

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ ЧЕЛОВЕКА МЕТОДОМ СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Докт. физ.-мат. наук, проф. **ЧИГАРЕВ А. В., БОРИСОВ А. В.**

Белорусский национальный технический университет

В биомеханике важно знать, с какими угловой скоростью и угловым ускорением движутся отдельные звенья человека при выполнении им различных физических упражнений [1]. Используем разработанный нами метод съемки и обработки кинограмм [2, 3] для сплайновой интерполяции углов, полученных из кинограмм.

Сначала проведем по полученным из кинограмм экспериментальным точкам аналитическую кривую. Воспользуемся сплайновой интерполяцией полиномами третьей степени, так как именно при таком способе подбора аналитической кривой возможно получить первые и вторые непрерывные производные во все время движения, что необходимо для определения ускорения (углового ускорения) и соответственно сил (моментов сил). К недостаткам метода сплайновой интерполяции следует отнести необходимость решения системы, состоящей из большого количества ($4n$, где n – количество участков, или в нашем случае – кадров кинограммы) уравнений.

Для получения информации об угловых ускорениях нужно из координат конечностей, полученных из кинограмм, определить углы в суставах, для чего используем известные геометрические соотношения.

Так как бег, ходьба, приседание и т. п. являются циклическими движениями, нам достаточно рассмотреть один период. Стартовые действия рассматривать не будем. Приведем для примера табл. 1 углов ног и корпуса за время одного шага. Углы будем отсчитывать от горизонтали против часовой стрелки.

Далее построим для одного шага ряд графиков приведенных экспериментальных углов в зависимости от времени и графики построенных интерполяционных функций в системе символьной математики «Mathematica 5.0», ис-

пользуя функцию «Interpolation» (рис. 1). Приведем графики только для опорной ноги голени и бедра [4].

Таблица 1

Углы в суставах, рад

Время, с	№ кадра	Сустав						
		Тазобедренный (туловище)	Колени правый	Колени левый	Голеностопный правый	Голеностопный левый	Стопа правая	Стопа левая
4,20	105	1,57	-1,47	-1,42	-1,48	0,07	0	1,29
4,24	106	1,56	-1,53	-1,01	1,57	0,11	0	1,34
4,28	107	1,52	1,55	-0,59	1,48	0,32	0	-1,37
4,32	108	1,48	1,49	-0,40	1,43	0,74	0	-1,12
4,36	109	1,51	1,43	-0,33	1,33	1,01	-0,14	-1,06
4,40	110	1,51	1,34	-0,19	1,22	1,30	-0,22	-0,87
4,44	111	1,47	1,25	-0,26	1,11	-1,54	-0,36	-0,49
4,48	112	1,46	1,23	-0,47	0,99	-1,35	-0,46	-0,15
4,52	113	1,43	1,15	-0,59	0,88	-1,50	-0,62	0
4,56	114	1,50	1,14	-0,75	0,72	1,35	-1,25	-0,48

Дифференцируя интерполяционные функции, находим угловую скорость (слева) и угловое ускорение (справа) (рис. 2).

Анализируя графики, можно сделать вывод о том, что угловая скорость конечностей изменяется нелинейно и на графике представлена кривой. Угловые ускорения изменяются линейно и на графике представлены ломаной линией. Это связано со способом интерполяции – кубическими сплайнами.

Возможность применения дифференцирования интерполяционных кривых обусловлена тем, что мы работаем не с реальным объектом, а с его моделью, в рамках которой все зависимости считаем гладкими.

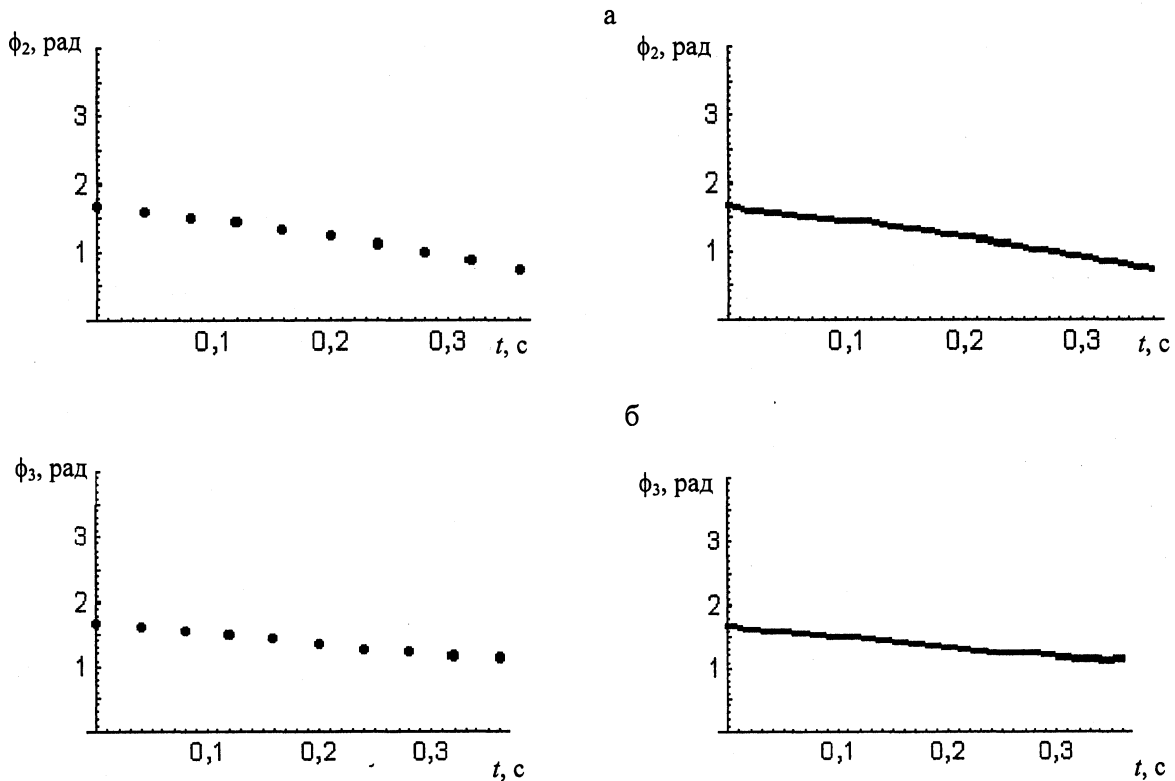


Рис. 1. Зависимость углов от времени: а – голень; б – бедро опорной ноги

Таким образом построены интерполяционные кривые по экспериментальным точкам и графики первых и вторых производных по времени от интерполяционной кривой. Первая

производная соответствует угловой скорости, вторая – угловому ускорению, что необходимо для дальнейших расчетов.

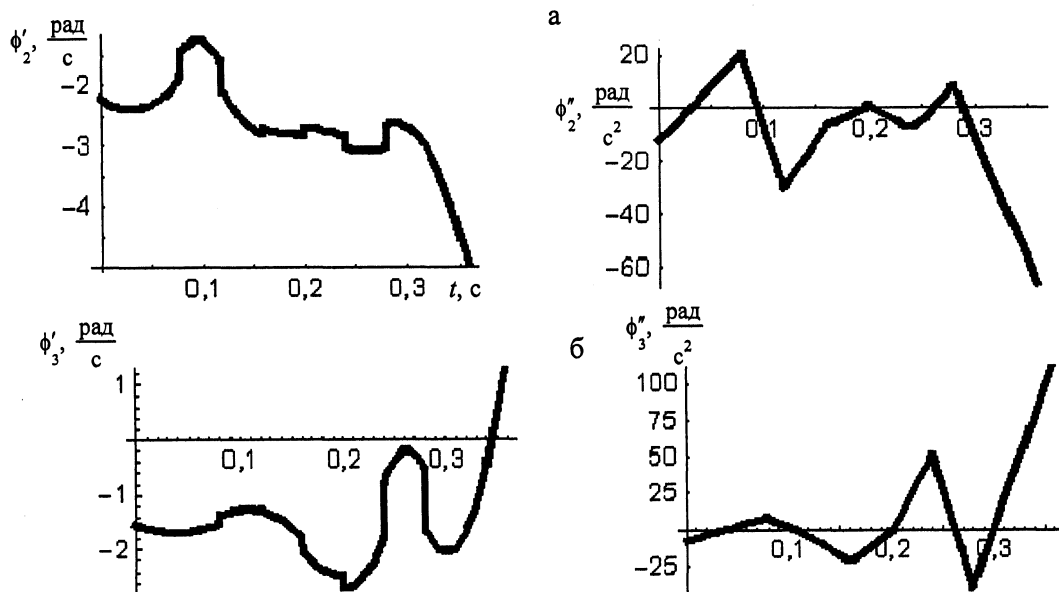


Рис. 2. Аналитическая зависимость угловой скорости и углового ускорения от времени: а – голень; б – бедро опорной ноги

Максимальные значения угловой скорости сгибания и разгибания в суставах, полученные разными авторами, оказались достаточно близкими, несмотря на различные методы регистрации движения [5].

Большое различие показали результаты измерений максимальных угловых ускорений: оптический метод регистрации дает вдвое меньшие величины, чем гониометрический. Эти различия объясняются влиянием обуви на значения максимального углового ускорения в голеностопном суставе: более жесткая обувь приводит к большим значениям ускорений. Однако способ крепления гониометра и его вес также должны повлиять на данные показатели.

С увеличением темпа ходьбы на 38 % (с 82 до 114 шаг/мин) среднее значение угловой скорости в голеностопном суставе составило 66 % по сравнению с соответствующими величинами при медленном темпе ходьбы.

Таким образом, результаты наших расчетов близки к биомеханическим данным, приводимым в литературе, которые получены (в том числе) непосредственными измерениями.

Разработанная нами методика может найти широкое применение в биомеханике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алпацкая Е. В., Борисов А. В., Романов И. П. Численная оценка техники в тройном прыжке по кинограммам // Современный олимпийский спорт и спорт для всех: Материалы VII Международного научного конгресса. – М.: СпортАкадемПресс, 2003. – Т. 2. – С. 231–232.
2. Борисов А. В. Методика съемки движений людей и обработки полученных кинограмм // Научные труды международной научно-практической конференции ученых МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ 5–6 января 2004 г. – М.; Луганск.: Изд-во МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ; Смоленск ООО «Инга», 2004. – Т. 4: Педагогика и методика. – С. 70–74.
3. Борисов А. В. Методы определения длин конечностей и звеньев человека с расчетом инерционных характеристик // Научные труды международной научно-практической конференции ученых МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ 5–6 января 2004 г. – М.; Луганск.: Изд-во МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ; Смоленск ООО «Инга», 2004. – Т. 4: Педагогика и методика. – С. 77–90.
4. Борисов А. В. Моделирование движения антропоморфного аппарата с использованием информации о ходьбе человека // Научные труды международной научно-практической конференции ученых МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ. – М.; Луганск: Изд-во МАДИ (ГТУ), МСХА, ЛНАУ, 2003. – Т. 2: Экономика. – С. 92–102.
5. Зациорский В. М., Каймин М. А. Биомеханика ходьбы. – М., 1978. – 65 с.