УДК 537.84

К ТЕОРИИ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО УПЛОТНЕНИЯ

Докт. физ.-мат. наук, проф. БАШТОВОЙ В. Г., асп. АЛЬГАДАЛ А. М.

Белорусский национальный технический университет

Уплотнительные устройства с использованием уникальных свойств такого технологического материала, как магнитные жидкости, в настоящее время находят широкое применение в различных отраслях промышленности, особенно в машиностроении, приборостроении и электронике, вакуумной технике [1–3]. Уплотнение зазоров между движущимися поверхностями, например между вращающимся валом машины и корпусом, с помощью магнитных жидкостей осуществляется за счет заполнения ими этих зазоров и удержания их в требуемом месте неоднородным магнитным полем, создаваемым, как правило, системой постоянных магнитов и магнитопроводов. Основной задачей магнитной системы является создание магнитного поля, обеспечивающего как можно большую магнитную силу, удерживающую объем магнитной жидкости в зазоре уплотнения.

В настоящей работе предлагается теоретическая модель магнитожидкостного уплотнения, позволяющая осуществить аналитический расчет его статических характеристик, и приводятся данные экспериментов*, свидетельствующие об адекватности предлагаемой модели.

Теория. Схема уплотнения и двумерная плоская геометрия рассматриваемой задачи представлены на рис. 1. Объем магнитной жидкости (MF) длиной L и шириной h заполняет зазор между двумя плоскими поверхностями $x = 0$ и $x = h$ и удерживается в нем неоднородным магнитным полем, создаваемым магнитным полюсом с заостренной торцевой частью, обеспечивающей максимально возможную концентрацию магнитного поля под полюсом. Как показывают расчеты, форма свободных поверхностей жидкости $y = L - b$ и $y = -b$ не сильно влияет на результаты, поэтому эти поверхности предполагаются плоскими.

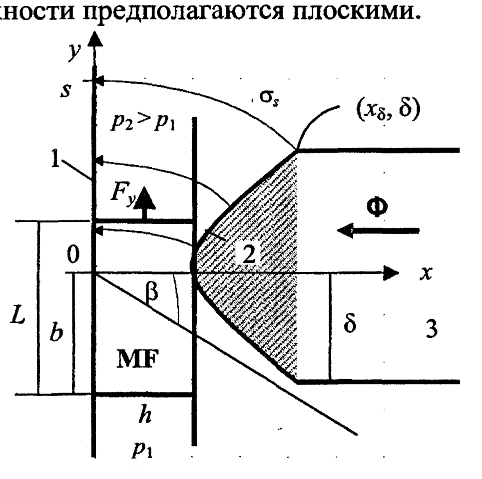

Рис. 1. Геометрия задачи и модель магнитной системы магнитожидкостного уплотнения: 1 – поверхность вала; 2 – полюс магнита с заостренной торцевой частью – концентратор магнитного поля; 3 – линейная часть магнитопровода с магнитным потоком Ф

В линейной части магнитопровода внешним источником создается постоянный магнитный поток, величина которого на единицу длины в поперечном направлении есть Ф. В зазоре магнитожидкостного уплотнения объем магнитной жидкости при отсутствии перепадов давления занимает равновесное положение $b = L/2$, соответствующее нулевому значению результирующей магнитной силы. При смещении объема из положения равновесия, например под действием возникшего перепада давления $\Delta p = p_2 - p_1$, на него начинает действовать не-

* Проведены при участии В. Б. Самойлова.

равная нулю магнитная сила F_y, стремящаяся вернуть ее в положение равновесия. Величина этой силы тем больше, чем больше смещение объема от положения равновесия. Равновесное положение капли при действии перепада давления определяется равенством магнитной силы и силы давления.

Сила F, действующая на объем V магнитной жидкости с намагниченностью M со стороны магнитного поля с модулем напряженности H и его градиентом ∇H, определяется следующим интегралом по этому объему: $F = \mu_0 \int\limits_V M\nabla H dV$, где $\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Считая жидкость намагниченной до насыщения ($M = M_s = \mathrm{const}$) и учитывая плоскую геометрию рассматриваемой задачи, получим следующее выражение для магнитной силы:

$$F_y = \mu_0 M_S W \int\limits_{-b}^{L-b} \int\limits_0^h \frac{\partial H}{\partial y} dx dy = \tag{1}$$

$$= \mu_0 M_S W \int\limits_0^h [H(y = L - b, x) - H(y = -b, x)] dx,$$

где W – длина капли жидкости в третьем измерении.

Этой силой определяется удерживаемый перепад давления в магнитожидкостном уплотнении $\Delta p = p_2 - p_1 = F_y / Wh$.

Как показано в [4], хорошим приближением к реальности, позволяющим в дальнейшем выполнить аналитическое рассмотрение ситуации, может служить допущение о том, что форма поверхности концентратора определяется уравнением гиперболы $y^2 = (x^2 - h^2)\mathrm{tg}^2\beta$, где h – x-координата вершины гиперболы (величина зазора между валом и концентратором); 2β – угол между асимптотами гиперболы – угол заточки концентратора (рис. 1). В этом случае силовые линии магнитного поля описываются функцией $\sigma = \mathrm{const}$, которая имеет вид:

$$\sigma = \frac{1}{2}\left[\sqrt{(x/c+1)^2 + (y/c)^2} + \sqrt{(x/c-1)^2 + (y/c)^2}\right];$$

$$c = h / \cos\beta. \tag{2}$$

Модуль напряженности магнитного поля H в зазоре определяется выражением

$$H = H_a \frac{h \sin\beta}{[[(x^2 + y^2)\cos^2\beta + h^2]^2 - 4h^2 x^2 \cos^2\beta]^{1/4}}, \tag{3}$$

где $H_a = H(x = h,\, y = 0)$ – значение напряженности магнитного поля на вершине концентратора.

В дальнейшем в качестве основной сохраняющейся характеристики рассматриваемой магнитной системы примем величину магнитного потока Φ в магнитопроводе. Будем считать, что практически весь магнитный поток в зазоре сосредоточен между двумя крайними силовыми линиями магнитного поля σ_s, выходящими из тех точек концентратора $y = \pm\delta$, в которых его заостренная часть сопрягается с прямолинейной частью магнитопровода. Этот поток входит в поверхность вала на участке $-s \le y \le s$.

Учитывая симметрию задачи, а также тот факт, что на поверхности вала силовые линии направлены по нормали к ней, магнитный поток на поверхности вала определяется выражением

$$\Phi = 2\int\limits_0^s H_x(x=0)dy = 2\int\limits_0^s H(x=0)dy = 2H_a h(\mathrm{tg}\beta)\ln \times \tag{4}$$

$$\times\left(\frac{s\cos\beta + \sqrt{s^2\cos^2\beta + h^2}}{h}\right).$$

Координата s находится из уравнения для крайней силовой линии σ_s, которое на поверхности вала имеет значение

$$\sigma_s = \sqrt{1 + s^2\cos^2\beta / h^2}.$$

Откуда

$$s = (a/\cos\beta)\sqrt{\sigma_s^2 - 1}.$$

С учетом этого выражение (4) для магнитного потока можно переписать в виде

$$\Phi = 2H_a h(\mathrm{tg}\beta)\ln\left(\sqrt{\sigma_s^2 - 1} + \sigma_s\right).$$

Величина σ_s определяется по (2) из значения этой силовой линии в точке выхода ее из поверхности концентратора: $\sigma_s = \sigma(x = x_\delta,\, y = \delta)$; y-координата этой точки равна δ, а x-координата находится из уравнения гиперболы

$$x_\delta = x(y = \delta) = \sqrt{(\delta^2 / \mathrm{tg}^2\beta) + h^2}\,.$$

Таким образом:

$$\sigma_s = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{\cos\beta}{h}\sqrt{\frac{\delta^2}{\mathrm{tg}^2\beta} + h^2} + 1\right)^2 + \frac{\delta^2\cos^2\beta}{h^2}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\frac{\cos\beta}{h}\sqrt{\frac{\delta^2}{\mathrm{tg}^2\beta} + h^2} - 1\right)^2 + \frac{\delta^2\cos^2\beta}{h^2}}\right].$$

Обезразмерим выписанные выше соотношения, выбрав в качестве масштаба длины ширину слоя магнитной жидкости h, а модуля напряженности магнитного поля – $H_0 = \Phi/\delta$. Тогда для безразмерных величин: $H' = H / H_0$; $x' = x / h$; $y' = y / h$; $b' = b / h$; $L' = L / h$; $F_y' = F_y / (\mu_0 M_S H_0 W h)$; $\Delta P' = \Delta P / k$; $k = \mu_0 M_S H_0$; $\gamma = \delta/h$ набор соотношений для определения магнитной силы, удерживающей рассматриваемый объем магнитной жидкости в зазоре уплотнения, примет следующий вид:

$$F_y = \Delta P = \int_0^1 [H(y = L - b, x) - H(y = -b, x)]dx\,;$$

$$H = H_a \frac{\sin\beta}{[[(x^2 + y^2)\cos^2\beta + 1]]^2 - 4x^2\cos^2\beta]^{1/4}};$$

$$H_a = \frac{\gamma}{2(\mathrm{tg}\beta)\ln(\sqrt{\sigma_s^2 - 1} + \sigma_s)}; \qquad (5)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\cos\beta\sqrt{\frac{\gamma^2}{\mathrm{tg}^2\beta} + 1} + 1\right)^2 + \gamma^2\cos^2\beta} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\cos\beta\sqrt{\frac{\gamma^2}{\mathrm{tg}^2\beta} + 1} - 1\right)^2 + \gamma^2\cos^2\beta}\right]$$

(штрихи у букв для краткости опущены).

Определим критическое значение перепада давления Δp_*, удерживаемого магнитожидкостным уплотнением, как максимально возможное при заданных размерах объема жидкости L. Оно соответствует такому положению объема жидкости, при котором одна из его вертикальных границ совпадает с осью симметрии полюса магнита, например $b = L$. Наибольшее (предельное) $\Delta p_{\lim}$ значение этого перепада будет иметь место при стремлении длины объема жидкости к бесконечности: $\Delta p_{\lim} = \Delta p_*(L \to \infty)$, т. е. когда вторая вертикальная граница капли ($y = -L$) практически выходит из зоны действия магнитного поля: $H(y = -L, z) = 0$. После подстановки выражения для напряженности магнитного поля при $H(y = -L, z) = 0$, $b = L$ в подынтегральное выражение для силы и вычисления этого интеграла для $\Delta p_{\lim}$ получается следующее соотношение:

$$\Delta p_{\lim} = \frac{\gamma}{2\ln\left(\sqrt{\sigma_s^2 - 1} + \sigma_s\right)}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right).$$

При больших значениях γ ($\gamma >> 1$) имеем: $\sigma_s = \gamma/\mathrm{tg}\beta$; $s = \delta/\sin\beta$,

$H_a = \gamma / [2\mathrm{tg}\beta \ln(2\gamma / \mathrm{tg}\beta)]$, а выражение для предельного значения удерживаемого перепада давления приобретает наиболее простой вид

$$\Delta p_{\lim} = \frac{\gamma}{2\ln(2\gamma / \mathrm{tg}\beta g)}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right). \qquad (6)$$

Рассчитанные по (5) зависимости $\Delta p_*(L)$ представлены на рис. 2, из которого видно, что критический перепад давления увеличивается при уменьшении зазора и уже при длине объема жидкости, примерно равной полуширине магнитопровода ($L/\gamma = 1$), выходит на предельно возможное значение.

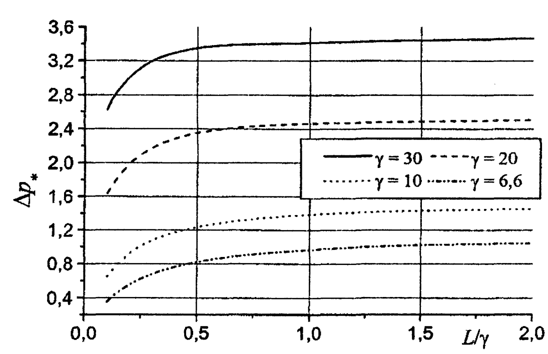

Рис. 2. Зависимость безразмерного критического перепада давления Δp_* в зазоре уплотнения от относительной длины капли магнитной жидкости L/γ при разных значениях зазора ($\gamma = \delta/h$)

Эксперимент. Экспериментальные исследования выполнены на действующей модели магнитожидкостного уплотнения цилиндрического вала диаметром 40 мм с величинами уплотняемого зазора 0,1; 0,2 и 0,3 мм. В экспериментах использовалась магнитная жидкость $MM_{тр}$ на основе трансформаторного масла с намагниченностью насыщения M_S = 40 кА/м. Угол заточки полюса магнита β составлял 15; 22,5; 30; 37,5°, а полуширина линейной части магнитопровода δ равнялась 2 мм. Удельный магнитный поток Ф в магнитопроводе равнялся $2 \cdot 10^{-3}$ Тл/м, что для индукции магнитного поля в зазоре дает величину порядка 1 Тл. При этом масштабный коэффициент k для удерживаемого перепада давления составляет $k = \mu_0 M_S H_0 = 0{,}4 \cdot 10^5$ Па. В эксперименте измерялся предельно возможный удерживаемый перепад давления $\Delta p_{\lim}$. Как показали результаты эксперимента и расчета в исследованном диапазоне углов заточки полюса магнита диапазон изменений $\Delta p_{\lim}$ не превышает 5 %.

Результаты эксперимента и данные расчета по формуле (6) при β = 22,5° представлены на рис. 3, который демонстрирует их хорошее согласование.

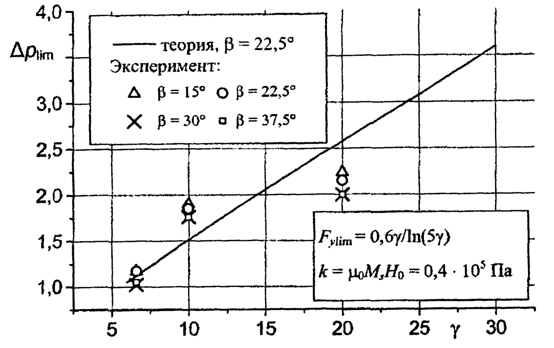

Рис. 3. Зависимость предельного безразмерного перепада давления $\Delta p_{\lim}$, удерживаемого магнитожидкостным уплотнением, от величины зазора $\gamma = \delta/h$

ВЫВОД

Предложенные в работе аналитические соотношения могут быть рекомендованы для расчета статических характеристик магнитожидкостного уплотнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Розенцвейг, Р.** Феррогидродинамика / Р. Розенцвейг. – М.: Мир, 1989. – 356 с.

2. **Баштовой, В. Г.** Введение в термомеханику магнитных жидкостей / В. Г. Баштовой, Б. М. Берковский, А. Н. Вислович. – М.: ИВТАН, 1985. – 188 с.

3. **Берковский, Б. М.** Магнитные жидкости / Б. М. Берковский, В. Ф. Медведев, М. С. Краков. – М.: Химия, 1989. – 240 с.

4. **Полевиков, В. К.** Об устойчивости статического магнитожидкостного уплотнения под действием внешнего перепада давления / В. К. Полевиков // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1997. – № 3. – С. 170–175.

Поступила 30.03.2006