рации. Кроме того, в генераторных узлах, как и в нагрузочных, могут быть заданы активная и реактивная мощности нагрузки, активная и реактивная проводимости шунта на землю. Искомыми в этих узлах являются величина генерации реактивной мощности и фаза напряжения. При этом в расчете осуществляется контроль заданных ограничений по генерации реактивной мощности генераторных узлов. В случае нарушения этих ограничений генерация реактивной мощности закрепляется на соответствующем нарушенном пределе и рассчитывается модуль напряжения в узле.

Для выбора точки отсчета в схеме задается балансирующий узел, в котором фиксируются модуль и фаза напряжения. В общем случае в схеме их может быть несколько. Программных ограничений на количество таких узлов не устанавливается. Для балансирующих узлов определяется генерация активной и реактивной мощностей. По активным и реактивным мощностям могут быть заданы разные балансирующие узлы. Задание узлов, балансирующих по реактивной мощности, выполняется аналогично заданию генераторных узлов. В узлах, балансирующих по активной мощности, задаются фаза напряжения и реактивная генерация, также могут быть заданы активная и реактивная мощности нагрузки, активная и реактивная проводимости шунта на землю. Искомыми в таких узлах являются величина генерации активной мощности и модуль напряжения.

УДК 621.315

О ТОЧНОМ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ УЗЛОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ФОРМЕ БАЛАНСА МОЩНОСТИ

Инженеры ТОМКЕВИЧ А. П., ЯНУШКЕВИЧ О. А.

Белорусская государственная политехническая академия

Рассматривается задача расчета режима радиальной сети, состоящей из одной линии электропередачи (ЛЭП), в качестве физической модели которой используем П-образную схему замещения. Такую сеть опишем при помощи направленного взвешенного графа, состоящего из двух узлов и ребра. Каждый узел характеризуется двумя параметрами мощностью $\underline{S}_i$ и напряжением $\underline{U}_i$ (i = 1, 2). Ребро взвешено четырехмерным вектором (R, X, G, B), компоненты которого будем считать известными величинами, не зависящими от параметров режима $\underline{S}_i$ и $\underline{U}_i$. Направление графа отражает положительное направление перетока мощности по ЛЭП (на рис. 1 от узла 1 к узлу 2).

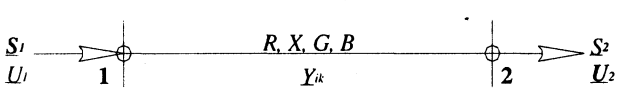

Рис. 1

Существует [1] ряд электротехнических методов для описания математической модели задачи: законы Кирхгофа, метод контурных токов, метод узловых напряжений и др. В качестве математической модели задачи может быть использована система уравнений, полученная с помощью одного из этих методов.

В зависимости от способа представления узлов сети система уравнений получается линейной или нелинейной. В случае известных параметров $\underline{S}_i$ и $\underline{U}_i$ одного из узлов рассматриваемой сети получается линейная система уравнений, решение которой приведено в [1, 2]. В других случаях – система уравнений нелинейная и традиционно решается итерационными методами (Ньютона–Рафсона, Зейделя и др.), сходимость которых зависит от выбранного начального приближения и формы записи уравнений. Так, например, сходимость метода Ньютона–Рафсона будет наилучшей, если система уравнений составлена по методу узловых напряжений в форме баланса действительной и мнимой составляющих токов в декартовых координатах [3], несмотря на то, что метод контурных токов дает систему уравнений наименьшего порядка [4].

Рассмотрим математическую модель сети, полученную с помощью метода узловых напряжений. Отметим, что форма записи уравнений существенной роли не играет и зависит от известных и неизвестных параметров режима. В соответствии с основными положениями этого метода можно записать систему, в которой каждое уравнение соответствует узлу сети. В матричном виде система уравнений узловых напряжений в форме баланса мощности имеет вид

$$\mathrm{diag}\underline{U}\,\overline{\underline{Y}\underline{U}} = \underline{S}, \qquad (1)$$

где $\mathrm{diag}\underline{U}$ – диагональная матрица напряжений в узлах;

$\overline{\underline{Y}}$ – матрица сопряженных собственных и взаимных проводимостей узлов, зависящая от вектора веса ребра (R, X, G, B);

$\overline{\underline{U}}$ – вектор сопряженных напряжений в узлах;

$\underline{S}$ – вектор мощностей в узлах.

Для рассматриваемой сети система (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \overline{\underline{Y}}_{11}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_1 + \overline{\underline{Y}}_{12}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_2 = \underline{S}_1; \\ \overline{\underline{Y}}_{21}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_1 + \overline{\underline{Y}}_{22}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_2 = \underline{S}_2. \end{cases} \qquad (2)$$

Пусть узел 1 является балансирующим по мощности, т. е. известен комплекс напряжения $\underline{U}_1$ и неизвестна мощность $\underline{S}_1$. В узле 2 считаем напряжение $\underline{U}_2$ неизвестным, а нагрузку $\underline{S}_2$ заданной постоянной мощностью.

Введем следующие обозначения:

$$\underline{S}_i = P_i + jQ_i = S_i e^{j\varphi_i}; \quad \underline{U}_i = U_i e^{j\psi_i}; \quad \underline{Y}_{ik} = y_{ik} e^{j\alpha_{ik}},$$

$$i = 1, 2; \quad k = 1, 2; \quad \delta = \psi_2 - \psi_1.$$

Отметим, что система (2) имеет конечное число решений, если неизвестными являются не более четырех из восьми перечисленных параметров для обоих узлов (например, P_1 и Q_1, U_2 и ψ_2).

Пусть

$$V = \frac{y_{21}^2 U_1^2}{2 y_{22} S_2}.$$

Теорема 1. Система (2) с неизвестными $\underline{S}_1$ и $\underline{U}_2$ имеет решения тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$V \ge 2\sin^2\left(\frac{\varphi_2 + \alpha_{22}}{2}\right). \qquad (3)$$

Теорема 2. Пусть справедливо строгое неравенство (3). Тогда система (2) имеет ровно два решения

$$\left(\underline{U}_2^{(i)};\ \underline{S}_1^{(i)}\right),\ i = 1, 2,$$

где

$$\underline{U}_2^{(i)} = U_2^{(i)} e^{j(\delta^{(i)} + \psi_1)};$$

$$U_2^{(1)} = \sqrt{\frac{S_2}{y_{22}}\left(F + \sqrt{F^2 - 1}\right)};$$

$$U_2^{(2)} = \sqrt{\frac{S_2}{y_{22}}\left(F - \sqrt{F^2 - 1}\right)};$$

$$F = V + \cos(\varphi_2 + \alpha_{22});$$

$$\delta^{(i)} = \arg\left(\delta_{\mathrm{Re}}^{(i)} + j\delta_{\mathrm{Im}}^{(i)}\right) + \alpha_{21};$$

$$\delta_{\mathrm{Re}}^{(i)} = \left(\frac{S_2\cos(\varphi_2) - y_{22}\left(U_2^{(i)}\right)^2\cos(\alpha_{22})}{y_{21}U_2^{(i)}U_1}\right);$$

$$\delta_{\mathrm{Im}}^{(i)} = \left(\frac{S_2\sin(\varphi_2) + y_{22}\left(U_2^{(i)}\right)^2\sin(\alpha_{22})}{y_{21}U_2^{(i)}U_1}\right);$$

$$S_1^{(i)} = \overline{\underline{Y}}_{11}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_1 + \overline{\underline{Y}}_{12}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_2^{(i)}.$$

Пусть соотношение (3) является равенством. Тогда система (2) имеет единственное решение.

Замечание 1. Из теорем 1 и 2 вытекает, что если неравенство (3) не выполняется, то система (2) с неизвестными $\underline{S}_1$ и $\underline{U}_2$ не имеет решений.

При выполнении практических расчетов с использованием полученных зависимостей в теореме 2 необходимо учесть, что генерируемая мощность (активная или реактивная) берется со знаком «+», а потребляемая – со знаком «–». Также учтена сопряженность элементов матрицы $\underline{Y}$, построение которой выполняется в соответствии с общепринятыми правилами (например, в [2]).

Выясним сущность условия (3). Для этого перепишем его в следующем виде:

$$S_2 \le \frac{y_{21}^2 U_1^2}{2y_{22}\left(1-\cos(\varphi_2+\alpha_{22})\right)}. \qquad (4)$$

Отсюда видно, что максимальная мощность нагрузки в узле 2 $S_2 e^{j\varphi_2}$ зависит только от параметров ЛЭП и модуля напряжения в ее начале U_1. Установившийся режим существует тогда и только тогда, когда выполняется неравенство (4).

Также можно показать, что при угле $\varphi_2 = \pi + \alpha_{22}$ предельная потребляемая активная мощность максимальна и составляет

$$P_{2\max} = -\frac{y_{21}^2 U_1^2}{4y_{22}\cos(\alpha_{22})}.$$

В некоторых задачах узел 1 представляют балансирующим по реактивной мощности, т. е. считаются известными активная мощность P_1 и модуль напряжения U_1, а неизвестными – величины Q_1 и ψ_1. Представление узла 2 остается прежним. Систему (2) запишем в виде:

$$\begin{cases} y_{11}U_1^2\cos\alpha_{11} + y_{12}U_1U_2\cos(\alpha_{12}+\delta) = P_1; \\ y_{11}U_1^2\sin\alpha_{11} + y_{12}U_1U_2\sin(\alpha_{12}+\delta) = -Q_1; \\ y_{21}U_1U_2\cos(\delta-\alpha_{21}) + y_{22}U_2^2\cos\alpha_{22} = S_2\cos\varphi_2; \\ y_{21}U_1U_2\sin(\delta-\alpha_{21}) - y_{22}U_2^2\sin\alpha_{22} = S_2\sin\varphi_2. \end{cases} \qquad (5)$$

Замечание 2. При такой постановке задачи невозможно найти аргументы комплексных напряжений в узлах ψ_1 и ψ_2, но можно найти их разность δ.

Теорема 3. Система (5) с неизвестными Q_1, U_2 и δ имеет конечное число решений тогда и только тогда, когда выполняется неравенство (3) и равенство

$$U_2\cos(\alpha_{12}+\delta) = \frac{P_1}{y_{12}U_1} - \frac{y_{11}U_1}{y_{12}}\cos\alpha_{11}.$$

В этом случае неизвестный модуль напряжения U_2 и δ находятся аналогичным образом, как и при решении системы (2) с неизвестными $\underline{S}_1$ и $\underline{U}_2$. Легко видеть, что реактивная мощность Q_1 рассчитывается из второго уравнения системы (5) в виде $Q_1 = h(U_2, \delta)$.

В заключение отметим, что если вектор веса ребра не зависит от параметров узлов, то имеется определенная погрешность в исходных данных (параметрах системы) [1]. Кроме того, погрешность вносится идеализированным представлением узлов, известные параметры которых также содержат ошибку. Отсюда следует, что даже точное решение будет содержать в себе неточность. Тем не менее, отпадает необходимость в итерационном процессе, который не всегда является сходящимся, что значительно снижает время вычислений. Существенным результатом работы также является условие существования установившегося режима в сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Идельчик В. И.** Электрические системы и сети: Учеб. для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 592 с.

2. **Идельчик В. И.** Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.

3. **Стратан И. П., Неретин В. И., Спивак В. Л.** Расчет и анализ режимов электроэнергетических систем. – Кишинев: Штиинца, 1990. – 140 с.

4. **Гурский С. К.** Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике. – Мн.: Наука и техника, 1977. – 368 с.