

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ТРАНСМИССИИ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

*Докт. техн. наук РУКТЕШЕЛЬ О. С.,
кандидаты техн. наук ЗАХАРИК Ал. М., ЗАХАРИК Ан. М., ЗАХАРИК Ю. М.,
инж. ГУСАРОВ С. В.*

Белорусский национальный технический университет

Научно-технический прогресс привел к скачку на новый уровень возможностей ЭВМ в области оперирования объемами данных и вычислений, появлению вследствие этого мощных пакетов трехмерного моделирования, проектирования и расчета. На данном этапе развития оказалось возможным создавать модели, достаточно приближенные к реальным механизмам с точки зрения кинематического согласования и получения заданного закона движения выходного звена.

Такие программы, как Unigraphics, Catia, Solid Edge, Solid Works, Pro Engineer, Tflex, Adams и другие позволяют компоновать различные шарниры, узлы, накладывать сложные взаимосвязи на детали для последующего изучения кинематики работы механизма и принятия решений. Существующая возможность моделирования контакта поверхности по поверхности открывает большие перспективы для моделирования сложных процессов, происходящих в зубчатых зацеплениях трансмиссий автотранспортных средств. Однако при создании подобных моделей важно не просто получить заданный закон движения ведомого звена, что позволяет большинство пакетов трехмерного моделирования, но и иметь инструмент для исследования процесса кинематического взаимодействия звеньев узлов для определения частот собственных колебаний и нагрузочных характеристик деталей трансмиссии. К сожалению, большинство существующих программ не позволяет моделировать сложные процессы кинематического взаимодействия, в связи с чем

назрела необходимость разработки математического и программного обеспечения, объединяющего расчетные модули (на базе метода конечных элементов) и модули, отвечающие за моделирование деталей и кинематики взаимодействия механизма.

Под понятием «кинематическое моделирование» в данном случае понимается процесс моделирования деталей и узлов трансмиссии, в частности зубчатых зацеплений, и осуществление взаимодействия в процессе передачи крутящего момента.

При построении моделей следует учитывать необходимость и степень детализации ее элементов. Например, при определении размерности модели (объемная или плоская) учитывается, что плоская модель наиболее подходит для моделирования контакта поверхностей и погрешностей зацепления, но со значительными трудностями позволяет определять взаимодействие зубчатых передач вдоль контактных линий для каждого сечения, что учитывается в трехмерной модели. Поэтому в комплексе программ для расчета кинематического взаимодействия предусматривается создание обеих моделей, причем двухмерная модель получается из трехмерной путем разделения последней на n плоских сечений в плоскости, перпендикулярной оси вращения зубчатых колес. Профиль зуба в этом случае представляется в виде набора отрезков (или точек, определяющих границы этих отрезков).

Тогда матрица модели сечения $A_n - A_n$ для каждой шестерни будет иметь вид

$$M_{a...g}^{A-A} = \begin{bmatrix} X_1^1 & Y_1^2 & \dots & X_1^m & Y_1^m \\ X_2^2 & Y_2^2 & \dots & X_2^m & Y_2^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_i^2 & Y_i^2 & \dots & X_i^m & Y_i^m \end{bmatrix}_{a...g}, \quad (1)$$

где X_i^m, Y_i^m – координаты точек профиля зуба для i -й точки m -го зуба.

Каждое последующее сечение получается из предыдущего умножением матрицы на косинус угла между ними

$$M_{a...g}^{A_{n+1}-A_{n+1}} = M_{a...g}^{A_n-A_n} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}.$$

Приведенное представление модели позволяет получать наиболее быстрые преобразования. Большой объем информации требует дополнительных ресурсов вычислительной машины и времени для вычислений. Поэтому предусмотрена возможность использования другого, более компактного (по объему) способа представления модели, в которой хранится информация лишь об одном зубе зубчатого колеса. J -я матрица сечения $A-A$ в этом случае имеет вид

$$\|_n M_{a...g}^{A-A}\| = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \dots & \dots \\ X_i & Y_i \end{bmatrix}^{N_p} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{Za...g}) & -\sin(\varphi_{Za...g}) \\ \sin(\varphi_{Za...g}) & \cos(\varphi_{Za...g}) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где n – номер зуба шестерен $a...g$; N_p – номер соответствующего зуба зубчатого колеса в матрице координат; $\varphi_Z = \frac{2\pi}{Z_{a...g}}$ – угол зуба зубчатого колеса.

Тогда каждое зубчатое колесо будет представлено набором из n матриц вида (1) и (2), для которых

$$M_{a...g}^{A-A} = M_{a...g}^{A-A} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{Za...g}) & -\sin(\varphi_{Za...g}) & a_{X_0 a...g} \\ \sin(\varphi_{Za...g}) & \cos(\varphi_{Za...g}) & a_{Y_0 a...g} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $a_{X_0 a...g}, a_{Y_0 a...g}$ – коэффициенты координат центра зубчатого колеса.

Приведенные способы представления модели справедливы только для цилиндрических зубчатых колес. Конические зубчатые колеса могут представляться аналогичными (1) и (2) матрицами в сечениях, перпендикулярных оси соответствующего зуба.

Если математическое описание зубчатого колеса представить в виде формул (1)–(3), то кинематическое моделирование его работы можно построить на повороте множества точек $P_1(x, y)$ и $P_2(x, y)$ соответственно ведущей и ведомой шестерен вокруг центров O_1 и O_2 (рис. 1). При этом ведущей шестерне дается постоянное угловое приращение на угол $\alpha_{вщ}(x, y)$. Взаимодействующие кривые проверяются на пересечение, и в случае контакта по-

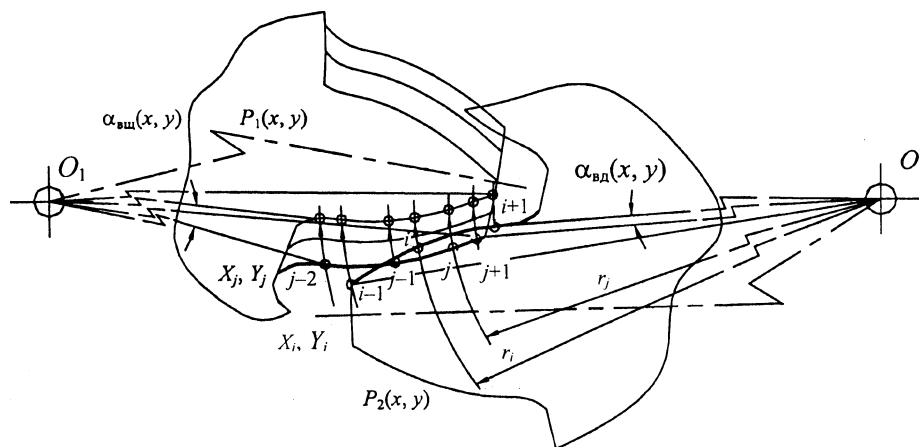


Рис. 1

следних по двум точкам осуществляется поворот ведомого звена на определенный угол вплоть до касания профилей в одной точке (основное условие кинематического взаимодействия).

Для двух зацепляющихся шестерен зубчатой передачи, ведущая из которых вращается с постоянной угловой скоростью (блок 9 – приращение угла), ведомая поворачивается на угол, определяемый взаимным расположением контактирующих поверхностей (блок 3). В блоках 4 и 5 вычисляются новые координаты ведущего и ведомого звеньев, по которым затем строится профиль в новом положении (блоки 6 и 7). Комплексы блоков № 1 и № 2 объединяют существенные элементы программы визуализации модели и ее трансформации.

Алгоритм управляющей программы, являющейся базой для построения более сложных моделей, показан на схеме рис. 2.

Следующие алгоритмы подпрограмм являются основой для построения кинематических взаимосвязей внутри компьютерной модели.

Подпрограмма Intersection, представленная на схеме рис. 3, по координатам двух отрезков дает точку пересечения прямых, которым принадлежат эти отрезки, и значение параметра пересечения эвольвент $\text{Num_Intersect} \neq 0$, если пересекаются сами отрезки.

Входными параметрами являются координаты двух отрезков: $[x_1, y_1]$ и $[x_1', y_1']$. В блоке 1 определяются уравнения линий, на которых лежат эти отрезки (в виде $y = kx + a$). Учитывая, что в точке пересечения координаты прямых равны, значения x_0, y_0 можно найти из выражений блока 2. Flag_1 и Flag_2 – параметры расположения точки пересечения внутри и снаружи отрезков. В случае, если оба флага установлены в 1 (блок 16), подпрограмма увеличивает счетчик точек пересечения на 1 (комплекс блоков № 2).

Комплекс блоков № 1 определяет начальные установки параметров.

Алгоритм подпрограммы Rotate приведен на схеме рис. 4. Исходными данными для поворота множества точек служат массивы координат этих точек X_i, Y_i , координаты центра поворота O_1, O_2 , Number – количество точек. В блоке 2 вычисляется расстояние r_i от центра поворота до i -й точки. Блоки 3, 5, 7, 9 определяют месторасположение точек относительно центра поворота. В блоках 4, 6, 8, 10 вычисляются новые координаты точки, повернутой на угол α . Комплекс блоков условий (№ 1) и вычислений (№ 2) во взаимодействии определяет степень приближения параметра i -й точки к искомому значению.

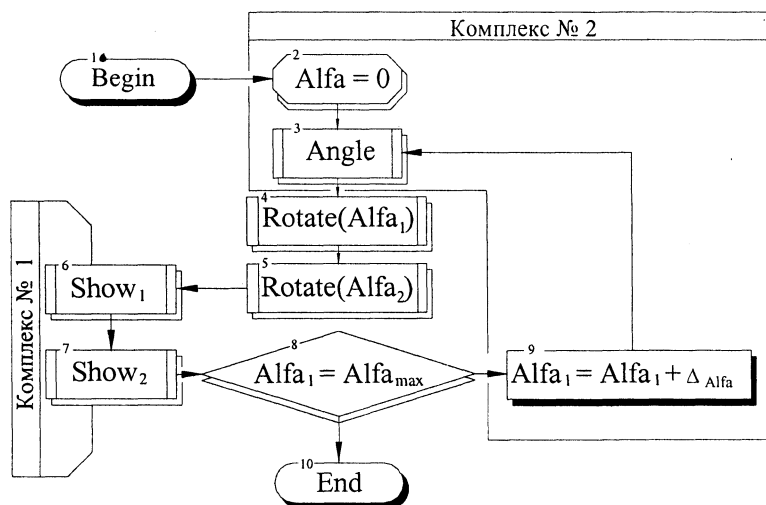


Рис. 2

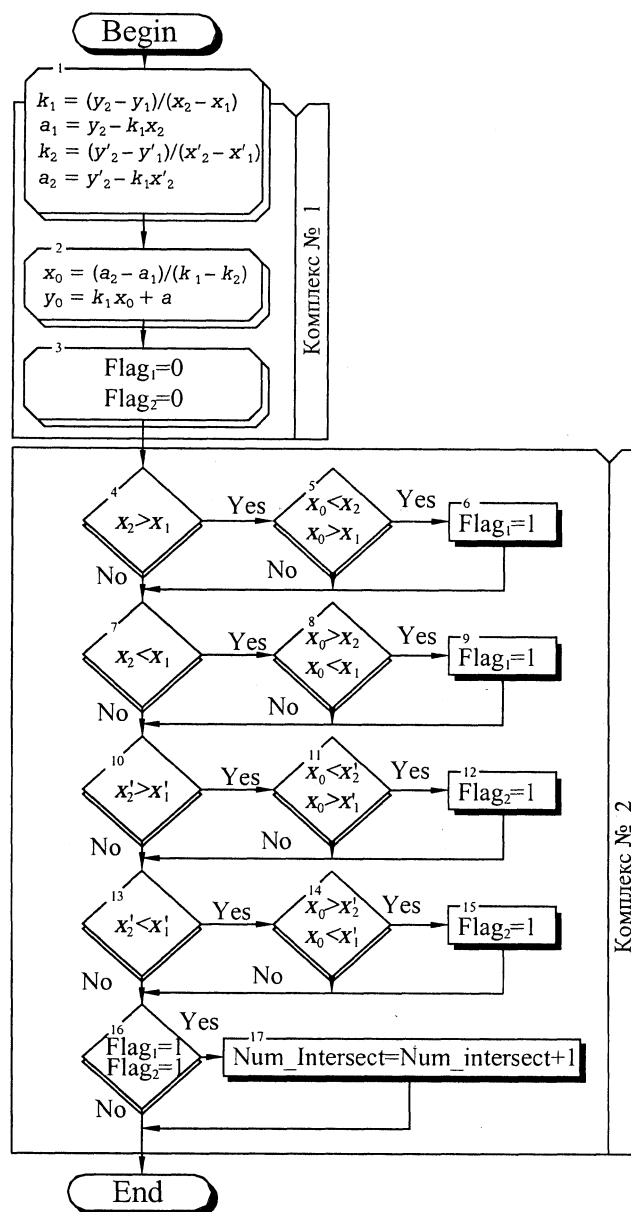


Рис. 3

Подпрограмма Angle (схема взаимодействия зубьев зубчатых колес на рис. 1 и алгоритм подпрограммы на схеме рис. 5) служит для нахождения угла поворота ведомого звена при повороте ведущего на угол $\alpha_{вщ}(x, y)$. Это наиболее точный из известных алгоритм, так как он позволяет при данном методе представления профиля зуба получить однозначное значение угла поворота ведомого звена $\alpha_{вд}$ с высокой точностью. Суть алгоритма заключается в следующем: при перемещении зуба ведущей шестерни из положения I в положение II при помощи подпрограммы Intersection находятся все

точки пересечения с сопряженным профилем зуба ведущей шестерни. Далее последовательно для каждой ветви проводятся окружности радиусами r_i и r_j до пересечения с противоположными отрезками. Находятся углы между точками $i, X_j; j, X_i$. Максимальный из них и будет искомым углом. Следует обратить внимание на то, что приведенный алгоритм справедлив и при описании профиля зуба параметрическими кривыми с той лишь разницей, что в процессе движения по ним будут вычисляться координаты точек X_i и X_j с некоторым шагом Δl .

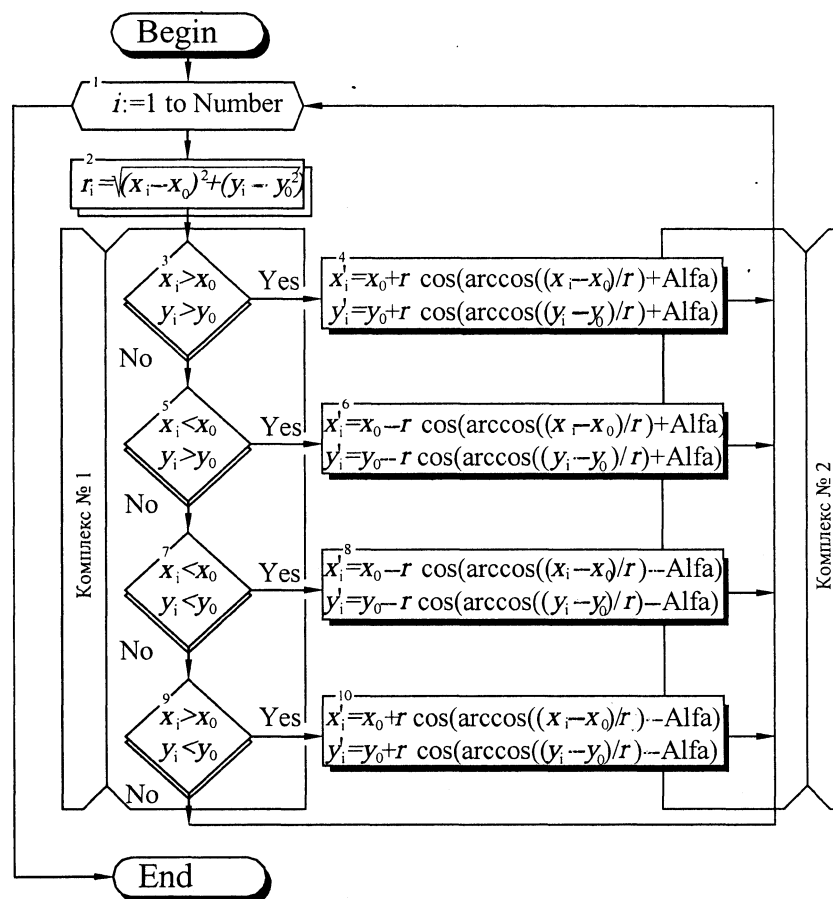


Рис. 4

В данном алгоритме переменной Num_Intersect, которая служит счетчиком количества точек пересечения (в нашем случае это может быть одно значение из 0, 1 или 2), первоначально присваивается значение нуль. В блоках 3 и 4 находятся все точки пересечения и в случае, если Num_Intersect = 0 (проверка в блоке 5), т. е. зубья не пересекаются, происходит выход из подпрограммы. В блоках 6...9 вычисляются расстояния от центра поворота ведомого звена до каждой точки соприкасающихся профилей.

В следующих блоках осуществляется поиск максимально удаленной точки ведущего звена, в которой уже возможно пересечение с ведомой ветвью. При нахождении такой точки счетчик максимального угла поворота ведомого профиля обнуляется и начинается поиск такого рас-

положения ведущей и ведомой ветвей, при котором контакт последних осуществляется в точке. Для этого постоянно сравниваются расстояния от текущих точек ведомого и ведущего звеньев до центра поворота O_2 и в зависимости от их соотношения выбирается та или иная ветвь расчета. При этом вычисляются параметры линии, перпендикулярной отрезку, соединяющему точку и центр поворота, и находятся координаты точки пересечения ее и сопряженного профиля (при этом делается допущение, что на небольших углах поворота хорда окружности равна ее дуге). Если угол между полученными точками больше максимального, то значение максимального угла ($T_{\max}$) приравнивается текущему. При выходе из подпрограммы переменная $T_{\max}$ будет определять искомый угол поворота.

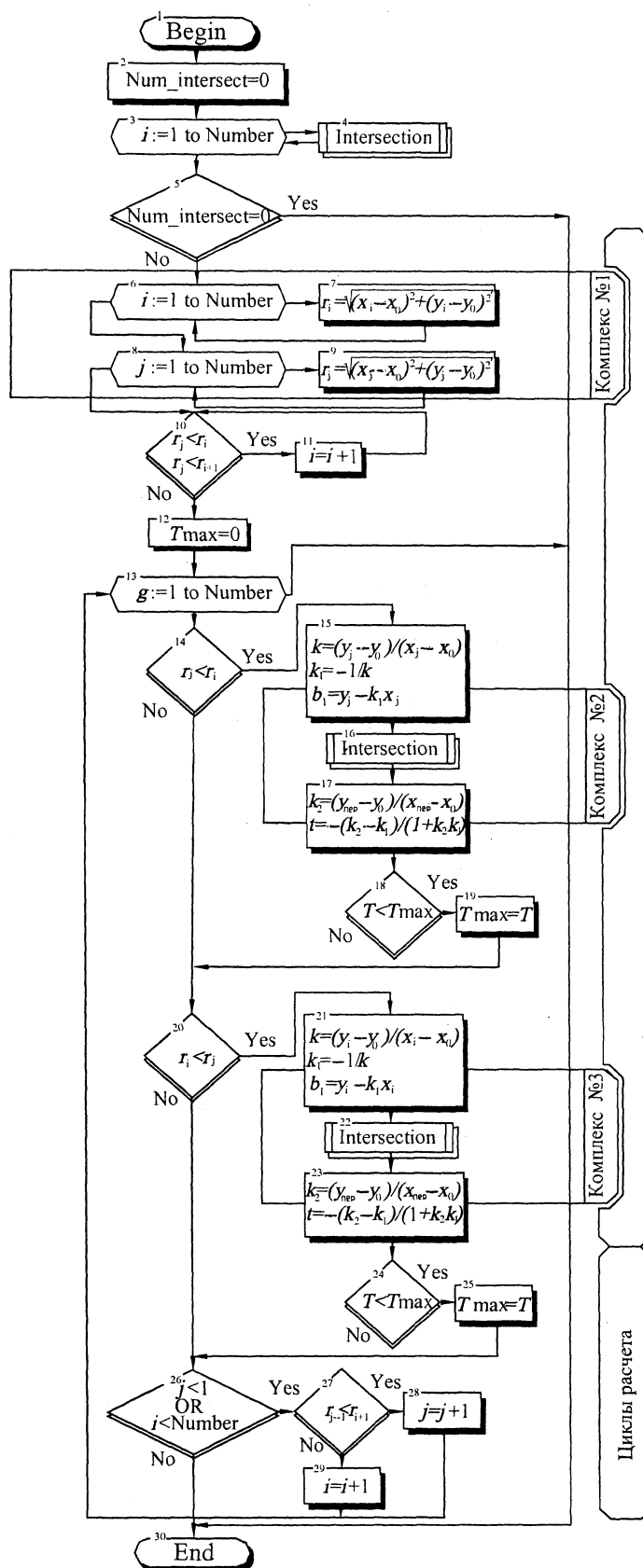


Рис. 5

Следует обратить внимание на необходимость подпрограммы поиска точек пересечения (блоки 4, 16, 22). При повороте ведомого звена на один угловой шаг эта подпрограмма (совместно с комплексами № 2 и № 3) дает увеличение скорости расчета в 2...3 раза.

Приведенные алгоритмы целесообразно ис-

пользовать в различных программах более высокого уровня для исследований влияния на динамическую нагруженность трансмиссии транспортных средств, погрешностей изготовления зубчатых передач, а также решения вопросов, связанных с конструированием планетарных передач.

УДК 519.10:681.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРУЗОВ В ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ

Канд. физ.-мат. наук, доц. КОРЗНИКОВ А. Д., КОРЗНИКОВ В. А.

Белорусский национальный технический университет

Перевозка грузов в современных условиях – экономически важный и сложный процесс, который требует привлечения значительных денежных, материальных и трудовых ресурсов. Кроме того, транспорт не может решать задачу эффективной перевозки, игнорируя интересы грузоотправителей и грузополучателей. В связи с этим возникает необходимость рассматривать грузоотправителей, грузополучателей и транспорт как единую систему с общими целями. Такие системы принято называть логистическими [1].

При моделировании процесса перемещения грузов рассматривается транспортная сеть, причем грузоотправители отождествляются с местом (пунктом) предъявления груза к перевозке, а грузополучатели – с местом (пунктом), куда груз должен быть доставлен. Под транспортной сетью подразумевается сеть, состоящая из совокупности вершин (пунктов) и связывающих их дуг (участков транспортных коммуникаций). Дугам сети приписываются важные характеристики, свойственные реальным

звеньям транспортной сети: протяженность, время движения, пропускная способность и т. п. В вершинах сети помещаются все пункты сосредоточения и спроса грузов, транспортных средств. Логистическим транспортным системам (как производственного, так и муниципального типов) присущи особенности: множественность критериев функционирования, многопродуктовость, наличие ограничений на пропускную способность элементов системы. Однако транспортные системы муниципального типа (например, городской пассажирский транспорт) имеют следующие особенности:

- отсутствуют погрузочно-разгрузочные операции;
- отсутствует необходимость в решении задачи управления запасами грузов;
- существуют несколько пунктов отправления и назначения;
- минимизируются затраты, связанные с перемещением определенного количества пассажиров на транспортной сети с множеством источников и стоков, размерами автотранспортного парка.