

КОМПЛЕКСНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЯГОВО-СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВ И НАГРУЖЕННОСТИ ТРАНСМИССИИ ТРОЛЛЕЙБУСА

Канд. техн. наук САФОНОВ А. И., инж. НОВИЦКИЙ С. Н.

Белорусская государственная политехническая академия

При разработке новых образцов техники, в частности троллейбусов, а также совершенствовании существующих прежде всего необходимо комплексное теоретическое исследование объекта, учитывающее факторы эксплуатации, конструктивные параметры, характеристики различных систем и их взаимодействие и взаимовлияние. В этой связи разработана комплексная математическая модель сочлененного троллейбуса, реализация которой позволит оценивать тягово-скоростные свойства машины, а также исследовать нагрузку трансмиссии. Данная модель, особенностью которой является сочетание механической трансмиссии, не содержащей коробки передач, и тягового электродвигателя, включает три основные подсистемы. Первая подсистема моделирует поступательное движение троллейбуса и учитывает его колебательный характер, т. е. жесткостные и демпфирующие свойства не только подвески, но и тягово-сцепного устройства, вторая – представляет собой математическую модель трансмиссии, а третья моделирует работу тягового электродвигателя.

В процессе разработки модели поступательного движения за основу были взяты расчетная схема и ее математическое описание [1], в результате преобразования которых для режима разгона были внесены следующие изменения и дополнения.

Система дифференциальных уравнений, описывающая движение тягача (для прицепа уравнения не изменились) согласно расчетной схеме (рис. 1), выглядит следующим образом:

$$m_t \ddot{x}_t = F_{k2} - F_1 - F_2 - F_b - Q_{ct};$$

$$m_t^p \ddot{z}_t = N_{ct} - c_{n1}(z_t - l_1 \sin \alpha - y_1) - c_{n2}(z_t + l_2 \sin \alpha - y_2) - k_{n1}(\dot{z}_t - l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_1) - k_{n2}(\dot{z}_t + l_2 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_2);$$

$$J_t \ddot{\alpha} = N_{ct} l_{ct} + (F_1 + F_2 - F_{k2}) h_t - F_b (h_b - h_t) + Q_{ct} (h_t - h_c) + c_{n1} l_1 \cos \alpha (z_t - l_1 \sin \alpha - y_1) - c_{n2} l_2 \cos \alpha (z_t + l_2 \sin \alpha - y_2) + k_{n1} l_1 \cos \alpha (\dot{z}_t - l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_1) - k_{n2} l_2 \cos \alpha (\dot{z}_t + l_2 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_2);$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -c_{w1}(y_1 - h_1) + c_{n1}(z_t - l_1 \sin \alpha - y_1) - k_{w1}(\dot{y}_1 - \dot{h}_1) + k_{n1}(\dot{z}_t - l_1 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_1);$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = -c_{w2}(y_2 - h_2) + c_{n2}(z_t + l_2 \sin \alpha - y_2) - k_{w2}(\dot{y}_2 - \dot{h}_2) + k_{n2}(\dot{z}_t + l_2 \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{y}_2),$$

где F_{k2} – сила тяги ведущего моста;

F_i – сила сопротивления качению i -го моста, которая в свою очередь определяется выражением

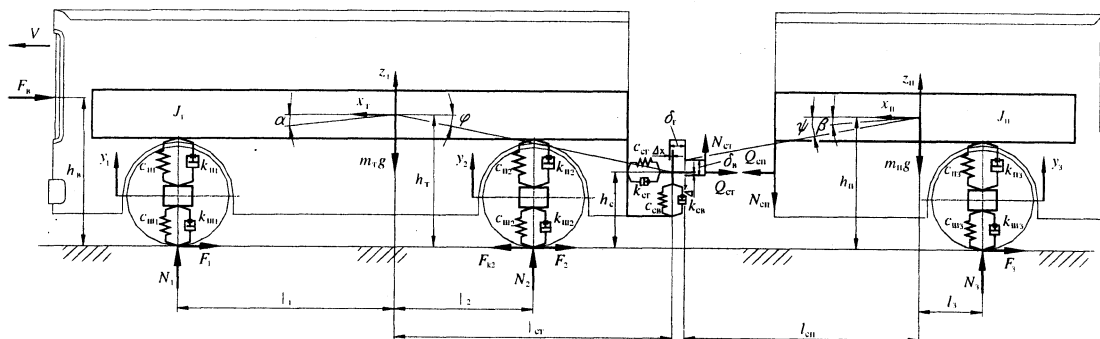


Рис. 1. Расчетная схема для исследования динамики разгона сочлененного троллейбуса

$$F_i = f_i N_i,$$

f_i – коэффициент сопротивления качению колес i -го моста;

N_i – нормальная реакция на колесах i -го моста,

$$N_i = N_{i\text{ст}} - c_{\text{ши}}(y_i - h_i) - k_{\text{ши}}(\dot{y}_i - \dot{h}_i),$$

$N_{i\text{ст}}$ – статическая нормальная реакция на колесах i -го моста.

Воспользовавшись принципом Даламбера, получим выражения для определения статического усилия в сцепном устройстве и статических нормальных реакций мостов:

$$N_{\text{сст}} = -\frac{m_n g \sin \alpha_d h_n}{l_{\text{сн}} + l_3};$$

$$N_{1\text{ст}} = \frac{m_n g \sin \alpha_d h_n + m_t g \cos \alpha_d l_2 + N_{\text{сст}}(l_{\text{ст}} - l_2)}{l_1 + l_2};$$

$$N_{2\text{ст}} = \frac{m_t g \sin \alpha_d h_t + m_t g \cos \alpha_d l_1 - N_{\text{сст}}(l_1 + l_{\text{ст}})}{l_1 + l_2};$$

$$N_{3\text{ст}} = \frac{-m_n g \sin \alpha_d (h_n - h_c) + m_n g \cos \alpha_d l_{\text{сн}}}{l_{\text{сн}} + l_3}.$$

Касательная сила тяги определяется из выражения

$$F_{ki} = \varphi_{ji} N_i (1 - e^{-k\delta_i}),$$

где φ_{ji} – коэффициент сцепления колес i -го моста с дорогой при j -м состоянии дорожного покрытия;

k – коэффициент, зависящий от состояния дороги;

δ_i – буксование ведущих колес i -го моста.

Буксование i -го колеса определяется по формуле

$$\delta_i = \frac{v_{\text{ти}} - v_{\text{ди}}}{v_{\text{ти}}},$$

где $v_{\text{ди}}$ – действительная скорость i -го колеса;

$v_{\text{ти}}$ – теоретическая скорость i -го колеса, которая определяется по формуле

$$v_{\text{ти}} = \omega_{ki} r_{k0i},$$

ω_{ki} – угловая скорость вращения i -го колеса;

r_{k0i} – радиус качения i -го колеса в свободном режиме.

Действительные скорости ведущих колес тягача определим как первую производную горизонтального перемещения центра масс

$$v_{\text{д2}} = \dot{x}_T.$$

Тогда буксование колес ведущего моста будет равно

$$\delta_i = \frac{\omega_{ki} r_{k0i} - \dot{x}_T}{\omega_{ki} r_{k0i}}.$$

Как видно из этого выражения, для определения скольжений колес необходимо знать их угловые скорости ω_{ki} , которые, в свою очередь, зависят не только от приложенных к ним активных сил, но и от сил инерции самих колес и связанных с ними деталей. В этой связи ниже рассматриваются динамическая схема трансмиссии и математическая модель, описывающая колебательное движение и силовое взаимодействие ее звеньев.

Особенностью трансмиссий троллейбусов, как уже отмечалось, является отсутствие коробки передач, обусловленное возможностью работы электродвигателей в широком диапазоне скоростей и крутящих моментов. Наиболее распространенный вариант кинематической схемы тяговых передач современных троллейбусов представляет собой привод на один ведущий мост [2] и включает: тяговый электродвигатель, карданный вал, центральную передачу, межколесный дифференциал, колесную передачу и ведущие колеса. Для ее описания может быть использована динамическая схема, представленная на рис. 2, элементы которой описаны соответствующими характеристиками жесткости c_i , демпфирования k_i и инерционности I_i . В результате использования уравнений Лагранжа II рода получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику движения элементов трансмиссии:

$$I_1 \dot{\omega}_1 = M_{\text{дв}} - M_{1,2} - k_1(\omega_1 - \omega_2);$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 = M_{1,2} - M_{\text{д}} + k_1(\omega_1 - \omega_2) - k_{\text{д}}(\omega_2 - 0,5(\omega_3 + \omega_4));$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 = 0,5M_d - M_{3,5} + 0,5k_d(\omega_2 - 0,5(\omega_3 + \omega_4)) - k_3(\omega_3 - \omega_5);$$

$$I_4 \dot{\omega}_4 = 0,5M_d - M_{4,6} + 0,5k_d(\omega_2 - 0,5(\omega_3 + \omega_4)) - k_4(\omega_4 - \omega_6);$$

$$I_5 \dot{\omega}_5 = M_{3,5} - M_{5,7} + k_3(\omega_3 - \omega_5) - k_5(\omega_5 - \omega_7);$$

$$I_6 \dot{\omega}_6 = M_{4,6} - M_{6,8} + k_4(\omega_4 - \omega_6) - k_6(\omega_6 - \omega_8);$$

$$I_7 \dot{\omega}_7 = -F_{\text{тп}} r_{\text{кп}} + M_{5,7} + k_5(\omega_5 - \omega_7);$$

$$I_8 \dot{\omega}_8 = -F_{\text{тл}} r_{\text{кл}} + M_{6,8} + k_6(\omega_6 - \omega_8);$$

$$\dot{M}_{1,2} = c_1(\omega_1 - \omega_2); \quad \dot{M}_d = c_d(\omega_2 - 0,5(\omega_3 + \omega_4));$$

$$\dot{M}_{3,5} = c_3(\omega_3 - \omega_5); \quad \dot{M}_{4,6} = c_4(\omega_4 - \omega_6);$$

$$\dot{M}_{5,7} = c_5(\omega_5 - \omega_7); \quad \dot{M}_{6,8} = c_6(\omega_6 - \omega_8),$$

где $M_{\text{дв}}$ – момент, развиваемый тяговым электродвигателем;

$F_{\text{тп}}, F_{\text{тл}}$ – тангенциальные силы, развиваемые в контакте шин с дорогой;

$r_{\text{кп}}, r_{\text{кл}}$ – динамические радиусы ведущих колес.

Следует отметить, что рассмотренная модель трансмиссии является универсальной, так как может описывать работу тягового привода любого из ведущих мостов (у сочлененного троллейбуса – средний или задний ведущий мост),

а также формировать модель трансмиссии с двумя ведущими мостами.

Математическая модель подсистемы, отражающая работу тягового электродвигателя, представляет собой зависимость момента на валу электродвигателя от частоты его вращения, т. е. характеристику вида $M_{\text{дв}} = f(n_{\text{дв}})$. Различные зависимости подобного рода рассмотрены в [3], где предлагается математическое описание тяговых характеристик для разных типов двигателей и систем по их управлению.

Следует отметить, что рассмотренная модель сочлененного троллейбуса является наиболее сложной (всеобъемлющей), предусматривающей различные варианты тягового привода и наличие сочленения. Поэтому после некоторых преобразований и упрощений от нее достаточно просто перейти к моделям одиночных троллейбусов.

Таким образом, данная математическая модель позволит комплексно исследовать динамику движения троллейбуса в различных условиях эксплуатации, изучать силовое взаимодействие звеньев тягача и прицепа, а также решать вопросы нагруженности в узлах трансмиссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Повышение устойчивости движения сочлененного троллейбуса при торможении тяговым электродвигателем / Н. В. Богдан, А. И. Сафонов, А. С. Поварехо и др. // Вестн. НАН Беларуси. – 2000. – № 4. – С. 56–61.
2. Богдан Н. В., Атаманов Ю. С., Сафонов А. И. Троллейбус: Теория, конструирование, расчет / Под ред. Н. В. Богдана. – Мн.: Ураджай, 1999. – 345 с.
3. Сафонов А. И. Тяговые двигатели троллейбуса и их системы управления // Автомобильная промышленность. – 2001. – № 5. – С. 9–11.

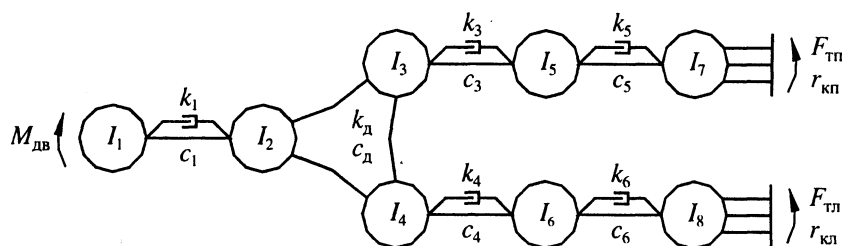


Рис. 2. Динамическая схема трансмиссии троллейбуса