

РАСЧЕТ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ОБЖИГА КУСКОВ CaCO₃

Канд. техн. наук, доц. СЕДНИН В. А.,
инженеры КОЖЕВНИКОВ А. Г., МЕЛЬНИКОВ И. В.

Белорусский национальный технический университет,
РУП «Белорусский металлургический завод»

После достижения на поверхности куска CaCO₃ температуры диссоциации начинается его обжиг, расчет которого выполняется на основе уравнения баланса теплоты [1, (1)] – граничного условия для зоны получения CaO. До настоящего времени не удается выбрать математические функции, которые удовлетворяют этому условию для всех значений координаты и времени τ . Известные решения получены для упрощенных условий при постоянной температуре поверхности куска материала t_s (рис. 1). Некоторые авторы задаются различными распределениями температур t_1 в зоне 1 после химических или фазовых превращений. Такие распределения t_1 не удовлетворяют дифференциальным уравнениям теплопроводности для плоских элементов и куба [1]. Кроме того, распределения t_1 не удовлетворяют дифференциальному уравнению теплопроводности в сферических координатах [2]

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r}. \quad (1)$$

Как показывает анализ, используя методы математической физики, кривые температуры могут быть представлены с помощью функций, удовлетворяющих линейным уравнениям в случае, когда коэффициенты теплопроводности λ являются постоянными ($\lambda = \text{const}$). При этом производные $\partial \lambda / \partial x$ либо $\partial \lambda / \partial r$ могут быть вычислены с помощью дополнительных слагаемых в расчетных формулах. Это позволяет вычислить распределение температур t_1 и t_2 (рис. 1) для любых моментов времени τ . При

таких условиях исключаются значительные ошибки, возникающие в случаях, когда температуры t_1 и t_2 в зонах 1 и 2 выбираются произвольно [2, 3].

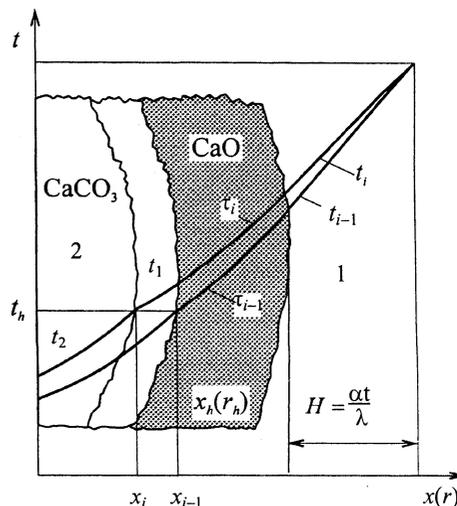


Рис. 1. Изменение температуры $t_i - t_{i-1}$ в куске материала за промежуток времени $\tau_i - \tau_{i-1}$ при обжиге кальцита CaCO₃

Для расчета глубины зоны CaO время процесса обжига $\tau_2 - \tau_0$ разбивается на k интервалов

$$\Delta \tau = \frac{\tau_2 - \tau_0}{k}, \quad (2)$$

и расчет выполняется последовательно для каждого интервала. Распределение температуры t_{i-1} для предыдущего значения τ_{i-1} используется как начальное условие для последующего значения $\tau_i = \tau_{i-1} + \Delta \tau$.

Как известно, если при расчетах используется система функций, которые удовлетворяют

уравнениям теплопроводности [1, (5)] или [1, (1)], то увеличением числа шагов k результаты приближаются к точному решению с достаточно малой погрешностью. Очевидно, что система функций θ должна также удовлетворять граничным условиям [1, (1), (3)]. Изложенное легко проверить с помощью существующих решений разных задач теплопроводности.

В таком расчете уравнение баланса теплоты принимает вид

$$L\rho\Delta x = (\lambda_1 t'_{1mx} - \lambda_2 t'_{2mx})\Delta\tau, \quad (3)$$

где Δx – увеличение зоны диссоциации CaCO_3 за время $\Delta\tau$ (рис. 1).

Среднее значение градиентов температуры t'_{mx} может быть вычислено из условия

$$t'_{mx} = \frac{t'_{mx}(x_{i-1}, \tau_{i-1}) + t'_{mx}(x_i, \tau_i)}{2}, \quad (4)$$

где $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ и $\Delta\tau = \tau_i - \tau_{i-1}$.

Математические функции [1, (4)...(8)] определяются таким образом, чтобы в момент времени τ_i температура в точках x_i была равна температуре разложения CaCO_3 . Такой подход дает возможность определить значения Δx независимо от уравнения баланса теплоты [1, (1)] и (3) из условия

$$t_1(x_i, \tau_i) = 900 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (5)$$

Очевидно, что значения Δx , вычисленные из (3) и (5), должны совпадать. Использование функций, удовлетворяющих уравнению теплопроводности, а также начальным и граничным условиям, позволяет исключить неустойчивость интегральных или численных методов, основанных на произвольных различных неудовлетворительных функциях. Расчеты с помощью соотношений (2) и (3) увеличивают объем вычислительной работы.

Градиенты температуры t'_{1x} вблизи области Δx для малых значений времени τ найдем из решений [1, (8) и (14)].

Из [1, (8) и (9)] определяем для шара функции U_1 при $X_k = R - x$

$$U'_{1x} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{L}{\sqrt{a\tau}} \frac{1}{r} \left\{ \exp\left(-\frac{X_k}{4a\tau}\right) + (\text{Bi}-1) \frac{1}{R} \exp(\text{Bi}-1)^2 \frac{a\tau}{R^2} + (\text{Bi}-1) \frac{X_k}{R} \right\} \text{erfc}\left(\frac{X_k}{2\sqrt{a\tau}} + (\text{Bi}-1) \frac{\sqrt{a\tau}}{R}\right) - \exp\left\{(\text{Bi}-1)^2 \frac{a\tau}{R^2} + (\text{Bi}-1) \frac{X_k}{R}\right\} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \times \exp\left[-\left(\frac{X_k}{2\sqrt{a\tau}} + (\text{Bi}-1) \frac{\sqrt{a\tau}}{R}\right)^2\right] - \frac{1}{r} U_1. \quad (6)$$

Аналогично вычисляем производную U'_{2x} и сумму производных U'_{1x} и U'_{2x}

$$\theta'_x = \text{Bi}R(U'_{1x} + U'_{2x}). \quad (7)$$

При этом производная t'_{1x} будет равна

$$t'_{1x} = (t_m - t_0)\theta'_x. \quad (8)$$

Формулы (6) и (7) не могут использоваться для нахождения температуры в центре шара. В этом случае воспользуемся решением [2]

$$\theta = 2\text{Bi} \exp\left\{(\text{Bi}-1)^2 \frac{a\tau}{R^2} + \text{Bi}-1\right\} \times \text{erfc}\left[\frac{R}{2\sqrt{a\tau}} + (\text{Bi}-1) \frac{\sqrt{a\tau}}{R}\right]. \quad (9)$$

Для значений $\text{Fo} > 0,5$ и $\text{Bi} > 2$ вместо (6) и (9) нужно воспользоваться формулами, пригодными для больших значений времени (Fo).

В зоне 2 (рис.1) распределение температуры находим с помощью функций

$$U_3 = U_3(x, \tau), \quad (10)$$

которые учитывают уменьшение теплового потока $\lambda_1 t'_{1x}$ в результате поглощения теплоты диссоциации L . При этом изменение теплового потока Δq и функции U_3 определяем из условия $t_3 = \text{const}$, что позволяет уточнить значения величин $\Delta\tau$ и Δx с учетом баланса теплоты в области Δx .

Для куба градиенты температуры t'_{1x} и t'_{2x} определяем из решения [1, (14)] таким же образом, как и для шара.

Математическая функция нахождения температуры куба в зонах 1 и 2 (рис. 1) и вычисление некоторых градиентов t'_x представлены ниже.

В соответствии с принятыми ранее условиями моделирования процесса обжига CaCO_3 возможную продолжительность теплотехнологического процесса можно оценить как равную средней арифметической величине для времени обжига шара τ_s и куба τ_c , которые имеют одинаковые массу и объем:

$$\tau = \frac{\tau_s + \tau_c}{2}. \quad (11)$$

Полученные расчетные алгоритмы использованы в компьютерной программе для расчета процесса обжига CaCO_3 . Эта программа дает возможность найти его продолжительность в зависимости от температуры печи и размера кусков сырьевого материала и учесть вероятность изменения теплотехнологии.

Предложенный выше метод позволяет учесть влияние скорости реакции разложения CaCO_3 . Расчеты показывают, что время обжига τ_2 определяется главным образом теплопроводностью материала. Поэтому в уравнении баланса теплоты (3) скорость разложения CaCO_3 принимается достаточно большой. В случае значительного ее влияния продолжительность обжига τ_1 будет больше, чем τ_2 , которые вычислены по предлагаемым в статье формулам. Здесь математические функции нужно определить таким образом, чтобы увеличение слоя CaCO_3 $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ и X за время $\Delta t = \tau_i - \tau_{i-1}$ или τ_2 было равно значениям слоя CaCO_3 X_c при экспериментальной проверке результатов.

Как отмечалось, аналитические решения процессов теплопроводности могут быть получены с помощью специальных функций, которые удовлетворяют уравнениям теплопроводности, что обеспечивает выполнение закона сохранения энергии и не требует проверки его выполнения для разных значений координат и времени.

В предлагаемом методе в качестве специальных функций, применяемых для получения решений, используются аналитические формулы для некоторых физических условий, в част-

ности функции [1, (8)...(13)]. При этом выбирается некоторая последовательность функций таким образом, чтобы обеспечить выполнение граничных условий [1, (3), (6)] на границах зон обжига 1 и 2 (рис. 1). Такие последовательности функций являются аналитическими решениями задач теплопроводности. Поскольку при сложных граничных условиях не удастся получить одну или несколько формул, пригодных для всех значений времени τ , расчет выполняется с помощью компьютерной программы путем последовательного вычисления глубины обжига для небольших интервалов времени. Если математические функции удовлетворяют уравнению [1, (2)] и граничным условиям [1, (3), (6)], то при увеличении числа шагов это неизбежно приводит к надежным результатам.

При расчете градиентов температуры в зоне кальция 2 (рис. 1) расчет производится с помощью функций, которые могут быть использованы при постоянной температуре поверхности S ($t_s = 900$ °C), что следует из физических условий. Тогда вместо [1, (8)] применяют соответствующее решение для шара

$$U_3 = \frac{t_m - t}{t_m - t_0} = 1 - \frac{R}{r} \times \sum_n \left[\operatorname{erfc} \frac{(2n-1)R - r}{2\sqrt{a\tau}} - \operatorname{erfc} \left(\frac{(J_n - 1)R + r}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right]. \quad (12)$$

Производная U'_{3x} в этом случае вычисляется аналогично формуле (6).

Имея значение $Fo > 0,05$, вместо [1, (10), (11)] необходимо применять решения для больших моментов времени [2, 3]

$$\theta = \frac{t - t_0}{t_m - t_0} = 1 - \sum_n A_n \frac{R \sin \left(\frac{\mu_n r}{R} \right)}{r \mu_n} \exp \left(-\frac{\mu_n^2 a \tau}{R^2} \right), \quad (13)$$

где μ_n – корни характеристического уравнения

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{-\mu}{\operatorname{Bi} - 1}.$$

Четыре первых корня μ_n , которые табулированы в [2, 3], введены в разработанную компьютерную программу для расчета процесса обжига CaCO_3 и находятся с помощью специальных интерполяционных алгоритмов.

Градиент температуры в области 1 (рис. 1) вычисляем

$$\frac{1}{t_m - t_0} \theta'_x = -\sum A_n \left(\frac{1}{r} \cos \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) - \frac{R}{\mu_n r^2} \sin \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \right) \times \exp \left(-\frac{\mu_n^2 a \tau}{R^2} \right) \quad (14)$$

Расчет процесса обжига куба выполняется по формулам [1, (12), (13)]. При этом градиент температуры определяется выражением

$$\theta'_x = -\theta_1^2 \theta'_{1x} \quad (15)$$

Значение градиента температуры вблизи поверхности разложения CaCO_3 для куба вычисляем по формуле

$$\frac{1}{t_m - t_0} \theta'_x = (U_{1a})'_x + (U_{2a})'_x, \quad (16)$$

где

$$U'_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{a\tau}} \exp \left(-\frac{x_k^2}{4a\tau} \right) + H \exp(Hx_k + aH^2\tau) \operatorname{erfc} \left(\frac{x_k}{2\sqrt{a\tau}} + H\sqrt{a\tau} \right) \quad (17)$$

В зоне 2 (рис. 1) функция U_3 находится по формулам для граничных условий первого рода и плоской стенки при малых значениях τ , $\text{Fo} < 1$ [2]

$$\theta = \frac{t_m - t}{t_m - t_0} = 1 - \sum_n (-1)^{n+1} \times \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{(2n-1)R - x}{2\sqrt{a\tau}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{(2n-1)R + x}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right] \quad (18)$$

Градиенты температуры находятся из выражения (15), в котором они вычисляются дифференцированием решения (18).

Для куба при больших значениях времени τ , $\text{Fo} > 1$, функция θ в [1, (14)] рассчитывается с помощью решения для пластины и граничных условий первого рода (постоянной температуры поверхности $t_s = \text{const}$ [2, 3])

$$\theta = \frac{t_m - t}{t_m - t_0} = 1 - \sum_n A_n \frac{2}{\mu_n} \times \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp \left(-\frac{\mu_n^2 a \tau}{R^2} \right) \quad (19)$$

где

$$\mu_n = \frac{(2n-1)\pi}{2}; \quad t_s = t_m.$$

Градиент температуры t'_{2x} при $\text{Fo} > 1$ для куба вычисляется дифференцированием решения (19)

$$\frac{1}{t_m - t_0} \theta'_x = \sum_n A_n \frac{2}{R} \sin \mu_n \frac{x}{R} \exp \left(-\frac{\mu_n^2 a \tau}{R^2} \right) \quad (20)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Седнин В. А., Кожевников А. Г., Мельников И. В. Теплофизическая модель процесса обжига кальцита // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2004. – № 4. – С. 41–45.
2. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967.
3. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964.