

УДК 621.9

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ ТЕХНИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

Кандидаты техн. наук СМИРНОВ В. Г., ПОЛИТЫКО Э. Д., асп. ВЕНГЕР К. Д.

Белорусский национальный технический университет

В машиностроении часто используют функциональные элементы деталей формы тел вращения, среди которых широко представлены номинально торовые поверхности (поверхности различных шарикоподшипников). Контроль геометрических параметров таких элементов – сложная и трудоемкая измерительная задача, поскольку они, как правило, имеют малую протяженность и к ним предъявляются высокие точностные требования. Контроль торовой поверхности трудно поддается автоматизации, так как для получения достоверных результатов в общем случае необходимо измерение большого количества контрольных точек, характерным образом расположенных на реальной поверхности. Препятствием на пути решения данной задачи является также тот факт, что каноническое уравнение тора имеет вид, неудобный для использования в численных методах, и не позволяет на его основании строить уравнения других поверхностей, учитывающих большее количество контролируемых параметров.

Очевидна необходимость совершенствования методов и средств контроля геометрических параметров торовых поверхностей. Поскольку представление о форме реальной поверхности можно получить только на основании результатов ее измерения, на практике имеют дело не с реальными, а с измеренными поверхностями. Измеренной поверхностью называется поверхность, воспроизведенная в результате измерения реальной поверхности. Таким образом, измеренная поверхность представляет собой модель реальной поверхности детали. Основной информацией для построения

поверхности служат набор контрольных точек и точность, с которой эти точки получены.

Для каждой реальной поверхности всегда можно выделить низкочастотную и высокочастотные составляющие отклонения точек, характеризующие ее макрогеометрию (погрешность формы), причем высокочастотные отклонения точек пренебрежимо малы по сравнению с доминирующей низкочастотной составляющей (рис. 1).

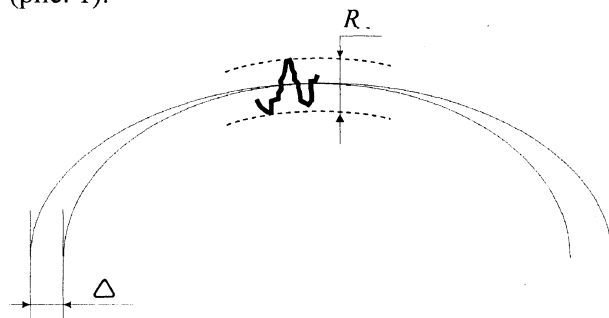


Рис. 1. Виды отклонений точек реальной поверхности, определяющих ее макрогеометрию (погрешность формы): R – размах высокочастотных отклонений точек; Δ – амплитуда низкочастотных отклонений

Речь идет о некоторых предельных соотношениях между амплитудами высших и низших гармоник отклонения точек, формирующих реальную поверхность, при которых влиянием высших гармоник на суммарную погрешность измерения низкочастотного отклонения, принимаемого за погрешность формы, можно пренебречь. Для обоснования числовых значений таких предельных соотношений необходимо проведение экспериментальных исследований, имеющих соответствующую направленность.

Сформулированные выше условия позволяют при оценке отклонений формы выделенного класса объектов вместо реальных поверхностей использовать аналитические модели аппроксимирующих поверхностей. Такие поверхности должны характеризовать низкочастотные отклонения точек реальных поверхностей и удовлетворять при этом следующим требованиям.

Во-первых, аппроксимирующие поверхности, выступающие в роли моделей реальных поверхностей деталей, должны сглаживать заменяемые реальные поверхности наилучшим образом, т. е. обеспечивать пренебрежимо малое несоответствие модели реальному объекту измерения.

Во-вторых, используемые аппроксимирующие поверхности должны достаточно просто описываться аналитически (в случае с торовой поверхностью этого можно достичь за счет использования параметрического уравнения вместо канонического уравнения тора).

В-третьих, аналитические модели аппроксимирующих поверхностей должны строиться по минимальному количеству контролируемых точек, а также при увеличении количества контрольных давать более точный результат.

Исходя из представленных выше требований, а также предпосылок разработки методов измерения, в целом контроля геометрических параметров торовой поверхности для аппроксимации реальных поверхностей деталей будем использовать различные гладкие теоретические поверхности второго порядка:

1. Тор:

$$\begin{cases} x = (a + b \cos(u)) \cos(v); \\ y = (a + b \cos(u)) \sin(v); \\ z = b \sin(u), \end{cases} \quad (1)$$

где a – радиус направляющей окружности; b – то же формообразующей окружности; u, v – параметрические переменные.

Эту модель поверхности можно использовать для быстрых оценок отклонения радиусов. На практике обычно реальные поверхности имеют более сложную форму.

2. Тор, произвольным образом размещенный в пространстве:

$$\begin{cases} x' = (a + b \cos(u)) \cos(v); \\ y' = (a + b \cos(u)) \sin(v); \\ z' = b \sin(u); \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = \Delta X + x' \cos \varphi - y' \cos \theta \sin \varphi + z' \sin \theta \sin \varphi; \\ y = \Delta Y + x' \sin \varphi + y' \cos \theta \cos \varphi - z' \sin \theta \cos \varphi; \\ z = \Delta Z + y' \sin \theta + z' \cos \theta, \end{cases}$$

где a – радиус направляющей окружности; b – то же формообразующей окружности; u, v – параметрические переменные; $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – смещения центра поверхности от начала координат; φ, θ – углы поворота поверхности в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

3. Эллиптический тор (эллипс в качестве формообразующей и направляющей линии), произвольным образом размещенный в пространстве (рис. 2):

$$\begin{cases} x' = (c + a \cos(u)) \cos(v); \\ y' = (d + a \cos(u)) \sin(v); \\ z' = b \sin(u); \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = \Delta X + x' \cos \varphi - y' \cos \theta \sin \varphi + z' \sin \theta \sin \varphi; \\ y = \Delta Y + x' \sin \varphi + y' \cos \theta \cos \varphi - z' \sin \theta \cos \varphi; \\ z = \Delta Z + y' \sin \theta + z' \cos \theta, \end{cases}$$

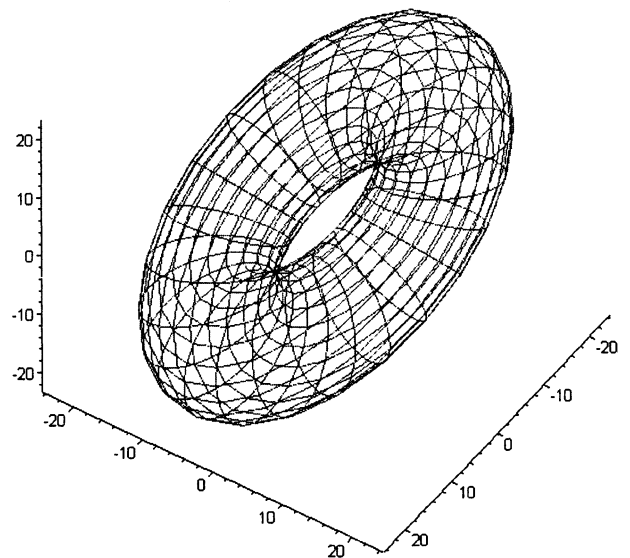


Рис. 2. Поверхность, описанная уравнениями (3)

где c, d – полуоси направляющего эллипса; a, b – то же формообразующего эллипса; u, v – параметрические переменные; $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – смещения центра поверхности от начала координат; φ, θ – углы поворота поверхности в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

Следующий этап – разработка методов и алгоритмов для построения по контрольным точкам аппроксимирующей поверхности, описанной параметрическим уравнением. Для этого необходимо подобрать геометрические параметры поверхности таким образом, чтобы среднеквадратическое отклонение контрольных точек от построенной поверхности стремилось к нулю. Составим систему уравнений, решив которую, можно получить параметры интересующей реальной поверхности:

[illegible]

где X_i, Y_i, Z_i – координаты i -й точки; u_i, v_i – параметрические переменные в i -й точке; $p_1, p_2, \dots, p_N$ – геометрические параметры поверхности; N – количество искоемых геометрических параметров; M – количество точек.

Как видно, для того чтобы система имела единственное решение, должно выполняться условие $M \geq N$.

Учитывая большое количество неизвестных и использование достаточно сложных уравнений, целесообразно свести задачу нахождения решения системы уравнений к решению задачи оптимизации. Данный подход имеет ряд преимуществ:

- меньшие вычислительные затраты для решения задачи оптимизации по сравнению с решением системы нелинейных уравнений;
- универсальность, что позволит использовать данный метод для нахождения геометрических параметров не только тортовых, но и других поверхностей вращения, например цилиндра, конуса, шара;

- поскольку сумма правых частей, возведенных в квадрат, есть суммарное отклонение контрольных точек от искомой поверхности, данный подход даст возможность строить аппроксимирующую поверхность даже в тех случаях, когда решения системы не существует. В случае же, когда количество контрольных точек больше необходимого минимума, получим более точный результат за счет сглаживания высокочастотных отклонений измеряемой поверхности.

Для перехода к задаче оптимизации составим целевую функцию

$$Q(p) = \sum_{i=1}^N \left[\begin{aligned} &(F_x(p_1, p_2, \dots, p_N, u_i, v_i) - X_i)^2 + \\ &+ (F_y(p_1, p_2, \dots, p_N, u_i, v_i) - Y_i)^2 + \\ &+ (F_z(p_1, p_2, \dots, p_N, u_i, v_i) - Z_i)^2 \end{aligned} \right]. \quad (5)$$

Таким образом, решение системы (4) сводится к нахождению оптимального вектора p^* из условия

$$Q(p^*) = \min Q(p) \quad (6)$$

с заданной точностью.

Для решения задачи оптимизации (6) может быть использован метод наискорейшего спуска. Изложим суть метода наискорейшего спуска задачи минимизации. Градиентом скалярной функции $f(x)$ в точке $x[0] = \{x_1[0], \dots, x_n[0]\}$ является вектор

$$f'(x[0]) = \left\{ \frac{\partial f(x[0])}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x[0])}{\partial x_n} \right\}. \quad (7)$$

Этот вектор перпендикулярен к плоскости, проведенной через точку $x[0]$, и касательной к поверхности уровня (поверхности постоянного значения функции $f(x)$), проходящей через точку $x[0]$. Вектор-градиент направлен в сторону возрастания функции. Вектор, противоположный градиенту $f'(x[0])$, называется антиградиентом и направлен в сторону наибольшего убывания функции $f(x)$ (рис. 3). В точке минимума градиент функции равен нулю. Выбирая в качестве направления спуска антиградиент функции $f(x)$ в точке $x[k]$, получаем итерационный процесс следующего вида:

$$x[k+1] = x_i[k] - \alpha_k f'(x[k]), \alpha_k > 0, k = 1, 2, \dots. \quad (8)$$

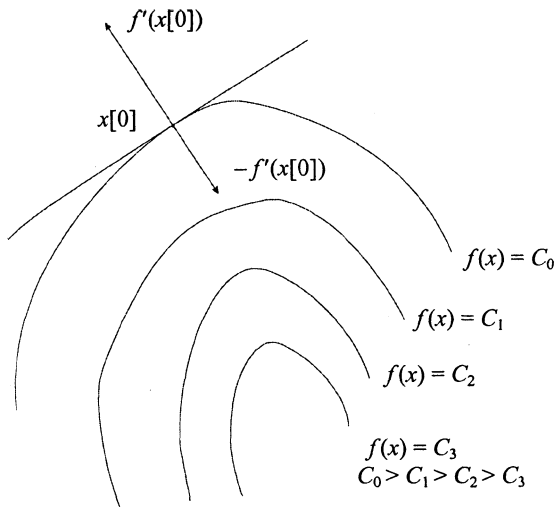


Рис. 3. Линии равного уровня и направление градиента функции $f(x)$

Все итерационные процессы, в которых направление движения на каждом шаге совпадает с антиградиентом функции, называются градиентными методами. Они отличаются друг от друга способами выбора шага α_k .

Более надежными и экономичными в смысле количества итераций являются градиентные методы с переменным шагом, среди которых часто применяется метод наискорейшего спуска. Здесь на каждой итерации величина шага α_k выбирается из условия минимума функции $f(x)$ в направлении движения, т. е.

$$f(x[k] - \alpha_k f'(x[k])) = \min_{\alpha \geq 0} f(x[k] - \alpha f'(x[k])). \quad (9)$$

Таким образом, в данном варианте градиентного спуска на каждой итерации необходимо решать задачу одномерной минимизации (9). Так, на каждой итерации определяется оптимальный шаг α_k и осуществляется спуск в направлении антиградиента на величину шага, определенного из условия (9).

В результате мы получим универсальный метод расчета геометрических параметров тороидальных элементов деталей различной протяженности, предназначенный для контроля радиусов, координат центров, отклонений от формы, углов наклона элементов к плоскости детали (к плоскостям системы координат, в которой производится снятие контрольных точек). Этот метод позволяет производить расчет

геометрических параметров тороидальных элементов деталей по 5, 7, 9 контрольным точкам. При получении большого количества контрольных точек метод позволяет рассчитать геометрические параметры поверхности с большей точностью за счет сглаживания высокочастотных отклонений точек.

Следует отметить универсальность данного подхода к расчету геометрических параметров поверхности. Подставляя в (4) параметрические уравнения других поверхностей второго порядка, таких как сфера, цилиндр, конус, можно получить методы контроля геометрических параметров этих поверхностей.

На основании данного метода нами разработано программное обеспечение (рис. 4) контроля геометрических параметров тороидальных элементов деталей различной протяженности, предназначенное для контроля радиусов, координат центров, отклонений от формы, углов наклона элементов к плоскости детали (к плоскостям системы координат, в которой производится снятие контрольных точек). Предусмотрена возможность использования различного количества контрольных точек, в зависимости от количества контролируемых параметров. Большее количество контрольных точек позволяет получить более точный результат за счет сглаживания высокочастотных отклонений точек.

Программное обеспечение позволяет просматривать трехмерное изображение рассчитанной поверхности, место расположения контрольных точек, печатать данную информацию на принтере. Добавлены функции расчета погрешности по известным теоретическим параметрам тороидальных элементов, расчета отклонений параметров контролируемых элементов, сохранения отчетов анализа в виде текстового файла и его печать.

Программное обеспечение реализовано по модульному принципу, что позволяет легко наращивать функциональность для расширения количества контролируемых параметров. Предусмотрена возможность в дальнейшем добавить модули по расчету геометрических параметров других поверхностей формы тел вращения, таких как сфера, цилиндр, конус.

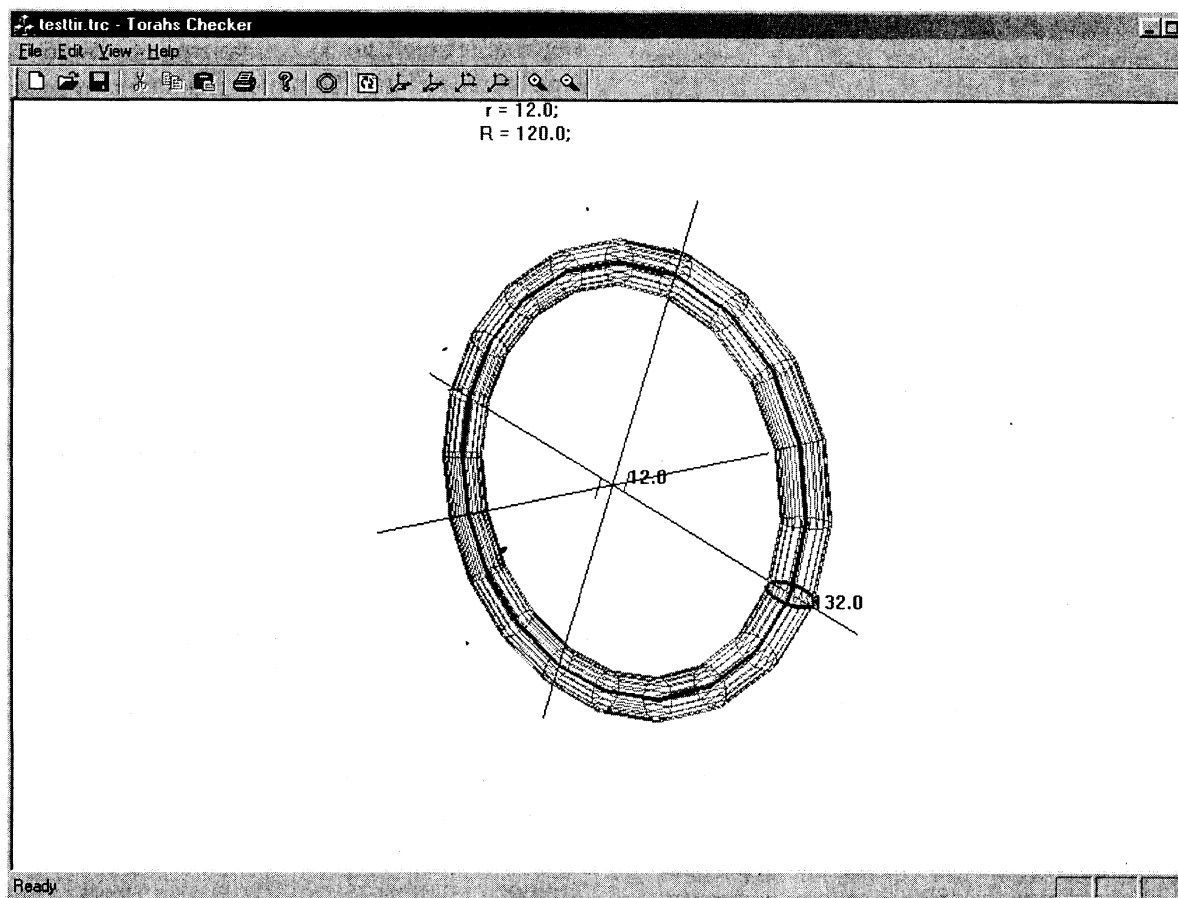


Рис. 4. Главное окно программы

Дополнительно нами разработано специальное программное обеспечение, генерирующее по заданным геометрическим параметрам поверхности файл с контрольными точками, который затем может быть использован для оценки погрешности расчета геометрических параметров контролируемой поверхности. Данное программное обеспечение использовалось для проведения вычислительного эксперимента, цель которого – подтверждение возможности использования разработанных методов и оценка их погрешностей.

Погрешность каждого метода возникает из-за идеализации измеряемого объекта при измерении, т. е. источником методической погрешности является отличие принятой за основу модели реального объекта измерения от самого объекта (реальной поверхности). Степень воздействия данного источника методической погрешности зависит от ряда факторов, основные из которых:

- размах высокочастотных отклонений точек реальной поверхности;
- расстояние между контрольными точками;
- вид аппроксимирующей поверхности.

Очевидно, что для достижения поставленной цели достаточно решить две задачи:

- задавшись приемлемым значением допустимой погрешности метода, определить диапазоны допустимого изменения выделенных влияющих факторов;
- подтвердить работоспособность разработанных методов для контроля отклонения формы торковых поверхностей, т. е. доказать, что методические погрешности не превышают допустимого значения в случае, когда выделенные влияющие факторы находятся в области таких значений.

В ходе проведения вычислительного эксперимента получены следующие результаты:

1. Точки должны лежать хотя бы в двух различных плоскостях, желательно поровну в каждой из них, но не менее трех в любой плоскости.

2. Расстояние между точками должно быть не менее 10 мкм.

3. Методическая погрешность по абсолютному значению отклонения параметров реальной поверхности от рассчитанных параметров моделируемой поверхности не превышает $0,1 \cdot 10^{-6}$ м.

ВЫВОДЫ

Разработанный метод обладает следующими преимуществами:

- высокой точностью – методическая погрешность по абсолютному значению не превышает $0,1 \cdot 10^{-6}$ м;
- возможностью измерения расположенной произвольным образом поверхности, что позволяет, в частности, решать задачу определения соосности;
- возможностью определения отклонений формы.

УДК 681.5.015

СИНТЕЗ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ В КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ РОБОТОВ-МАНИПУЛЯТОРОВ

Докт. техн. наук, проф. ПАШКЕВИЧ А. П., асп. КОЖЕВНИКОВ М. М.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Эффективное внедрение и эксплуатация роботизированных технологических комплексов (РТК) сборки и сварки тесно связаны с созданием систем компьютерного проектирования и аналитического программирования РТК. Одной из наиболее трудоемких задач является генерация последовательности программных движений робота-манипулятора и синтеза траектории, свободной от столкновения с препятствиями [1]. В работе предлагается решение этой задачи на основе концепции конфигурационного пространства с учетом специфики сборки/сварки.

Анализ существующих работ показывает, что в настоящее время для решения рассматриваемой задачи используются три основных класса методов на основе: динамического программирования; гармонических функций; искусственных нейронных сетей. Так, первый подход развивается [2, 3]. Исследования показали, что в случае плоских карт конфигурационного пространства невысокой дискретности эффективным является применение A^* -алгоритма. В [4, 5] для решения задачи син-

теза траектории робота предложено использовать гармонические функции. В качестве аналоговой модели гармонической функции использована резистивная сетка, состояние которой приближает решение уравнения Лапласа при граничных условиях первого рода. Третий подход развивается в [6], где предложена модификация сети Хопфилда, предназначенная для решения задачи синтеза оптимальной последовательности движений мобильного робота, а также для плоского «stick-like» манипулятора с двумя степенями свободы. G. Bugmann и K. Althoefer предложили несколько иной подход, основанный на NRG (Neuro Resistive Grid) сети [7, 8], позволяющий реализовать синтез последовательности движений в плоском конфигурационном пространстве манипулятора MA2000. Здесь используется алгоритм расчета состояния сети, реализующего грубое приближение гармонической функции (так называемый To&Fro алгоритм).

Как показал проведенный анализ, существующие алгоритмы синтеза программных дви-