

Гродно и Витебске. Была определена точность прогноза – она оказалась довольно высокой (до  $\pm 48\%$ ). А на малонагруженных перекрестках явно сработал порог чувствительности, что позволило повысить точность прогноза, в отличие от базовой модели, в несколько раз.

Усовершенствованный метод прогнозирования и оценки аварийности позволяет на практике оптимизировать по критерию безопасности принимаемые решения по организации дорожного движения еще на стадии их разработки или проектирования.

УДК 623.681.5

## ПЛАНИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Канд. техн. наук, доц. ЛИСЕЙЧИКОВ Н. И., асп. ГОЛИК А. В.*

*Научно-исследовательский институт Вооруженных Сил Республики Беларусь*

Для обеспечения работоспособности и исправности сложных технических систем в настоящее время широко применяется планово-предупредительная система технического обслуживания (ТО) и текущего ремонта (ТР) [1]. Наличие парка технических объектов, привлечение больших объемов разнородных эксплуатационных материалов (ЭМ), их высокая стоимость ведут к тому, что планирование ТО и ТР сложных технических систем является серьезной проблемой. Целесообразно для ее решения использовать методы математического моделирования.

**Исходные предпосылки.** Эксплуатируется группа сложных технических систем. Проведение технического обслуживания на одной системе требует привлечения различных разновидностей ЭМ, представленных взаимозаменяемыми марками. Все ЭМ, относящиеся к различным разновидностям, совместимы. Применение в какой-либо из разновидностей ЭМ смеси различных марок не допускается.

**Модель 1. Минимизация расхода ЭМ при наличии одной технической системы.** На технической системе необходимо провести комплекс работ, включающий  $i = \overline{1, N}$  видов. При выполнении каждой работы используются  $j$  разновидностей ЭМ,  $j = \overline{1, K_i}$ . Каждая разновидность ЭМ представлена набором взаимоза-

меняемых марок. Стоимость единицы ЭМ и норма его расхода в  $i$ -й работе  $j$ -й его разновидности  $z$ -й марки составляет  $C_{ijz}$  и  $x_{ijz}^0$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, K_i}$ ,  $z = \overline{1, m_{ij}}$  соответственно. Запасы ЭМ по всем их разновидностям и маркам будут  $b_{jz}$ ,  $j = \overline{1, K_i}$ ,  $z = \overline{1, m_{ij}}$ . Требуется составить план расхода ЭМ на технической системе такой, чтобы имеющихся запасов хватило для проведения комплекса работ, а общая стоимость израсходованных материалов была как можно меньше.

**Формализация задачи.** Введем булевы переменные  $d_{ijz} = 1$ , если в  $i$ -й работе в качестве  $j$ -го ЭМ используются его  $z$ -я марка и 0 в обратном случае,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, K_i}$ ,  $z = \overline{1, m_{ij}}$ . Рассмотрим матрицу  $Q$ , элемент  $q_{ij}$  которой равен 1, если в  $i$ -й работе необходимо применять  $j$ -ю разновидность ЭМ. В противном случае элемент  $q_{ij} = 0$ . Тогда условие выбора одной и только одной марки  $j$ -го ЭМ, если он применяется в  $i$ -й работе, можно записать:

$$\sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} = q_{ij}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}. \quad \text{Учет}$$

имеющихся запасов ЭМ осуществляется с помощью системы ограничений  $\sum_{i=1}^N d_{ijz} x_{ijz}^0 \leq b_{jz}$ ,

$j = \overline{1, K_i}; z = \overline{1, m_{ij}}$ . Целевой функцией задачи будет

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} C_{ijz} x_{ijz}^0 \rightarrow \min.$$

Модель имеет вид:  
минимизировать

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} C_{ijz} x_{ijz}^0$$

в области

$$\begin{cases} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} = q_{ij}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}; \\ \sum_{i=1}^N d_{ijz} x_{ijz}^0 \leq b_{jz}, j = \overline{1, K_i}; z = \overline{1, m_{ij}}; \\ d_{ijz} = 0,1, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}; z = \overline{1, m_{ij}}. \end{cases} \quad (1)$$

**Модель 2. Определение максимально возможного количества выполняемых работ при техническом обслуживании одной системы.** На технической системе необходимо провести  $i = \overline{1, N}$  видов работ, при выполнении каждой из которых используются  $j$  разновидностей ЭМ,  $j = \overline{1, K_i}$ . Каждая разновидность ЭМ представлена набором взаимозаменяемых марок. Стоимость единицы ЭМ и норма его расхода в  $i$ -й работе  $j$ -й разновидности  $z$ -й марки составляют  $C_{ijz}$  и  $x_{ijz}^0$ ,  $i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}; z = \overline{1, m_{ij}}$  соответственно. На техническое обслуживание системы для закупки ЭМ выделены средства в размере  $C_0$ . Определить: каких марок ЭМ следует закупить, чтобы обеспечить максимально возможное количество работ технического обслуживания для рассматриваемой системы.

**Формализация задачи.** Последовательность всех планируемых работ согласно требованиям эксплуатационной документации строго упорядочена. Виды работ могут повторяться. Все планируемые работы (в том числе и повторяющиеся) перенумеруем  $1, 2, \dots, N$ .

Рассмотрим ограничения. Неравенство, ограничивающее стоимость ЭМ, будет таким:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} C_{ijz} x_{ijz}^0 \leq C_0.$$

Условия выбора одной и только одной марки ЭМ для всех его разновидностей и каждой работы следующие:

$$\sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} = q_{ij}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}.$$

Так как при выполнении любой  $i$ -й работы требуется  $K_i$  разновидностей ЭМ,  $\sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} = \sum_{j=1}^{K_i} q_{ij} = K_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Поэтому в каче-

стве ЦФ необходимо взять  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} \frac{d_{ijz}}{K_i} \rightarrow$

$\rightarrow \max$ . Указанное выражение стремится к увеличению при возрастании числа работ, последовательность которых строго зафиксирована.

Тогда математическая модель задачи сводится к виду:

максимизировать

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} \frac{d_{ijz}}{K_i}$$

в области

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{K_i} \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} C_{ijz} x_{ijz}^0 \leq C_0; \\ \sum_{z=1}^{m_{ij}} d_{ijz} = q_{ij}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}; \\ d_{ijz} = 0,1, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, K_i}; z = \overline{1, m_{ij}}. \end{cases} \quad (2)$$

**Модель 3. Планирование расхода ЭМ при организации технического обслуживания группы технических систем.** На эксплуатации находятся  $N$  технических систем. Проведение технического обслуживания  $i$ -го объекта предусматривает выполнение  $j$ ,  $j = \overline{1, n_i}$ , видов работ. Для выполнения на  $i$ -м объекте  $j$ -й работы

привлекаются  $z$  разновидностей ЭМ,  $z = \overline{1, K_{ij}}$ . Любая разновидность ЭМ представлена  $r$  марками,  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ . Норма расхода и стоимость единицы ЭМ составляют соответственно  $x_{ijzr}^0$  и  $c_{ijzr}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, n_i}$ ,  $z = \overline{1, K_{ij}}$ ,  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ . Запасы ЭМ по каждой его разновидности и марке установлены в размере  $b_{zr}$ ,  $z = \overline{1, K_{ij}}$ ,  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ . Необходимо выбрать марки ЭМ так, чтобы были проведены все работы и хватило запасов имеющихся ЭМ, а их общая стоимость оказалась как можно меньше.

**Формализация задачи.** Введем булевы переменные  $d_{ijzr} = 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, n_i}$ ,  $z = \overline{1, K_{ij}}$ ,  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ , если для  $i$ -й системы предусмотрено проведение  $j$ -й работы с использованием  $r$ -й марки ЭМ  $z$ -й его разновидности. При невыполнении указанных требований значение соответствующей переменной принимается равной 0. Рассмотрим матрицу  $Q$ , элементы которой  $q_{ijz} = 1$ , если на  $i$ -й технической системе в  $j$ -й работе должна применяться  $z$ -я разновидность ЭМ, и 0 в обратном случае. Это позволяет записать условие, гарантирующее для любой технической системы для каждого из видов работ выбор одной и только одной марки ЭМ

$$\sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} = q_{ijz}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n_i}, z = \overline{1, K_{ij}}.$$

Ограничение по запасам ЭМ

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} d_{ijzr} x_{ijzr}^0 \leq b_{zr}, z = \overline{1, K_{ij}}; r = \overline{1, m_{ijz}}.$$

Целевая функция задачи

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} c_{ijzr} x_{ijzr}^0.$$

Следовательно, задача сведена к нахождению переменных  $d_{ijzr} = 0, 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $j = \overline{1, n_i}$ ;  $z = \overline{1, K_{ij}}$ ;  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ , при которых

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} c_{ijzr} x_{ijzr}^0 \rightarrow \min :$$

$$\begin{cases} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} = q_{ijz}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n_i}, z = \overline{1, K_{ij}}; \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} d_{ijzr} x_{ijzr}^0 \leq b_{zr}, z = \overline{1, K_{ij}}, r = \overline{1, m_{ijz}}. \end{cases} \quad (3)$$

**Модель 4. Планирование технического обслуживания с определением количества обслуживаемых технических систем.** На выполнение технического обслуживания группы технических систем, состоящей из  $i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , единиц, выделены средства в размере  $C_0$ . Количество работ, которые необходимо провести с каждой технической системой,  $j = \overline{1, n_i}$ . Для каждой проводимой работы требуется наличие  $z$ ,  $z = \overline{1, K_{ij}}$ , разновидностей ЭМ. В качестве каждого из ЭМ может использоваться одна из его  $r$  марок,  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ . Норма расхода ЭМ  $r$ -й марки  $z$ -й разновидности для  $j$ -го вида работ на  $i$ -й технической системе составляет  $x_{ijzr}^0$ , а стоимость его единицы  $c_{ijzr}$ . Необходимо составить план проведения технического обслуживания для группы технических систем, при котором на выделенные средства обеспечивалось бы обслуживание возможно большего их числа.

**Формализация задачи.** Так же, как и в (3), будем использовать в математической модели матрицу  $Q$ , элементы которой равны 0 или 1. Элемент  $q_{ijz} = 1$ , если на  $i$ -й технической системе предусмотрено проведение  $j$ -й работы с применением  $z$ -й разновидности ЭМ. В противном случае элемент  $q_{ijz} = 0$ . Введем булевы переменные  $d_{ijzr} = 0, 1$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $j = \overline{1, n_i}$ ;  $z = \overline{1, K_{ij}}$ ;  $r = \overline{1, m_{ijz}}$ . Если  $i$ -я система к техническому обслуживанию не привлекается, то

$$\sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} = 0, z = \overline{1, K_{ij}}, j = \overline{1, n_i}.$$

В противном случае

$$\sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} = q_{ijz}, j = \overline{1, n_i}, z = \overline{1, K_{ij}}.$$

Ограничение по стоимости будет таким

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} c_{ijzr} x_{ijzr}^0 \leq C_0.$$

В качестве целевой функции необходимо взять общее количество технических систем, которые могут обслуживаться при выделенной сумме средств  $C_0$ . С этой целью вычислим значения

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} q_{ijz}, \quad i = \overline{1, N}. \text{ Смысл величины}$$

$\beta_i$  заключается в том, что она показывает количество разновидностей ЭМ, которые требуются при обслуживании  $i$ -й технической системы. Поэтому необходимо потребовать

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} \frac{d_{ijzr}}{\beta_i} \rightarrow \max.$$

Таким образом, задача сведена к виду: найти переменные  $d_{ijzr} = 0, 1, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, n_i}; z = \overline{1, K_{ij}}; r = \overline{1, m_{ijz}}$  такие, что:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} \frac{d_{ijzr}}{\beta_i} \rightarrow \max; \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} c_{ijzr} x_{ijzr}^0 \leq C_0; \\ \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} = 0 \vee q_{ijz}, i = \overline{1, N}, \forall j, z. \end{cases} \quad (4)$$

Для получения решений (1)...(3) можно применять метод вектора спада [2] или любой другой метод, предназначенный для решения задач линейного программирования с булевыми переменными. Модель (4) описывает задачу математического альтернативного программирования [3]. Метод решения (4) основан на введении дополнительных переменных  $y_i = 0, 1, i = \overline{1, N}$ . Если  $i$ -я система не обслуживается, то  $y_i = 1$  и  $y_i = 0$  в противном случае. Тогда модель (4) может быть записана так: найти переменные  $d_{ijzr} = 0, 1$  и  $y_i = 0, 1, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, n_i}, z = \overline{1, K_{ij}}, r = \overline{1, m_{ijz}}$  такие, что

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} \frac{d_{ijzr}}{\beta_i} \rightarrow \max:$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{z=1}^{K_{ij}} \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} c_{ijzr} x_{ijzr}^0 \leq C_0; \\ \sum_{r=1}^{m_{ijz}} d_{ijzr} - y_i q_{ijz}, i = \overline{1, N}, \forall j, z. \end{cases} \quad (5)$$

Формальный вид (5) такой же, как и (1)...(3). Поэтому ее решение находится аналогично.

Рассмотренные математические модели направлены на повышение эффективности ТО группы технических систем уже на этапе планирования. При этом обеспечивается оптимизация ресурсоемкости (объемов расхода различного рода ресурсов: материальных, финансовых, трудовых и т. п.) плана технического обслуживания. Относительно несложный вид моделей, применение известных методов и алгоритмов оптимизации позволяют выбирать экономически обоснованные варианты ТО группы сложных технических систем, используя для этого возможности ЭВМ. В случае необходимости имеется возможность оперативным образом корректировать соответствующий план технического обслуживания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Надежность и эффективность в технике: Справ. / Под ред. А. Н. Рембезы. – М.: Машиностроение, 1986. – Т. 8. – 273 с.
2. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – Киев: Наукова думка, 1985. – 384 с.
3. Волков И. К., Загоруйко Е. А. Исследование операций / Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: МГТУ, 2000. – 434 с.