УДК 528.34 (476)

ПРИМЕНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦЫ ОБРАТНЫХ ВЕСОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ПУНКТОВ ПЛАНОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ В МЕТОДЕ *Lp*-ОЦЕНОК

Асп. ГАРМАЗА О. Е.

Белорусский национальный технический университет

Метод *Lp*-оценок, теоретическое обоснование которого дано в [1], стал широко внедряться в производство после опубликавания [2]. Были разработанны алгоритмы оценки точности для геодезических засечек, одного любого пункта геодезических сети, всех пунктов геодезической сети в линеаризованном варианте и численном нелинейном алгоритме. Причем последние три (предназначенные для обработки геодезических сетей) дают близкие результаты оценки точности и могут успешно применяться и для оценки точности любых засечек.

При уравнивании плановых геодезических сетей методом *Lp*-оценок матрицу обратных весов можно получить по формулам [1]:

$$Q = FP^{-1}FT; \tag{1}$$

$$F = (A^TCA)^{-1}A^TC; \tag{2}$$

$$C = P\mathrm{diag}(|V|^{n-2}), \tag{3}$$

где P – матрица весов измерений; A – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; V – вектор поправок в результаты измерений после уравнивания; n – показатель степени, который при применении метода Ньютона принимал значения $1{,}5 \le n \le 2{,}0$.

Вектор собственных значений λ матрицы Q вычислен по программе Eigen и представляет собой упорядоченные по уменьшению величины. Для оценки точности засечки одного пункта ошибка положения вычислялась по формуле

$$M = \mu\sqrt{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}; \tag{4}$$

где

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{100} l_i}{100}. \tag{5}$$

Если определяемых пунктов два и более, то применяется формула (4), причем подставляем вместо $\lambda_{\min}$ следующее за $\lambda_{\max}$ собственное значение, что должно приводить к завышенным значениям M.

Все исследования сведены в таблицы, где для каждой степени n указаны три строки:

- в первой даны $\lambda_{\max}$, M и число обусловленности Тодда

$$C = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}; \tag{6}$$

- во второй для каждого определяемого пункта указана ошибка его положения, вычисленная по формуле

$$M = \mu\sqrt{Q_{ii} + Q_{jj} + 2Q}; \tag{7}$$

- в третьей приведены M, найденные по формуле

$$M = \mu\sqrt{Q_{ii} + Q_{jj}}. \tag{8}$$

ВЫВОДЫ

1. Заниженные значения для M для случая засечек одного пункта дает (4).

2. К завышенным результатам оценки точности приводит (7).

3. Близки по значениям M к методу статистических испытаний результаты оценки точности по (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fletcher R., Grant I. A., Hebdent M. D.** The calculation of linear best Lp – appar oximations // Computer Jaurnal. – 1971. – V. 14. – № 3. – P. 277–279.

2. **Мещеряков Г. А., Воложанин С. Д., Киричук В. В.** Об уравнивании геодезических измерений с учетом закона распределения ошибок измерений // Геодезия и картография. – 1984. – № 2. – С. 9–11.

УДК 528.34 (476)

ОСОБЕННОСТИ УРАВНИВАНИЯ РАЗНОСТЕЙ ВЫСОТ ПО МЕТОДУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПСЕВДООБРАТНЫХ МАТРИЦ

Асп. ГАРМАЗА В. М.

Белорусский национальный технический университет

В комплексе работ по наблюдению за вертикальными смещениями зданий и сооружений не менее ответственной является математическая обработка результатов измерений – уравнивание высотного обоснования, выполняемого по методу наименьших квадратов [1]. По результатам уравнивания нескольких циклов нивелирования для опорной сети оценивают устойчивость реперов и выполняют прогнозирование осадков.

За последнее время применение метода наименьших квадратов расширено в силу следующих обстоятельств:

- во-первых, на случайные погрешности измеренных величин в этом случае не накладываются условия, требующие их подчинения нормальному распределению;
- во-вторых, допускается коррелированность погрешностей измерения.

В результате с помощью метода наименьших квадратов можно уравнивать коррелированные случайные величины, закон образования которых произволен. Однако необходимо, чтобы распределение имело конечные вторые моменты.

Очевидно, применение обобщенного метода наименьших квадратов к уравниванию опорных нивелирных сетей представляется перспективным.

Практика вычислений подтвердила целесообразность расположения результатов измерений и различных промежуточных итогов в таблицах. В частности, удобно свести в таблицу коэффициенты и свободные члены системы линейных уравнений. С величинами, заключенными в строки и столбцы прямоугольной таблицы, матрицы, можно производить действие в соответствии с линейными уравнениями. Так как в процессе применения метода наименьших квадратов приходится иметь дело с линейными уравнениями, применение для этих целей матриц представляется совершенно необходимым [2].

Особенность уравнивания нуль-свободных нивелирных сетей состоит в том, что результаты измерения являются разностями (превышениями) искомых величин, т. е. высот точек. Значения последних при отсутствии исходных высот однозначно определить нельзя, так как решение приводит к вырожденной квадратной