузка собирается в равнодействующие силы и прикладывается к узлам модели. Каждому слою конечных элементов может быть задан свой модуль упругости, благодаря чему появляется возможность моделировать неоднородное по глубине или слоистое основание.

Как известно, матрица жесткости треугольного конечного элемента при аппроксимации перемещений внутри элемента линейной функцией определяется простым выражением

$$K = \Delta B^T D B, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – площадь треугольного КЭ;  $B$  – матрица деформаций КЭ;  $D$  – матрица коэффициентов закона Гука.

При этом

$$D = \frac{E}{(1-2\nu)(1-\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\nu} \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{ix} & b_{jx} & b_{kx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{iy} & b_{jy} & b_{ky} \\ b_{iy} & b_{jy} & b_{ky} & b_{ix} & b_{jx} & b_{kx} \end{pmatrix};$$

$$b_{ix} = \frac{1}{2\Delta}(y_j - y_k); \quad b_{jx} = \frac{1}{2\Delta}(y_k - y_i);$$

$$b_{iy} = \frac{1}{2\Delta}(x_k - x_j); \quad b_{jy} = \frac{1}{2\Delta}(x_i - x_k);$$

$$b_{kx} = \frac{1}{2\Delta}(y_i - y_j); \quad b_{ky} = \frac{1}{2\Delta}(x_j - x_i).$$

Здесь  $(x_i, y_i)$ ,  $(x_j, y_j)$ ,  $(x_k, y_k)$  – координаты соответственно  $i, j$  и  $k$  узлов треугольного конечного элемента.

Однако использование линейных функций для описания перемещений точек внутри конечного элемента приводит к серьезным ошибкам аппроксимации, которые, как показали исследования, особенно заметны, если поле напряжений характеризуется высокой неоднородностью. А это как раз и имеет место в двухслойном основании, когда модули деформации слоев значительно отличаются. Уменьшить ошибки аппроксимации можно за счет роста количества конечных элементов, что, в свою очередь, приводит к увеличению объема вычислений. Если использовать функции для описания перемещений внутренних точек элемента более высокой степени, то потребуется задавать дополнительные условия совместности, что тоже приводит к увеличению объема вычислений, другими словами – конечные элементы становятся несовместными, а это нежелательно.

Предлагается добиться уменьшения ошибок аппроксимации за счет оптимального построения

построения численных моделей из ассоциированных групп конечных элементов. Предварительно конечно-элементная модель делится на области, каждая из которых содержит группы конечных элементов. Выполняется объединение конечных элементов в отдельной группе, в результате чего ликвидируются все ее внутренние узлы, и она становится отдельным конечным элементом, но более высокой степени аппроксимации. Чем больше в группе содержится элементов, тем более высокая достигается степень аппроксимации. В результате ассоциирования группы конечных элементов матрица ее жесткости трансформируется, и ее порядок уменьшается. Элементы ассоциированной группы конечных элементов определяются по формуле

$$k_{ij}^- = k_{ij} + k_{iL} \left( \frac{k_{j,L+1}k_{L,L+1} - k_{j,L}k_{L+1,L}}{k_{L,L+1}k_{L+1,L} - k_{L,L}k_{L+1,L+1}} \right) + k_{iL+1} \left( \frac{k_{L,j}k_{L+1,L+1} - k_{L+1,j}k_{L+1,L}}{k_{L,L+1}k_{L+1,L} - k_{L,L}k_{L+1,L+1}} \right), \quad (2)$$

где  $i = 1, \dots, m; i \neq L, L+1; j = 1, \dots, m; j \neq L, L+1; L$  – номера строк, соответствующих степеням свободы внутренних узлов группы конечных элементов.

В таком же порядке формируются векторы узловых сил и перемещений группы КЭ.

Использование приведенного выше порядка построения численной модели при разработке эффективных алгоритмов решения задач теории упругости имеет смысл только тогда, когда оно выполняется по оптимальной схеме. Для поиска оптимальных схем сборки численной модели были проведены исследования, в которых учитывалась структура получаемой матрицы жесткости группы конечных элементов при решении задач такого класса.

Матрица жесткости всей системы или группы конечных элементов всегда является сильно разреженной. Поэтому используется упакованный способ ее хранения в формате Row-wise Representation Complets and Unordered (RR(C)U). Для решения больших систем линейных алгебраических уравнений с сильно разреженной матрицей коэффициентов при неизвестных использован метод Гаусса. Оценка эффективности алгоритма осуществлялась по количеству операций над вещественными числами типа умножение/деление, которое устанавливалось по формуле

$$M = \left( \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + \frac{3n(n-1)}{2} + n \right) \chi, \quad (3)$$

где  $n$  – количество уравнений в системе;  $\chi$  – коэффициент, учитывающий разреженность матрицы ( $\chi \leq 1$ ).

Как показали исследования, коэффициент  $\chi$  зависит от количества степеней свободы в конечно-элементной модели. Так, если модель имеет 3600 степеней свободы, то коэффициент  $\chi = 0,008$ . Способ сборки численной модели также существенно влияет на количество вычислений и требуемый объем оперативной памяти.

Определение объема вычислений и требуемой оперативной памяти для ассоциирования группы конечных элементов осуществлялось следующим образом. Устанавливалось количество уравнений в системе ( $m_{zw}S_z$ ), которую необходимо решить для вычисления каждого элемента матрицы жесткости ассоциированной группы конечных элементов. Заранее известно, что матрица жесткости ассоциированной группы конечных элементов всегда квадратная, симметричная и содержит  $(m_{zn}S_z)^2$  элементов. Поэтому требуется определить  $M_k$  элементов

$$M_k = \frac{(m_{zn}S_z)^2(m_{zn}S_z + 1)}{2}, \quad (4)$$

где  $m_{zn}$  – количество наружных узлов в группе КЭ;  $S_z$  – количество степеней свободы одного узла.

Подсчитаем количество операций типа умножение/деление, необходимое для ассоциирования группы конечных элементов:

$$m_0 = (m_1 + m_2 + m_3)M_k, \quad (5)$$

где

$$m_1 = \frac{(m_{zw}S_z)(m_{zw}S_z - 1)(2m_{zw}S_z - 1)}{2};$$

$$m_2 = \frac{3m_{zw}S_z(m_{zw}S_z - 1)}{2}; \quad m_3 = m_{zw}S_z;$$

$m_{zw}$  – количество внутренних узлов в ассоциируемой группе конечных элементов;  $S_z$  – количество степеней свободы одного внутреннего узла.

При оценке эффективности алгоритма существенное значение имеет объем оперативной памяти, необходимой для хранения промежуточных данных. Объем памяти в байтах при реше-

нии плоской задачи теории упругости вычисляется по формуле

$$\Omega_{bit} = 2(m_{zw}S_z(m_{zw}S_z + 1) + M_k). \quad (6)$$

Аналогичные исследования проведены и для случая решения пространственной задачи теории упругости, когда для построения численной модели используются объемные конечные элементы в форме параллелепипедов. Пусть группа содержит  $n$  конечных элементов. Подсчитаем количество операций типа умножение/деление, необходимое для ассоциирования группы конечных элементов, занимающих объем куба:

$$m_0 = m_n Z^2 \left( \frac{m_w(m_w Z - 1)(2m_w Z - 1)}{6} + \frac{3m_w(m_w Z - 1)}{2} + m_w \right), \quad (7)$$

где  $n$  – количество конечных элементов в группе;  $m_n$  – количество наружных узлов,  $m_n = 6\sqrt[3]{n^2} + 2$ ;  $m_w$  – количество внутренних узлов в группе конечных элементов,  $m_w = (\sqrt[3]{n} - 1)^3$ ;  $Z$  – количество степеней свободы одного узла системы ( $Z = 3$ ).

Таким образом, установлены необходимое количество операций типа умножение/деление и объем оперативной памяти, затрачиваемой при ассоциировании группы конечных элементов, расположенных на прямоугольной области и в объеме куба. Эти величины и являются критериями для оценки эффективности алгоритмов, составленных по технологии ассоциированных групп конечных элементов.

Для выполнения расчета двухслойного основания составлена программа Lenta\_NN на алгоритмическом языке Power Steit Fortran-4 в режиме 32-разрядной адресации. Программа составлена под Windows-95, но может работать и в Windows-98.

Для нормального функционирования программы требуется не менее 16 Мб оперативной памяти и 5 Мб свободного места на жестком диске. Она хранится в упакованном виде и помещается на одной дискете. При составлении программы использованы библиотеки Fortran и Windows-95.

Для исследования влияния степени уплотнения верхнего слоя основания на его напряженно-деформированное состояние решен пример. Результаты получены по программе Lenta\_NN.

Исходные данные. Интенсивность нагрузки  $p = 1000 \text{ кН/м}^2$ . Ширина полосы нагружения  $b_p = 1,0 \text{ м}$ . Глубина деформируемой толщи основания  $H_d = 2,80 \text{ м}$ . Удаленность боковых границ деформируемой части от середины нагрузки  $b_0 = 2,80 \text{ м}$ . Толщина верхнего слоя  $H_{ws} = 1,0 \text{ м}$ . Толщина нижнего слоя  $H_{ns} = 1,80 \text{ м}$ . Количество узлов конечно-элементной сетки по вертикальному направлению  $j_k = 15$ , по горизонтальному –  $i_k = 29$ . Номер пограничного узла под нагрузкой  $i_p = 3$ . Модуль упругости (модуль деформации) нижнего слоя во всех вариантах расчета принимался равным  $E_{ns} = 10 \text{ МПа}$ . Модуль упругости верхнего слоя в разных вариантах принимал значения  $E_{ws} = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 \text{ МПа}$ . Коэффициент Пуассона для обоих слоев одинаков и задавался равным  $\nu = 0,35$ .

В ходе расчета двухслойного грунтового основания под равномерно распределенной бесконечной полосовой нагрузкой получены вертикальные перемещения и вертикальные нормальные напряжения, значения которых приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Вертикальные перемещения узлов конечно-элементной сетки, см								
у, м	Модуль упругости верхнего слоя, МПа							
	10	20	30	40	50	60	70	80
0,0	11,67	8,04	6,68	5,91	5,39	5,01	4,71	4,46
0,2	10,54	7,54	6,38	5,71	5,25	4,90	4,62	4,39
0,4	9,18	6,90	5,97	5,42	5,02	4,72	4,47	4,26
0,6	7,83	6,25	5,55	5,11	4,78	4,52	4,30	4,11
0,8	6,62	5,66	5,16	4,81	4,54	4,32	4,13	3,96
1,0	5,57	5,10	4,77	4,50	4,28	4,10	3,93	3,78
1,2	4,65	4,29	4,02	3,81	3,63	3,48	3,35	3,23
1,4	3,84	3,56	3,35	3,18	3,04	2,92	2,81	2,71
1,6	3,12	2,90	2,74	2,61	2,50	2,40	2,31	2,23
1,8	2,47	2,30	2,18	2,08	2,00	1,92	1,85	1,79
2,0	1,87	1,76	1,67	1,59	1,53	1,47	1,42	1,38
2,2	1,33	1,25	1,19	1,14	1,10	1,06	1,02	0,99
2,4	0,84	0,79	0,75	0,72	0,70	0,67	0,65	0,63
2,6	0,39	0,37	0,35	0,34	0,33	0,32	0,31	0,30

Таблица 2

Вертикальные нормальные напряжения, МПа								
у, м	Модуль упругости верхнего слоя, МПа							
	10	20	30	40	50	60	70	80
0,1	0,988	0,986	0,984	0,982	0,981	0,980	0,979	0,979
0,3	0,933	0,919	0,909	0,900	0,895	0,889	0,885	0,881
0,5	0,806	0,774	0,752	0,735	0,722	0,711	0,701	0,693
0,7	0,687	0,638	0,605	0,579	0,559	0,541	0,527	0,514
0,9	0,592	0,534	0,495	0,465	0,441	0,420	0,403	0,388
1,1	0,519	0,468	0,434	0,407	0,386	0,367	0,351	0,338
1,3	0,463	0,422	0,394	0,372	0,354	0,339	0,325	0,313
1,5	0,420	0,387	0,364	0,345	0,330	0,316	0,304	0,293
1,7	0,386	0,359	0,340	0,324	0,310	0,298	0,287	0,278

Анализ результатов показывает, что жесткость верхнего слоя двухслойного основания оказывает значительное влияние на осадку основания под ленточной нагрузкой и величину нормальных вертикальных напряжений. При этом самое заметное отличие в значениях напряжений наблюдается на границе двух слоев.

По результатам расчета построены графики зависимостей осадки фундамента (рис. 3а) и вертикальных нормальных напряжений на границе слоев (рис. 3б) от жесткости верхнего слоя.

Из графика (рис. 3а) видно, что зависимость осадки ленточного фундамента от величины модуля деформации верхнего, более плотного, слоя имеет сложный криволинейный характер. Увеличение модуля деформации верхнего слоя от 10 до 80 МПа приводит к уменьшению осадки основания под ленточной нагрузкой от 11,67 до 4,46 см, что составляет примерно 62 %. Следует отметить, что с повышением жесткости верхнего слоя ее влияние на осадку снижается.

Особый интерес представляет влияние жесткости верхнего слоя на величину и характер распределения вертикальных нормальных напряжений. Анализ результатов расчета подтверждает, что влияние это наиболее заметно на границе двух слоев (под сводом более жесткого верхнего слоя). При этом толщина верхнего, более плотного, слоя была принята равной ширине полосы загрузки.

Из графика (рис. 3б) видно, что зависимость величины вертикальных нормальных напряжений от жесткости верхнего слоя двухслойного основания имеет сложный вид. Влияние жесткости верхнего слоя усиливается по мере приближения к границе слоев (табл. 2).

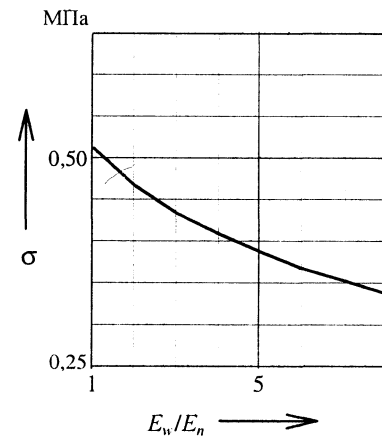
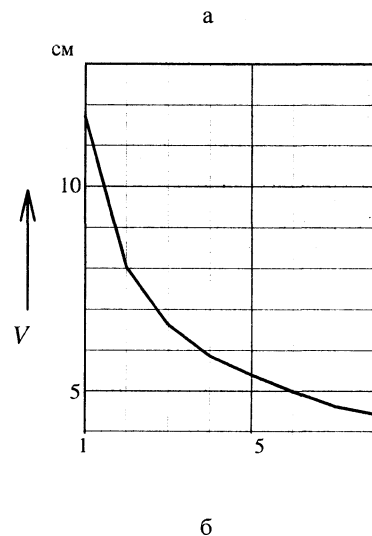


Рис. 3

Установлено, что вертикальные нормальные напряжения на границе двух слоев заметно уменьшаются с увеличением модуля деформации верхнего слоя. Так, при изменении модуля деформации верхнего слоя от 10 до 80 МПа нормальные напряжения снижаются от 0,519 до 0,338 МПа, что составляет 35 %.

### ВЫВОДЫ

1. Жесткость верхнего слоя двухслойного основания оказывает существенное влияние на осадку основания под ленточной нагрузкой и величину вертикальных нормальных напряжений на границе двух слоев.

2. Увеличение модуля деформации верхнего слоя приводит к уменьшению осадки основания под ленточной нагрузкой и снижению верти-

кальных нормальных напряжений на границе двух слоев.

3. Разработанные программа и методика могут быть использованы для расчета двухслойных грунтовых оснований, когда нижний слой является более слабым, а также для определения необходимой степени уплотнения верхнего слоя при подготовке строительных площадок под застройку.

1. Шевчук Л. И. Технология построения численных моделей строительных сооружений на основе ассоциированных систем конечных элементов // Механика разрушения композитных материалов: Матер. междунар. науч. конф. – Мн., 1997. – Т. 2. – С. 83–93.

*Рецензент докт. техн. наук,  
проф. ПЕЦОЛЬД Т. М.*

УДК 625.855:577.4

## ОЦЕНКА СТЕПЕНИ РИСКА В СТРОИТЕЛЬСТВЕ В СВЯЗИ С ПРОЯВЛЕНИЕМ ОПАСНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

*Докт. геолого-минерал. наук, проф. КОЛПАШНИКОВ Г. А.,  
инженеры РОМАШКО Д. В., ЛЕНКЕВИЧ Р. И.*

*Белорусская государственная политехническая академия*

Проведение инженерно-геологических исследований с достаточной детальностью позволяет оценить степень риска в строительстве в связи с проявлением опасных геологических процессов.

Инженерно-геологические условия определяются совокупностью параметров среды: распространением, составом и строением чехла новейших отложений и подстилающих их пород коренной основы, особенностями распространения фильтрационных потоков, грунтов, требующих специальной оценки их прочности в строительстве, а также изменением их свойств в связи с развивающимися опасными геологическими процессами. Последнее обстоятельство приобретает особое значение на современном этапе развития инженерной геологии в связи с недооценкой степени риска, что часто допускается при проектировании.

Опыт строительства и эксплуатации объектов показывает, что особенно опасны процессы, связанные с суффозионным карстом и потерей прочности грунтов в основании зданий и сооружений. Причины их появления могут быть самыми разнообразными. Примеры свидетельст-

вуют, что отсутствие внимания к ним приводит к тяжелым последствиям. Так, на 456,2 км дороги Минск–Москва в результате выноса из-под полотна тонкого песчаного материала и образовавшейся там воронки произошел провал, вызвавший аварию тяжелого автомобильного транспорта и гибель пассажира. Были допущены ошибки при сооружении трубы под полотном дороги.

Обвал бетонной стенки в котловане высотой 7 м на ТЭЦ-5 в г. Руденске был связан с развившимся суффозионным процессом и нанес государству большой материальный ущерб.

К числу опасных геологических процессов следует отнести также обвалы в стенках карьеров из-за неправильного расчета углов откоса и развивающихся фильтрационных потоков с выносом мелких частиц из-под основания стенок карьера. Такого рода процессы и обвалы стенок карьеров (г. Логойск) обусловлены недоизучением свойств грунтов.

Значительные материальные потери связаны с деформационными процессами в набухающих грунтах, широко развитыми в пределах леднико-