

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИНЖЕНЕРНОЙ ПРАКТИКИ, ВОЗНИКШИЕ ПРИ РАСЧЕТЕ ФУНДАМЕНТНОЙ ПЛИТЫ КНИГОХРАНИЛИЩА НАЦИОНАЛЬНОЙ БИБЛИОТЕКИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Докт. техн. наук, проф. БОСАКОВ С. В., инж. КАЛОША О. И.

*Белорусский национальный технический университет,
УП «Минскпроект»*

Здание книгохранилища Национальной библиотеки Республики Беларусь является уникальным сооружением не только по функциональному назначению, но и по конструктивной схеме: при ширине конструкции 60 м в средней части по высоте нагрузка на фундаментную плиту передается через опорный контур в виде двойного 8-угольного ствола и 16 близстоящих колонн сечением 1,2×1,2 м, образующих опорный контур габаритами 24×24 м. Для равномерной передачи нагрузки в 128203 т на грунтовое основание фундаментная плита запроектирована грушевидной в плане, 2-этажной рамной сплошностенчатой конструкцией. По периметру высотного здания книгохранилища запроектирована малозэтажная пристройка для читальных залов (стилобат) на свайном основании.

На кафедре строительной механики БНТУ были проведены численные исследования величин абсолютных осадок фундаментной плиты книгохранилища и ее взаимодействия с основанием с применением современных методов вычислительной математики и теории упругости.

Ниже приведены следующие характеристики грунтов:

- модуль деформации $E_0 = 2600 \text{ т/м}^2$;
- коэффициент Пуассона $\nu_0 = 0,35$;
- толщина линейно-деформируемого слоя $H = 32 \text{ м}$;

- модуль деформации вторичного сжатия $E_0^B = 5200 \text{ т/м}^2$.

Величины E_0, ν_0, E_0^B приняты в соответствии с данными УП «Геосервис» и вычислены согласно [1].

Для фундаментной плиты принято:

$$h_b = 1,2 \text{ м}; \quad E_b = 3060000 \text{ т/м}^2; \quad \nu_b = \frac{1}{6}.$$

Оценка максимального изгибающего момента в нижней фундаментной плите. По предварительным оценкам, продольная сила в нижнем сечении 1,2×1,2 м нижней колонны составляет 2300 т. Эта сила передается на фундаментную плиту из бетона В25 толщиной 1,2 м. По [2] находим расчетную характеристику плиты (показатель гибкости)

$$S = 3 \frac{1 - \nu_1^2}{1 - \nu_0^2} \frac{E_0}{E_b} \frac{R^3}{h^3} = \quad (1)$$

$$= 3 \frac{1 - \frac{1}{36}}{1 - 0,35^2} \frac{2600}{3060000} \frac{31^3}{1,2^3} = 48,7 > 10.$$

Поэтому можно считать, что плита имеет неограниченные размеры. Ее упругая характеристика [2]

$$L = \frac{\sqrt[3]{2D(1 - \nu_0^2)}}{E_0} =$$

$$= \sqrt[3]{2 \frac{3060000 \cdot 1,2^3 (1 - 0,35^2)}{12 \left(1 - \frac{1}{36}\right) \cdot 2600}} = 6,74 \text{ м}. \quad (2)$$

Величину максимального момента под колонной определяем как для плиты неограниченных размеров

$$M_x = M_y = P \left(0,1123 - 0,09284 \ln \frac{C}{L} \right) =$$

$$= 2300 \left(0,1123 - 0,09284 \ln \frac{1,2}{6,74} \right) = 626,8 \text{ тм/м. (3)}$$

Находящиеся рядом колонны, разумеется, увеличат это значение момента. Поэтому можно сделать вывод, что принятое институтом «Минскпроект» решение о применении фундаментной рамы является обоснованным.

Определение осадки основания с использованием расчетной схемы линейно-деформируемого слоя. Вертикальные перемещения границы слоя, шарнирно соединенного с недеформируемым основанием (рис. 1), от действия вертикальной сосредоточенной силы P определялись по формуле [3], полученной методом специальной аппроксимации ядра подынтегральной функции [4]:

$$V(r) = \frac{P(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \left[\frac{1}{r} - \frac{H}{\sqrt{r^2 + 4H^2}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^6 a_n \frac{\Gamma(n+1)}{\left(4 + \frac{r^2}{H^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}} P_n \left(\frac{2H}{\sqrt{r^2 + 4H^2}} \right) \right]; \quad (4)$$

$$r^2 = x^2 + y^2; \quad a_1 = -\frac{3}{2}; \quad a_2 = -1; \quad a_3 = -\frac{1}{3};$$

$$a_4 = 0; \quad a_5 = \frac{1}{18}; \quad a_6 = \frac{1}{48},$$

где $\Gamma(t)$ – Гамма-функция; $P_n(t)$ – полином Лежандра [5].

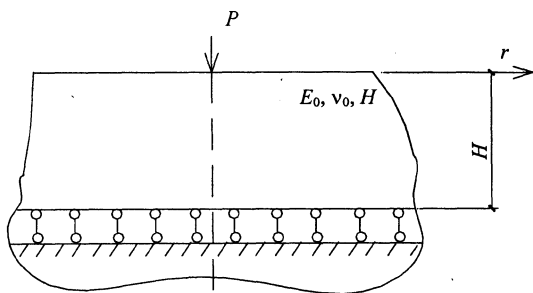


Рис. 1. Осесимметричное приложение сосредоточенной силы на упругий слой

При расчете поверхность контакта фундаментной плиты с упругим основанием разбивалась на 705 квадратных и 64 треугольных участков Б. Н. Жемочкина [6].

Выбор авторами декартовой системы координат объясняется тем, что, хотя контур фундаментной плиты описывается проще в полярных координатах, сетка колонн принята с шагом 6 м. Одинаковый шаг участков Б. Н. Жемочкина по осям OX и OY необходим для удобства численного вычисления производных от прогибов плиты. Разбивка фундаментной плиты на участки Б. Н. Жемочкина приведена на рис. 2.

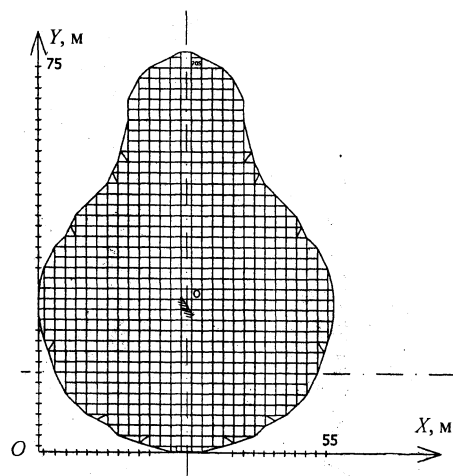


Рис. 2. Принятая при расчете разбивка фундаментной плиты на участки Б. Н. Жемочкина

Далее составлялись канонические уравнения способа Б. Н. Жемочкина в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^n \delta_{ik} X_k + \varphi_{ox} y_i + \varphi_{oy} x_i + U_0 + \Delta_{ip} \right) = 0; \\ - \sum_{k=1}^n X_k y_k + M_{px} = 0; \\ - \sum_{k=1}^n X_k x_k + M_{py} = 0; \\ - \sum_{k=1}^n X_k + Q = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где U_0 , φ_{ox} , φ_{oy} – линейные и угловые перемещения введенного защемления на плите; Q , M_{px} , M_{py} – равнодействующая внешних сил, действующих на плиту, и моменты этой равнодействующей относительно осей OY и OX ; X_k – уси-

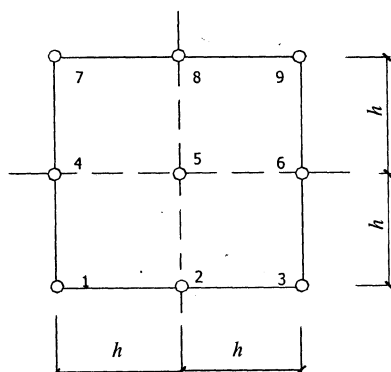
лие в связи Б. Н. Жемочкина с номером k ; n – число участков Б. Н. Жемочкина на плите.

Коэффициенты при неизвестных δ_{ik} и свободные члены Δ_{ip} системы (5) зависят от прогибов плиты с защемленной нормалью и перемещения участка Б. Н. Жемочкина от единичной силы. Так как по классификации М. И. Горбунова-Посадова плита относится к категории бесконечных, прогибы фундаментной плиты с защемленной нормалью определялись по формуле [3]

$$Z_{ik}(r) = \frac{(P=1)b^2}{16\pi D} \left[\frac{a^2 - 2\arccos\theta + r^2}{b^2} \ln \frac{a^2 - 2\arccos\theta + r^2}{b^2} + \frac{4\arccos\theta}{b^2} \left(\ln \frac{ar}{b^2} + 1 \right) - \frac{a^2}{b^2} \ln \frac{a^2}{b^2} - \frac{r^2}{b^2} \ln \frac{r^2}{b^2} \right] \quad (6)$$

где a, θ – полярные координаты точки приложения сосредоточенной силы на бесконечной плите с защемленной нормалью; D – цилиндрическая жесткость фундаментной плиты.

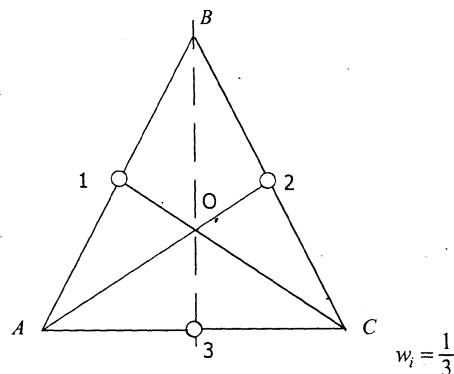
Осадки упругого основания от действия единичной силы, распределенной по прямолинейному участку Б. Н. Жемочкина, определялись по методике [3]. То есть, первое слагаемое в формуле (4), содержащее сингулярность, интегрировалось точно, а остальные слагаемые вычислялись по квадратным формулам [5], [7]. Порядок численного интегрирования, выбор шаблонных точек и весовых функций приведены на рис. 3 и 4.



x_i	y_i	w_i
0	0	4/9
$\pm h$	$\pm h$	1/36
$\pm h$	0	1/9
0	$\pm h$	1/9

$$\frac{1}{4h^2} \iint_S f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^9 w_i f(x_i, y_i)$$

Рис. 3. Пояснение к квадратурной формуле для интегрирования по площади квадрата



$$\iint_S f(x, y) dx dy = S \sum_{i=1}^3 w_i f(x_i, y_i) \quad (S - \text{площадь } \triangle ABC),$$

$$A1 = 1B; B2 = 2C; C3 = 3A.$$

Рис. 4. Пояснение к квадратурной формуле для интегрирования по площади треугольника

Вначале были выполнены два расчета при совокупной нагрузке на фундаментную плиту 128203 т и $E_0 = 2600$ т/м².

1. Расчет жесткой фундаментной плиты при учете только 705 квадратных участков.

2. Расчет жесткой фундаментной плиты при учете 705 квадратных и 64 треугольных участков.

При расчетах определялись:

- средняя осадка

$$W_{cp} = \frac{1}{705} \sum_{i=1}^{705} W_i, \quad (7)$$

где W_i – осадка центра участка Б. Н. Жемочкина с номером i ;

• эквивалентный коэффициент постели C_1^{cp} в такой последовательности: рассчитывался коэффициент постели для каждого участка Б.Н. Жемочкина по формуле

$$C_1^i = \frac{p_i}{W_i}, \quad (8)$$

где p_i – реактивное давление в участке Б. Н. Жемочкина с номером i .

Далее находился эквивалентный коэффициент постели

$$C_1^{cp} = \frac{1}{705} \sum_{i=1}^{705} C_1^i. \quad (9)$$

В табл. 1 приводятся данные обоих расчетов.

Таблица 1

Номер расчета	$W_{\text{ср}}, \text{м}$	$C_1^{\text{ср}}, \text{т/м}^3$
1	0,33966	137,1
2	0,33889	124,9

Анализ числовых данных табл. 1 дает авторам основание проводить дальнейшие вычисления при учете только 705 квадратных участков Б. Н. Жемочкина.

Перед выполнением расчетов по определению средней осадки фундаментной плиты было проведено сопоставление результатов расчетов авторов с опубликованными данными по нахождению вертикальных перемещений круглого осесимметрично нагруженного жесткого штампа на упругом слое конечной толщины [4].

На рис. 5 приведен график зависимости $\frac{H}{a}$ и $\frac{2P(1-\nu_0^2)}{E_0 a W}$ по данным [4] (a – радиус штампа).

С помощью рис. 5 были найдены осадки круглой плиты при толщине слоя $H = 18$ и 32 м и эквивалентном радиусе $a = 31$ м. В табл. 2 приведены величины средней осадки фундаментной плиты без учета разуплотнения грунта при разработке котлована по расчету авторов и данным [4] для двух значений величины толщины слоя.

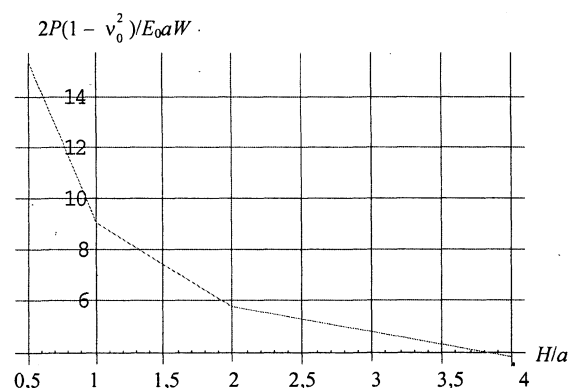


Рис. 5. Зависимость осадки W круглого штампа от приведенной толщины слоя H/a

Таблица 2

Толщина слоя	$H = 18 \text{ м}$	$H = 32 \text{ м}$
Средняя осадка по расчетам авторов	22,51 см	33,78 см
То же по данным [4] (форма плиты принималась круглой)	19,94 см	31,76 см

При определении средней осадки фундаментной плиты с учетом разуплотнения грунта в процессе разработки котлована при нагрузке на фундамент, меньшей веса вынутого грунта, использовался модуль деформации вторичного сжатия $E_0^B = 5200 \text{ т/м}^2$ (рис. 6).

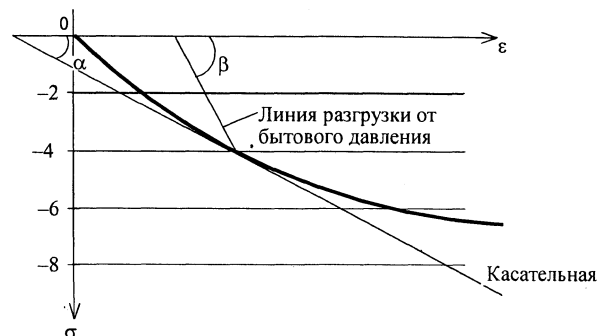


Рис. 6. Зависимость $\sigma - \varepsilon$ для грунтового основания

Последовательно вычисляем:

- ориентировочно вес вынутого грунта при средней величине объемного веса грунта $\gamma_0 = 1,8 \text{ т/м}^2$ и глубине котлована 16 м составляет

$$P_{\text{гр}} = \pi \cdot 31^2 \cdot 16 \cdot 1,8 = 86949,2 \text{ т}; \quad (10)$$

- среднюю осадку от внешней нагрузки на фундаментную плиту, соответствующую весу вынутого грунта, при толщине слоя $H = 32 \text{ м}$ и $E_0^B = 5200 \text{ т/м}^2$

$$W_{\text{ср}}^1 = 11,45 \text{ см}; \quad (11)$$

- среднюю осадку фундаментной плиты от внешней нагрузки, соответствующую дополнительному давлению от силы $P_1 = 128203 - 86949,2 = 41253,8 \text{ т}$ при толщине слоя $H = 32 \text{ м}$ и $E_0 = 2600 \text{ т/м}^2$

$$W_{\text{ср}}^2 = 10,87 \text{ см}; \quad (12)$$

- суммарную среднюю осадку фундаментной плиты с учетом разуплотнения грунта при разработке котлована

$$W_{\text{ср}} = 22,32 \text{ см}. \quad (13)$$

Полученная величина средней осадки фундаментной плиты незначительно отличается от результатов БелНИИС [8], где она колебалась в интервале $S = 19,5 \dots 23 \text{ см}$ в зависимости от номера скважины.

Определение коэффициентов постели C_1 и C_2 модели основания Пастернака для расчета корпуса книгохранилища по программным комплексам. При определении коэффициентов постели C_1 и C_2 , моделирующих грунтовое основание под фундаментной плитой книгохранилища, по формулам [9] как для плитного фундамента на однослойном основании находим:

$$C_1 = \frac{E_0}{H(1 - 2\nu_0^2)}; \quad C_2 = \frac{E_0 H}{6(1 + \nu_0)}. \quad (14)$$

Получается соответственно при $E_0 = 260 \text{ т/м}^2$ и $H = 32 \text{ м}$:

$$C_1 = 107,6 \text{ т/м}^3; \quad C_2 = 10272 \text{ т/м}. \quad (15)$$

Если за основу принять формулы М. И. Горбунова-Посадова [2], то получим:

для шарнирно опертого слоя

$$C_1 = \frac{E_0}{H(1 - \nu_0^2)} = 92,6 \text{ т/м}^3; \quad (16)$$

для жестко защемленного слоя

$$C_1 = \frac{(1 - \nu_0)E_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)H} = 130,4 \text{ т/м}^3,$$

причем в [2] подчеркивается, что при таком соотношении $\frac{H}{a}$ ошибка составляет порядка 8 %. Для величин C_2 , характеризующих в модели Пастернака работу грунта за пределами фундамента, в [2] формула отсутствует. Определим величину C_1 из условия наилучшего совпадения результатов расчетов по теории грунтового основания с двумя коэффициентами постели и теории линейно-деформируемого слоя [2]. Для этого вычисляем:

- среднее давление на основание

$$P = \frac{128203}{705 \cdot 4} = 45,462 \text{ т/м}^3; \quad (17)$$

- эквивалентный C_1 как частное от деления среднего давления на среднюю осадку

$$C_1^{\text{экв}} = \frac{45 \cdot 462}{0,2232} = 203,68 \text{ т/м}^3. \quad (18)$$

Так как изменение величины $C_2^{\text{экв}}$ незначительно влияет на напряженно-деформирован-

ное состояние сооружения, для расчетов исполнители рекомендуют оставить $C_2^{\text{экв}}$, рассчитанное по (15).

Определение горизонтальной жесткости фундаментной плиты выполнялось способом Б. Н. Жемочкина [6] при принятой выше разбивке на участки (рис. 2). За расчетную модель упругого основания бралось однородное изотропное полупространство, так как задача о действии на шарнирно опертый слой горизонтальной силы лишена смысла. В центре каждого участка ставились две горизонтальные и одна вертикальная связь, через которые осуществлялся контакт фундаментной плиты с упругим основанием. Систему канонических уравнений для определения неизвестных усилий и перемещений плиты можно записать в блочном виде

$$\begin{bmatrix} U_u & U_v & U_w \\ V_u & V_v & V_w \\ W_u & W_v & W_w \\ - & - & - \\ 0 & 0 & -Y_i \\ 0 & 0 & -X_i \\ -Y_i & -X_i & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & Y_i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_u \\ X_v \\ X_w \\ \Phi_{ox} \\ \Phi_{oy} \\ \Phi_{oz} \\ u_0 \\ \nu_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где U_u, U_v, U_w – горизонтальные перемещения в направлении OX от действия соответственно горизонтальных по OX , горизонтальных по OY и вертикальных единичных сил, распределенных по участку Б. Н. Жемочкина на контакте плиты с упругим основанием; V_u, V_v, V_w – то же в направлении OY ; W_u, W_v, W_w – то же в направ-

лении. OZ (рис. 2) (все перемещения определялись на основании интегрирования решений Буссинеска и Черрути [10]); X_u , X_v , X_w – усилия в горизонтальных и вертикальных связях Б. Н. Жемочкина; φ_{ox} , φ_{oy} , φ_{oz} , u_0 , v_0 , w_0 – угловые и линейные перемещения фундаментной плиты, считая ее бесконечно жесткой в своей плоскости и на изгиб.

Предварительные расчеты, выполненные на прямоугольной плите, показали, что величина горизонтальной податливости определяется в основном блоком U_u системы (19). Подтверждением этому служат данные табл. 3, где даны горизонтальные и вертикальные перемещения прямоугольной плиты по площади, эквивалентной рассматриваемой, от действия горизонтальной силы $P = 1$ при $v_0 = 0,35$ при разбивке на 120 квадратных участков 5×5 м.

Таблица 3

Характеристика системы	$u_0 \frac{\pi E_0 \Delta x}{P=1}$	$v_0 \frac{\pi E_0 \Delta x}{P=1}$	$w_0 \frac{\pi E_0 \Delta x}{P=1}$
Укороченная система уравнений	0,27170	0	0
Полная система уравнений	0,27202	0	-0,0046

Поэтому вычисление горизонтальной жесткости фундаментной плиты определялось при учете только горизонтальных по OX перемещений поверхности упругого основания. Это вполне оправдано, так как в условиях эксплуатации фундаментная плита лишена возможности поворота относительно всех осей. Результаты расчета при разбивке плиты на 705 прямоугольных участков Б. Н. Жемочкина дают величину горизонтального смещения плиты от единичной силы, действующей на плиту по направлению OX ($\Delta x = 2$ м):

$$U_0 = \frac{0,110086}{\pi E_0 \Delta x} (P=1) = 0,0550 \frac{1}{\pi E_0}. \quad (20)$$

Для контроля была определена горизонтальная жесткость прямоугольной плиты эквивалентных размеров 40×75 м ($\Delta x = 5$ м, $\Delta y = 5$ м). Получено

$$U_0 = \frac{0,2717}{\pi E_0 \Delta x} (P=1) = 0,0543 \frac{1}{\pi E_0}, \quad (21)$$

что подтверждает правильность расчетов исполнителей.

Таким образом, если поверхность рассчитываемой фундаментной плиты в МКЭ разбита на I узлов, то в каждый узел по оси OX нужно поставить упругую горизонтальную связь жесткостью

$$r_x = \pi E_0 \frac{18,1676}{I} \text{ (т/м)}. \quad (22)$$

Аналогичные расчеты для определения жесткости горизонтальной связи по направлению оси OY (рис. 2) дали

$$r_y = \pi E_0 \frac{17,4937}{I} \text{ (т/м)}. \quad (23)$$

Горизонтальное перемещение фундаментной плиты книгохранилища от действия горизонтальной равнодействующей ветровой нагрузки 100 т равно

$$U = 0,110086 \frac{100}{\pi \cdot 5200 \cdot 2} = 0,34 \text{ мм}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.02.01–83 «Основания зданий и сооружений». – М., 1985. – 41 с.
2. Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А., Соломин В. И. Расчет конструкций на упругом основании. – М.: Стройиздат, 1984. – 679 с.
3. Босаков С. В. Статические расчеты плит на упругом основании. – Мн.: БНТУ, 2002. – 128 с.
4. Александров В. М., Ворович И. И., Бабешко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. – М., 1974. – 456 с.
5. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
6. Жемочкин Б. Н., Синицин А. П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. – М.: Стройиздат, 1962. – 239 с.
7. Cowner E. R. Gaussian quadrature formulae for triangle / I. J. Nun. Math. Eng. 1973, V. 7. – P. 405–408.
8. Заключение по расчету деформаций основания, содержащего биогенные грунты фундаментной плиты под здание Национальной библиотеки Беларуси. Исп. В. Е. Сесыков и др. – НИЭП УП «БелНИИС». – Мн., 2002. – 82 с.
9. «Lipa-Windows». Руководство пользователя / Под ред. А. С. Городецкого и др. – Киев: Факт, 1997. – 141 с.
10. Флорин В. А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1959. – Т. 1. – 357 с.