свойств объекта от результатов, привнесенных случайным выбором системы координат, что является основной задачей тензорного исчисления.

Тождества (1) не противоречат великой теореме Ферма – утверждению, что для любого натурального $n > 2$ уравнение $a^n + b^n = c^n$ не имеет решений в целых ненулевых числах $a$, $b$, $c$.

На самом деле, уравнение $a^n + b^n = c^n$ представим в виде

$$a^n + b^n = c^n \equiv (a_1 + b_1)^n = (a_1 + b_1)c^{n-1} =$$

$$= a_1 c^{n-1} + b_1 c^{n-1} = a_n^n + b_n^n,$$

откуда следует: $a \equiv a_n$; $b \equiv b_n$,

$$a_n^n + b_n^n = c^n \Rightarrow \left(\frac{a_n}{c}\right)^n + \left(\frac{b_n}{c}\right)^n \equiv$$

$$\equiv (\cos\alpha_n)^{\frac{n}{n-1}} + (\cos\beta_n)^{\frac{n}{n-1}} \equiv \left(\frac{a_1}{a_n}\right)^{\frac{n}{n-1}} + \left(\frac{b_1}{b_n}\right)^{\frac{n}{n-1}} \equiv 1.$$

Показатель степени $\frac{n}{n-1}$ может быть целым в единственном случае $n = 2$. Иными словами, сумма любых двух чисел при переходе из пространства одной размерности в пространство другой размерности преобразуется по закону суммы нецелых степеней $\frac{n}{n-1}$, которая (степень) является целой только при $n = 2$.

Геометрические построения тождеств (1) приведены в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Вахитов М. Ф., Соколова Н. М.** Новая интерпретация теоремы Пифагора в многомерных пространствах // Вестник БНТУ. – 2002. – № 4. – С. 76–78.

УДК 51 (077)

# О МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЯХ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ С ИЗУЧЕНИЕМ ПРОФИЛИРУЮЩИХ ДИСЦИПЛИН ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

***ГОЛУБЕВА И. А.***

*Белорусский национальный технический университет*

Изложение общего курса математики (или дисциплин математического цикла) на факультетах нематематического профиля без учета потребности в математике той специальности, для которой он читается, приводит к тому, что курс в учебном процессе превращается в замкнутую систему. При такой ситуации математическая подготовка студентов обладает существенными недостатками, среди которых следует выделить:

- неоправданную формализацию содержания курса математики;
- рецептурный характер усвоения математических объектов;
- слабые умения в использовании математического аппарата при изучении специальных курсов (физики, сопротивления материалов, строительной механики и т. п.);
- низкий уровень навыков математического самообразования;
- отсутствие современных учебных пособий по математике, соответствующих данной специальности.

Одним из способов ликвидации этих недостатков является перестройка процесса обучения математике, базирующаяся на известной парадигме профессиональной направленности преподавания математики на факультетах нематематического профиля. Эта концепция представляет собой целостную динамическую структуру, которая состоит из методических принципов изложения курса математики и позволяет студентам с помощью современных форм и средств обучения овладевать содержанием этого курса для решения задач, соответствующих данной специальности [1, с. 9].

Для ее реализации необходимо прежде всего построить межпредметные связи преподавания математики с изучением профилирующих дисциплин инженерно-строительного профиля и постоянно поддерживать их функционирование на протяжении всего учебного процесса. Структура этих связей состоит из следующих элементов:

1. Ознакомление с учебниками и учебными пособиями по профилирующим курсам инженерно-строительного профиля на предмет использования в них математических объектов. Например, при решении задач по сопротивлению материалов и строительной механике используются следующие математические объекты: построение графиков функций, вычисление пределов, свойства функций, наибольшее и наименьшее значения функций, применение дифференциала функции к приближенным вычислениям, приближенное решение трансцендентных уравнений, скалярное произведение векторов, матрицы, интеграл по сегменту, двойной и тройной интегралы, криволинейные интегралы, дифференциальные уравнения, применение рядов для решения дифференциальных уравнений.

2. Отбор и методическая обработка прикладных задач, допускающих их использование при изучении курса математики.

Рассмотрим в качестве примера несколько прикладных задач, применяемых в курсах «Сопротивление материалов» и «Гидравлика».

**Размеры балки прямоугольного сечения.** Эту задачу целесообразно рассматривать в курсе математики при изучении темы «Экстремальные значения функции одной переменной».

В теории сопротивления материалов [2, с. 199] установлено, что сопротивление $F$ балки на сжатие пропорционально площади $S$ ее поперечного сечения, т. е.

$$F = kS,$$

где $k$ – коэффициент пропорциональности, а сопротивление на изгиб – произведение одной из сторон балки $x$ на квадрат другой стороны $y$ (рис. 1), т. е.

$$W = \alpha x y^2,$$

где $\alpha$ – коэффициент пропорциональности.

*Задача 1.* Из круглого бревна диаметром $d$ требуется вырезать балку прямоугольного сечения. Каковы должны быть стороны $x$ и $y$ этого сечения, чтобы балка оказывала наибольшее сопротивление на сжатие?

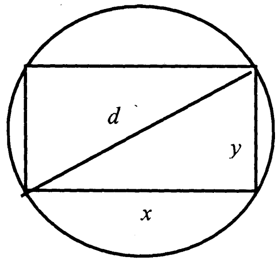


*Рис. 1*

*Решение.* Так как $S = xy$ – площадь прямоугольника в сечении балки и $y = \sqrt{d^2 - x^2}$, речь идет о наибольшем значении для функции $S = x\sqrt{d^2 - x^2}$, где $0 < x < d$.

Найдя производную функции $S(x)$ и приравняв ее к нулю, получим единственную стационарную точку $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$. Значение $x = d$ – точка недифференцируемости функции $S(x)$. Однако последнее значение не имеет смысла, так как в этом случае площадь поперечного сечения балки обращается в нуль. Других критических точек нет.

Так как при $x < \frac{d}{\sqrt{2}}$ $S' > 0$, а при $x > \frac{d}{\sqrt{2}}$ $S' < 0$, значение $x = \frac{d}{\sqrt{2}}$ – точка максимума функции $S(x)$. Найдем это значение

$$S\Big|_{x=\frac{d}{\sqrt{2}}} = \frac{d}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2 - \frac{d^2}{2}} = \frac{d^2}{2}.$$

Значит, сопротивление балки на сжатие наибольшее, когда прямоугольник в сечении балки будет квадратом со стороной $x = y = \frac{d}{\sqrt{2}}$ и площадью $S = \frac{d^2}{2}$.

*Задача 2.* Из круглого бревна диаметром $d$ требуется вырезать балку прямоугольного сечения. Каковы должны быть $x$ и $y$ сечения балки, чтобы она оказывала наибольшее сопротивление на изгиб?

*Решение.* Очевидно, $y^2 = d^2 - x^2$, откуда сопротивление балки на изгиб $W = xy^2 = x(d^2 - x^2)$. Найдем наибольшее значение для выражения $W = x(d^2 - x^2)$, где $0 < x < d$. Производная $W' = d^2 - 3x^2$ обращается в нуль лишь однажды внутри промежутка (0; $d$), в точке $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$. Вторая производная $W'' = -6x < 0$, следовательно, в стационарной точке $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$ достигается максимум, а с ним – и наибольшее значение. Когда $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$, то $y = d\sqrt{\frac{2}{3}}$, причем $d : y : x = \sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$. Таким образом, чтобы построить требуемый прямоугольник, достаточно диаметр разделить на три равные части и в точках деления восстановить перпендикуляры. Точки пересечения их с окружностью соединить с концами диаметра.

**Вычисление работы, совершаемой силой в процессе деформации.** Задачи, связанные с вычислением работы, совершаемой силой, действующей на стержень в процессе деформации, можно рассмотреть при изучении в курсе математики темы «Применение интеграла по сегменту».

*Задача 3.* На вертикально подвешенный стержень действует сила $P$, которая растет в процессе деформации от нуля до своего конечного значения с малой скоростью. Вычислить работу, совершаемую этой силой (рис. 2).

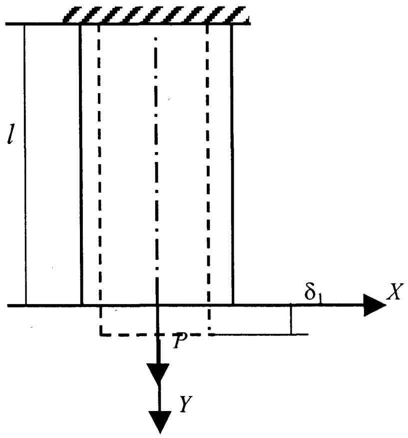


*Рис. 2*

*Решение.* Элементарная работа $dA$ силы $P$ на перемещение $d\delta$ равна $dA = Pd\delta$.

Величины $\delta$ и $P$ связаны законом Гука $\delta = \frac{Pl}{EF}$, где $E$ – модуль упругости материала, $F$ – площадь поперечного сечения, откуда $P = \frac{EF\delta}{l}$.

Подставляя это значение в выражение для $dA$, получим:

$$dA = \frac{EF}{l}\delta d\delta;$$

$$A = \frac{EF}{l}\int_0^{\delta_1}\delta d\delta = \frac{EF}{l}\frac{\delta_1^2}{2} = \frac{P_1\delta_1}{2},$$

где $\delta_1$ – окончательное перемещение, $P_1 = \frac{EF\delta_1}{l}$ – окончательное значение силы.

Необходимо отметить, что работа силы $P_1$, неизменной по величине, на перемещение $\delta_1$ равна $A = P_1\delta_1$, т. е. в два раза больше, чем при статическом действии.

**Определение времени, необходимого для установления одинаковых уровней жидкости в сообщающихся сосудах.** Эту задачу можно использовать в курсе математики при изложении темы «Составление и решение дифференциальных уравнений».

*Задача 4.* Два сообщающихся сосуда имеют форму параллелепипедов, у которых площади оснований $S$ и $S_1$ (рис. 3).

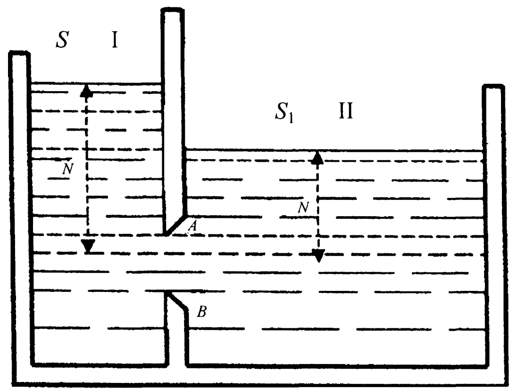


*Рис. 3*

Найти время, необходимое для установления одинаковых уровней жидкости в сосудах, если $S = S_1 = 100$ м$^2$, начальная разность уровней $h = 2{,}5$ м, площадь отверстия между сосудами $\omega = 0{,}5$ м$^2$, коэффициент гидравлического сопротивления $\delta = 0{,}62$.

*Решение.* Количество жидкости, теряемой первым сосудом, равно количеству жидкости, полученной вторым сосудом.

Поэтому

$$-Sdz = S_1 dz_1,$$

отсюда

$$dz - dz_1 = \frac{S + S_1}{S_1} dz.$$

В течение времени $dt$ через отверстие $AB$ площадью $\omega$ пройдет объем жидкости $\delta\omega\sqrt{2g(z - z_1)}dt$, и поэтому:

$$-Sdz = \delta\omega\sqrt{2g(z - z_1)}dt,$$

или

$$\frac{\delta\omega}{S}\sqrt{2g}dt = -\frac{dz}{\sqrt{z - z_1}}. \qquad (1)$$

Полагая $z - z_1 = u$, получим

$$du = dz - dz_1 = \frac{S + S_1}{S_1} dz, \text{ откуда } dz = \frac{S_1 du}{S + S_1}.$$

Вследствие этого уравнение (1) примет вид

$$\frac{\delta\omega}{S}\sqrt{2g}dt = -\frac{S_1}{S + S_1}\frac{du}{\sqrt{u}},$$

а отсюда

$$\frac{\delta\omega}{S}\sqrt{2g}T = -\frac{S_1}{S + S_1}\int_h^0 \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{S_1}{S + S_1}\int_0^h \frac{du}{\sqrt{u}}. \qquad (2)$$

Интегрируя равенство (2) и подставляя числовые значения, находим

$$T = \frac{SS_1\sqrt{2h}}{\delta\omega(S + S_1)\sqrt{g}} = 114{,}5 \text{ с}.$$

3. Постоянные консультации с преподавателями профилирующих курсов инженерно-строительного профиля по вопросам целесообразности рассмотрения в курсе математики тех или иных задач прикладного содержания.

Кроме того, сотрудничество с преподавателями специальных кафедр позволяет выяснить их требования к математической подготовке студентов. Иногда по их просьбе некоторые разделы математики изучаются углубленно или включаются те разделы, которые ранее не были включены в программу курса математики.

Результатом сотрудничества преподавателей математики с преподавателями кафедры «Проектирование дорог» стало создание учебно-методического пособия по применению математических методов при проектировании автомобильных дорог [3]. Эта работа подробно знакомит студентов дорожных специальностей с единым математическим подходом к проектированию клотоидных переходных кривых на примерах первоочередных задач в данной области. Основная задача – подготовить студентов для более быстрого и полного освоения материалов этих специальных курсов.

Среди математических понятий, которые используются в клотоидном проектировании, можно выделить следующие: понятие вектора, радиуса кривизны плоской кривой, несобственных интегралов, интегралов Френеля, теории рядов, разложение функций $\sin z$ и $\cos z$ в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$, приближенное вычисление определенного интеграла методом Симпсона, приближенное решение уравнений методом половинного деления.

Итак, началом реализации концепции профессиональной направленности преподавания математики на факультетах нематематического профиля является установление связей обучения математике с изучением профилирующих курсов на инженерно-строительных факультетах. Правильность такого подхода обеспечивается постоянным функционированием перечисленных выше элементов межпредметных связей. Эта методическая работа – трудоемкая и длительная, так как почти все отобранные прикладные задачи и востребованные математические объекты нуждаются в соответствующей методической обработке. Не вызывает сомнения и значимость этой работы для учебного процесса. Здесь не только реализуется принцип преемственности математического образования, но и есть возможность эффективно продемонстрировать студентам значение математических знаний для инженерно-строительных специальностей.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Скатецкий В. Г.** Профессиональная направленность преподавания математики: Теор. и практ. аспекты. – Мн.: БГУ, 2000. – 160 с.
2. **Заяц В. Н., Балыкин М. К., Голубев И. А.** Сопротивление материалов. – Мн.: Вышэйш. шк., 1988. – 367 с.
3. **Веременюк В. В., Голубева И. А.** Математические аспекты клотоидного проектирования: Учеб.-метод. пособие. – Мн.: Технопринт, 2002. – 44 с.