

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА РЕМОНТА ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

Канд. техн. наук, доц. ЛИСЕЙЧИКОВ Н. И.

Научно-исследовательский институт Вооруженных Сил Республики Беларусь

В практической деятельности современных производственных объединений часто планируется ремонт некоторой достаточно большой совокупности технических изделий (машин, механизмов, блоков, узлов и т. д.). В этом случае несомненный интерес представляют составление и оптимизация соответствующих планов ремонта с учетом объема ресурсов, обеспечивающих их реализацию. Рассмотрим постановки соответствующих задач, выполним их формализацию и решение.

Модель 1. Оптимизация плана ремонта с учетом трудоемкости работ. Для проведения ремонта имеется N пунктов. Трудоемкость ремонта (чел./ч) тысячи (коэффициент пропорциональности) изделий i -го вида t_i , $i = \overline{1, m}$. Имеющиеся возможности по ремонту изделий i -го вида на j -м пункте на планируемый период времени t_0 ограничены их количеством b_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, N}$. На j -м пункте целесообразность постоянного использования при выполнении ремонтных работ не превышает a_j человек. Стоимость ремонта одного изделия i -го вида на j -м пункте с учетом их доставки: c_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, N}$. Требуется составить план ремонта изделий, при котором общая стоимость всех работ (включая доставку) будет минимально возможной. При этом трудоемкость проводимых работ на каждом пункте не должна превышать его возможности, количество отремонтированных изделий любого вида на каждом пункте не может быть больше возможностей по их ремонту b_{ij} , $\forall i, j$, общее количество отремонтированных изделий должно быть не менее C_i , $i = \overline{1, m}$.

Формализация задачи. Введем обозначение x_{ij} – количество изделий i -го вида, ремонтируемых на j -м пункте. Тогда для ограничения трудоемкости работ на всех пунктах необходимо выполнить условие $\sum_{i=1}^m \frac{t_i x_{ij}}{1000} \leq a_j t_0$, $j = \overline{1, N}$.

На каждом пункте количество ремонтируемых

изделий каждого вида ограничено. Поэтому $x_{ij} \leq b_{ij}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, N}$. План ремонта изделий по каждому их виду должен быть выполнен.

Следовательно, $\sum_{j=1}^N x_{ij} \geq C_i$, $i = \overline{1, m}$. Для того

чтобы общая стоимость всех работ была минимально возможной, необходимо найти

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \frac{c_{ij} x_{ij}}{1000}.$$

В окончательном виде модель имеет вид: найти x_{ij} , $i, j = \overline{1, N}$ такие, что:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \frac{c_{ij} x_{ij}}{1000} \rightarrow \min \text{ и}$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N x_{ij} \geq C_i, i = \overline{1, m}; \\ \sum_{i=1}^m \frac{t_i x_{ij}}{1000} \leq a_j t_0, j = \overline{1, N}; \\ x_{ij} \leq b_{ij}, x_{ij} = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (1)$$

Модель 2. Оптимизация плана ремонта с учетом трудоемкости работ и запасов эксплуатационных материалов (ЭМ). Рассмотрим дополнительные ограничения к условиям (1), заключающиеся в учете имеющихся запасов ЭМ, необходимых для ремонта изделий на каждом пункте. Пусть B_{jk} , $j = \overline{1, N}$, $k = \overline{1, M}$ – имеющиеся запасы на j -м пункте k -го ЭМ, которые не подлежат взаимной замене, и z_{ijk} – норма расхода k -го вида материала на j -м пункте для i -го вида изделия. Необходимость использования для i -го вида изделия k -го ЭМ задана матрицей Q . Если для i -го вида изделия применение k -го ЭМ на j -м пункте требуется, то $q_{ijk} = 1$. В противном случае $q_{ijk} = 0$. Учет имеющихся запасов всех видов ЭМ на каждом

пункте работ возможен с помощью следующей системы неравенств: $\sum_{i=1}^m q_{ijk} z_{ijk} x_{ij} \leq B_{jk}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}.$

Тогда формальный вид задачи следующий: найти

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \frac{c_{ij} x_{ij}}{1000}$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N x_{ij} \geq C_i, i = \overline{1, m}; \\ \sum_{i=1}^m \frac{t_i x_{ij}}{1000} \leq a_j t_0, j = \overline{1, N}; \\ \sum_{i=1}^m q_{ijk} z_{ijk} x_{ij} \leq B_{jk}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}; \\ x_{ij} \leq b_{ij}, x_{ij} = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрим ситуацию, когда виды ЭМ представлены несколькими марками.

Модель 3. Минимизация стоимости ремонта изделий с учетом запасов ЭМ. Как и ранее, выполнение ремонта в течение установленного срока возможно на N пунктах. Для ремонта изделий i -го вида на j -м пункте требуется k видов ЭМ, каждый из которых может быть выбран из z марок. Запасы ЭМ составляют A_{jkz} , $j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}, z = \overline{1, P}$. Возможности j -го пункта по ремонту изделий i -го вида не могут превышать значения x_{ij}^0 . Для каждого вида изделий установлено требование по их отремонтированному количеству: не менее x_i^0 , $i = \overline{1, m}$. Стоимость использования для одного изделия i -го вида на j -м пункте z -й марки k -го вида ЭМ составляет C_{ijkz} . Средняя продолжительность ремонта одного изделия i -го вида на j -м пункте, исходя из возможностей оборудования, – t_{ij} . Общее время ремонтных работ на j -м пункте не должно превышать T_j . Стоимость доставки одного изделия i -го вида на j -й пункт и обратно C_{ij} , $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}$. Норма расхода ЭМ k -го вида z -й марки для одного изделия i -го вида на j -м пункте – z_{ijkz} . Необходимо составить план

ремонта изделий, при котором стоимость всех использованных ЭМ будет как можно меньше. При этом необходимо обеспечить выполнение имеющихся требований.

Формализация задачи. Пусть x_{ij} – количество изделий i -го вида, которое будет ремонтироваться на j -м пункте. Введем матрицу Q , q_{ijk} элемент которой равен 1, если для i -го вида изделия на j -м пункте k -й вид ЭМ должен применяться, и 0 – в обратном случае. Рассмотрим булевы переменные $d_{ijkz} = 1$, если на j -м пункте для i -го вида изделий в качестве k -го вида ЭМ применяется его z -я марка, и 0 – в противном случае.

Ограничения задачи. Требование выполнения плана по ремонту изделий каждого вида $\sum_{j=1}^N x_{ij} \geq x_i^0, i = \overline{1, m}.$

Учет возможностей каждого пункта по ремонту изделий i -го вида $x_{ij} \leq x_{ij}^0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}.$

Ограничение времени работы на каждом пункте $\sum_{i=1}^m t_{ij} x_{ij} \leq T_j, j = \overline{1, N}.$

Учет имеющихся запасов на всех пунктах каждой марки ЭМ для всех их видов

$$\sum_{i=1}^m d_{ijkz} z_{ijkz} x_{ij} \leq A_{jkz}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}, z = \overline{1, P}.$$

Условие выбора только одной марки ЭМ для каждого его вида на любом пункте по всем видам изделий

$$\sum_{z=1}^P d_{ijkz} = q_{ijk}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}.$$

Целевая функция задачи имеет следующий вид:

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_z (C_{ijkz} + C_{ij}) d_{ijkz} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Формальный вид задачи: найти булевы d_{ijkz} и целочисленные x_{ij} переменные, для которых

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_z (C_{ijkz} + C_{ij}) d_{ijkz} x_{ij} \rightarrow \min$$

при условиях:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m d_{ijkz} z_{ijkz} x_{ij} \leq A_{jkz}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}, z = \overline{1, P}; \\ \sum_{i=1}^m t_{ij} x_{ij} \leq T_j, j = \overline{1, N}; \\ \sum_{z=1}^P d_{ijkz} = q_{ijk}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, M}; \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \geq x_i^0, i = \overline{1, m}; \\ x_{ij} \leq x_{ij}^0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (3)$$

Модель 4. Минимизация стоимости ремонта изделий с учетом ограничения общего времени ремонта. На N пунктах требуется отремонтировать не менее C_i изделий i -го вида. Время ремонта 1000 шт. изделий i -го вида – t_i , $i = \overline{1, N}$. Установлено, что общее время ремонта изделий на всех пунктах не должно превышать T_0 . Возможности ремонта изделий i -го вида на j -м пункте не более b_{ij} , $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}$ шт. Стоимость ремонта 1000 шт. изделий i -го вида на j -м пункте с учетом транспортных расходов c_{ij} , $i = \overline{1, m}$. Необходимо составить план ремонта изделий, при котором транспортные расходы по их доставке будут минимальными. При этом должны быть выполнены условия: ремонт заданного количества изделий каждого вида; не превышение общего времени работы всех пунктов, а также имеющихся возможностей каждого пункта.

Математическая модель имеет вид:
найти

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \frac{c_{ij} x_{ij}}{1000}$$

при условиях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N x_{ij} \geq C_i, i = \overline{1, m}; \\ \sum_{i=1}^m \frac{t_i x_{ij}}{1000} \leq T_0, j = \overline{1, N}; \\ x_{ij} \leq b_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}; \\ x_{ij} = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (4)$$

Модели (1), (2), (4) сформулированы для условий, когда значение x_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, N}$ велико (сотни, тысячи единиц). Поэтому с практической точки зрения целесообразным является решение их в предположении того, что все x_{ij} являются непрерывными величинами. После чего полученное решение округляется к ближайшим целым числам. Метод решения (3) основан на суперпозиции двух частных алгоритмов. Предположим, что какой-либо набор булевых переменных, отвечающих условиям (3), зафиксирован. Тогда в исходной задаче остаются только целочисленные переменные x_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, N}$. Согласно приведенному выше аргументу считаем их непрерывными. Поэтому решение соответствующей задачи линейного программирования для фиксированного набора булевых переменных дает в целом решение исходной задачи. Выбирая с помощью алгоритма направленного перебора комбинацию булевых переменных (частный алгоритм 1) и каждый раз решая частную задачу линейного программирования (частный алгоритм 2), в конечном итоге получим искомое оптимальное решение. Конечность алгоритма, реализующего рассматриваемый метод, следует из ограниченности множества булевых переменных. Таким образом, рассматриваемый метод заключается в последовательном анализе степени оптимальности комбинаций булевых переменных, эффективность каждой из которых определяется симплекс-методом. Рассмотрим общую схему метода, представленную в виде комбинации алгоритма вектора спада [1] и симплекс-метода. В качестве дискретного множества M выберем множество всех упорядоченных наборов из $L = m \times N \times M \times P$ булевых переменных. Расстояние между двумя произвольными элементами $x = (x_1, x_2, \dots, x_L)$ и $y = (y_1, y_2, \dots, y_L)$ определим по формуле

$$\rho(x, y) = \sum_{j=1}^L |x_j - y_j|.$$

Алгоритм.

1. Задаем некоторую последовательность радиусов $\{r_1, r_2, \dots, r_P\}$, удовлетворяющую требованиям $0 < r_1 < r_2 < \dots < r_P = r$, $P \geq 1$.

2. Принимаем $h = 0$.

3. На каждом $(h + 1)$ -ом шаге алгоритма выполняем следующие действия.

3.1. Считаем $k = 1$.

3.2. Рассматриваем окрестность точки d^k $O_M(d^k, r_k)$ (замкнутый шар радиусом $r > 0$ с центром $d \in M$).

3.3. По значениям компонент вектора спада $\Delta_M^k(d^h)$ частным алгоритмом 2 (симплекс-методом) определяем, является ли $F(d^h)$ локальным минимумом функции F относительно $O_M(d^k, r_k)$. Если да, то при $k < p$, заменив k на $k + 1$, переходим к п. 3.2, а при $k = p$ – к п. 4. В противном случае переходим к п. 3.4.

3.4. По значениям компонент вектора спада $\Delta_M^k(d^h)$ находим в окрестности $O_M(d^k, r_k)$ точку d^{h+1} , для которой $F(d^{h+1}) < F(d^h)$. Меняем h на $(h + 1)$ -м и переходим к п. 4.

4. Конец работы алгоритма в связи с тем, что d^h является искомой точкой локального минимума функции $F(d^1)$ относительно окрестности радиусом r .

Таким образом, сформулированные в статье задачи решены. Рассмотренная задача относится к обоснованию процессов функционирования сложных организационно-технических систем. В последнее время задачи указанного класса получают все большее практическое распространение [2, 3]. Причем, внедрение современных сложных производств и технологий, развитие и модернизация технических объектов обостряют проблемы обоснования принимае-

мых решений для таких систем. Предлагаемые модели являются оптимизационными по стоимостному критерию. Конечно, можно сформулировать и привести доводы в необходимости применения и других критериев оптимизации, например временных. Однако обеспечение экономической эффективности работы предприятий в настоящее время требует в первую очередь обосновывать принимаемые решения именно по критерию стоимости. Значительное количество переменных в (1)–(4) исключает возможность использования предлагаемых моделей «вручную», что при современном развитии ПЭВМ осложнением не является. Разработанные модели основаны на применении известных, проверенных на практике методов исследования операций, что исключает значительные затраты на обоснование достоверности и адекватности получаемых результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – Киев: Наукова думка, 1985. – 384 с.
2. Богатов Б. А., Шпургалов Ю. А. Моделирование и обоснование решений в горном производстве. – Мн.: БГПА, 2002. – 367 с.
3. Надежность технических систем: Справ. / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин и др.; Под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

УДК 629.114

К РАСЧЕТУ КОЛЕБАНИЙ МОБИЛЬНОЙ МАШИНЫ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННИХ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКЕ

Инж. ЖИЛЕВИЧ М. И.

Белорусский национальный технический университет

Известные методы исследования колебаний мобильных машин [1, 2], в том числе и с пневмогидравлической подвеской, предусматривают изучение обобщенной (как правило, меха-

нической) динамической модели. Причем непосредственно упругодемпфирующие элементы (пневмогидроцилиндры) не рассматриваются как самостоятельная динамическая подсистема,