

2. К завышенным результатам оценки точности приводит (7).

3. Близки по значениям M к методу статистических испытаний результаты оценки точности по (8).

1. Fletcher R., Grant I. A., Hebden M. D. The calculation of linear best L_p – approximations // Computer Journal. – 1971. – V. 14. – № 3. – P. 277–279.

2. Мещеряков Г. А., Воложанин С. Д., Киричук В. В. Об уравнивании геодезических измерений с учетом закона распределения ошибок измерений // Геодезия и картография. – 1984. – № 2. – С. 9–11.

УДК 528.34 (476)

ОСОБЕННОСТИ УРАВНИВАНИЯ РАЗНОСТЕЙ ВЫСОТ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПСЕВДООБРАТНЫХ МАТРИЦ

Асп. ГАРМАЗА В. М.

Белорусский национальный технический университет

В комплексе работ по наблюдению за вертикальными смещениями зданий и сооружений не менее ответственной является математическая обработка результатов измерений – уравнивание высотного обоснования, выполняемого по методу наименьших квадратов [1]. По результатам уравнивания нескольких циклов нивелирования для опорной сети оценивают устойчивость реперов и выполняют прогнозирование осадков.

За последнее время применение метода наименьших квадратов расширено в силу следующих обстоятельств:

- во-первых, на случайные погрешности измеренных величин в этом случае не накладываются условия, требующие их подчинения нормальному распределению;
- во-вторых, допускается коррелированность погрешностей измерения.

В результате с помощью метода наименьших квадратов можно уравнивать коррелированные случайные величины, закон образования которых произволен. Однако необходимо, чтобы распределение имело конечные вторые моменты.

Очевидно, применение обобщенного метода наименьших квадратов к уравниванию опорных нивелирных сетей представляется перспективным.

Практика вычислений подтвердила целесообразность расположения результатов измерений и различных промежуточных итогов в таблицах. В частности, удобно свести в таблицу коэффициенты и свободные члены системы линейных уравнений. С величинами, заключенными в строки и столбцы прямоугольной таблицы, матрицы, можно производить действие в соответствии с линейными уравнениями. Так как в процессе применения метода наименьших квадратов приходится иметь дело с линейными уравнениями, применение для этих целей матриц представляется совершенно необходимым [2].

Особенность уравнивания нуль-свободных нивелирных сетей состоит в том, что результаты измерения являются разностями (превышениями) искоемых величин, т. е. высот точек. Значения последних при отсутствии исходных высот однозначно определить нельзя, так как решение приводит к вырожденной квадратной

матрице, определитель (детерминант) которой равен нулю. Поэтому требуется применять псевдообратные матрицы.

Для определения осадок сооружений необходим комплекс мероприятий. Ключевым звеном являются результаты повторных нивелирных измерений, называемые эпохами. В зависимости от решаемой задачи эпохи могут содержать месячные, трехмесячные, полугодовые и годовые циклы. Задача этой статьи состоит в обработке эпох наблюдений с целью определения осадок сооружений.

Предположим, что из двух эпох наблюдения известны уравнированные отметки пунктов. Их разность характеризует осадку сооружений. Уравнивание выполняется как с применением исходных пунктов, так и без них (нуль-свободная нивелирная сеть). До недавнего времени уравнивали нуль-свободную сеть, используя превышения, выполненные в каждой эпохе. Более современный подход заключается в том, что за измеренные величины берут не превышения, а разности превышений между эпохами.

Преимущества этого подхода заключаются в следующем:

Вместо того чтобы уравнивать сеть дважды по эпохам, уравнивание по разностям мож-

но выполнять один раз. Это обстоятельство не решающее, поскольку само уравнивание сети, как правило, занимает мало машинного времени.

2. При уравнивании нуль-свободных нивелирных и плановых сетей актуальной проблемой является выбор начальных координат (отметок определяемых пунктов). В ряде работ доказывается, что от начальных отметок зависят результаты уравнивания нуль-свободных сетей. Но если брать в уравнивание разности эпох, то начальные отметки общеизвестны и они равны нулю, что позволяет давать однозначные решения при уравнивании.

Без уравнивания разности превышений трудно иным способом дать оценку точности как этих разностей, так и величины осадок. Это обстоятельство является решающим в защиту уравнивания разностей эпох.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Руководство** по производству геодезических работ в промышленном строительстве. – М.: Изд-во ЦНИИОМТП Госстроя СССР, 1977. – 80 с.
2. **Линник Ю. В.** Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – Изд. 2-е, доп. и испр. – М.: Физматгиз, 1962. – 352 с.