УДК 621.937

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОМЕРНОСТИ НАНЕСЕНИЯ ПОКРЫТИЙ НА ПРИМЕРЕ НАПЫЛЕНИЯ АБРАЗИВНОЙ СУСПЕНЗИИ НА ПОВЕРХНОСТЬ ОГРАНОЧНОГО ДИСКА

Докт. техн. наук, проф. КИСЕЛЕВ М. Г., СТЕПАНЕНКО Д. А.

Белорусский национальный технический университет

При изготовлении ограночного диска напыление является подготовительной операцией процесса формирования алмазоносного слоя, выполняемой с целью предварительного закрепления зерен алмазных микропорошков, которые затем внедряются в поверхностный слой материала диска и закрепляются в нем путем механического шаржирования (укатки) [1]. При этом характер распределения алмазных частиц, определяемый технологическими параметрами процесса напыления, оказывает существенное влияние на формирование эксплуатационных показателей ограночного диска на операции его укатки. В [2] была предложена математическая модель этого процесса и на ее основе рассчитана функция плотности распределения абразивных частиц по поверхности диска. Было показано, что для стационарных значений технологических параметров процесса (скорость перемещения сопла распылительного устройства v_s, расход абразивной суспензии v, концентрация абразивных частиц в суспензии μ, скорость вращения диска $\omega_д$) распределение частиц вдоль радиуса диска имеет неравномерный характер. Следует отметить, что предложенная модель может быть использована для описания других технологических процессов, связанных с переносом вещества и имеющих сходную кинематику, в частности процессов напыления покрытий различными методами. В этом случае плотности распределения частиц будет соответствовать толщина покрытия и равномерность напыления может иметь важное значение. В связи с этим на примере процесса напыления абразивной суспензии была исследована возможность обеспечения равномерности нанесения покрытий за счет управления параметрами процесса.

Пусть R – радиус диска; r – радиус зоны распыления; $S = \pi r^2$ – площадь зоны распыления; $T = \dfrac{R-2r}{v_s}$ – общее время напыления суспензии.

Разобьем общее время распыления суспензии на N равных временных интервалов длительностью

$$\Delta t = \frac{R-2r}{Nv_s},$$

где N – достаточно большое целое число.

Введем целочисленную переменную f с нулевым начальным значением. Для каждого момента времени $t_i = i\Delta t$, где $i = 0, 1, ..., N-1$, будем проверять условия принадлежности рассматриваемой точки поверхности диска с координатами (ρ, φ) зоне распыления. Если точка находится в зоне распыления, то будем увеличивать значение переменной f на единицу. Вычисленная таким образом переменная f (частотная переменная) будет характеризовать суммарное время пребывания рассматриваемой точки в зоне распыления. При этом плотность распределения частиц в рассматриваемой точке может быть приближенно определена по следующей формуле:

$$p(\rho,\varphi) = \frac{v_s f(\rho,\varphi)\Delta t}{S(R-2r)}. \qquad (1)$$

Данный приближенный метод расчета может быть обоснован следующим образом.

Представим функцию плотности распределения частиц в интегральной форме

$$p(\rho,\varphi)=\frac{v_s}{S(R-2r)}\int_0^T \chi_S(\rho,\varphi,t)dt\,.$$

Здесь $\chi_S(\rho,\varphi,t)$ – функция, характеризующая принадлежность точки M поверхности диска с координатами (ρ,φ) зоне распыления S в момент времени t. По аналогии с термином, применяемым в теории множеств, назовем эту функцию характеристической. Если в момент времени t выполняется условие $M(\rho,\varphi)\in S$, будем придавать характеристической функции значение, равное единице, в противном случае – значение, равное нулю. Если в интегральной форме записи заменить интеграл приближенным выражением по квадратурной формуле прямоугольников, то получим выражение

$$p(\rho,\varphi)=\frac{v_s\Delta t}{S(R-2r)}\sum_{i=0}^{N-1}\chi_S(\rho,\varphi,i\Delta t)\,,$$

где $\Delta t = T/N$ – шаг разбиения области интегрирования.

Входящая в это выражение сумма значений характеристической функции в узловых точках может быть отождествлена с введенной выше частотной переменной, если принять во внимание определение характеристической функции.

Трудность реализации частотного метода состоит в том, что, как правило, $r \ll R$, и в этом случае число интервалов N, необходимое для достаточно точного расчета, настолько велико, что непосредственный анализ принадлежности рассматриваемой точки зоне распыления для каждого момента времени требует значительных затрат машинного времени. В связи с этим запишем выражение для моментов времени в виде

$$t_k=(N_t(n)+k)\Delta t\,,$$

где $N_t(n)=\left[\frac{2\pi n}{\omega_д\Delta t}\right]$ – количество полных временных интервалов, соответствующее n полным оборотам диска; n принимает значения от нуля до $M-1$; M – число полных оборотов, совершаемых диском за полное время распыления,

$$M=\left[\frac{\omega_д T}{2\pi}\right];$$

k – целое число, принимающее значения от 1 до $k_{\max}(n)$; последнее определяется выражением

$$k_{\max}(n)=N_t(n+1)-N_t(n)\,.$$

Можно сократить число рассматриваемых моментов времени, выделив для каждого оборота значения переменной k, для которых возможно попадание рассматриваемой точки в зону распыления.

Для реализации описанного метода была разработана программа на встроенном языке программирования системы компьютерной алгебры MathCAD. Результаты расчета приведены на рис. 1. Сплошная кривая соответствует результатам, полученным частотным методом. Крестообразные маркеры соответствуют результатам, которые получены путем расчетов по алгоритму, приведенному в [2].

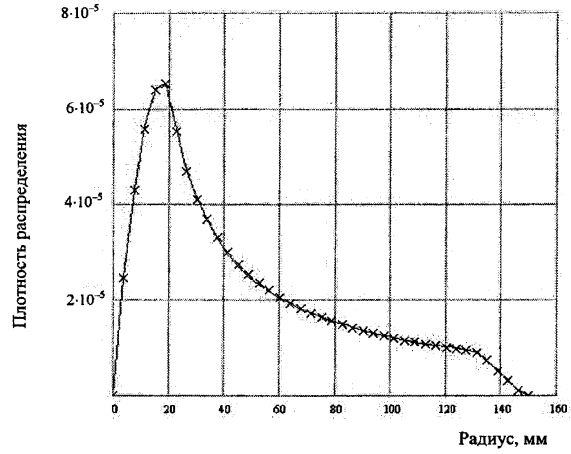

Рис. 1. Результаты расчета плотности распределения частиц различными методами

Расчет был выполнен для следующих значений параметров:

- радиус диска $R=150$ мм;
- радиус зоны распыления $r=10$ мм;
- скорость перемещения сопла распылительного устройства $v_s=1$ мм/с;
- угловая скорость вращения диска $\omega_д=10$ с$^{-1}$.

Из анализа приведенных на рисунке данных следует, что результаты, полученные путем расчета различными методами, совпадают с высокой точностью.

Для анализа условий равномерности напыления рассмотрим точку поверхности диска с угловой координатой φ_0, равной в начальный момент времени координате центра зоны распыления. Положим для определенности $\varphi_0 = 0$ и введем обозначение $\tilde{p}(\rho) = p(\rho, 0)$. Надстрочный знак будем в дальнейшем для простоты опускать.

Функция $p(\rho)$ может быть представлена в виде

$$p(\rho) = \sum_{j=1}^{M'} p_j(\rho), \qquad (2)$$

где $p_j(\rho)$ – приращение плотности распределения частиц в точке $(\rho, 0)$, возникающее при j-м пересечении зоны распыления соответствующим этой точке радиусом; M' принимает значение $M+1$ в случае, когда $(N - N_t(M))\omega\Delta t < 3\pi/2$, в противном случае M' принимает значение $M+2$.

Функции $p_j(\rho)$ могут быть приближенно рассчитаны частотным методом, так же как и суммарная функция распределения. При этом расчет можно производить только для тех точек, координата ρ которых удовлетворяет условию

$$R - 2r - \frac{2\pi v_s (j-1)}{\omega} \le \rho \le R - \frac{2\pi v_s (j-1)}{\omega}, \qquad (3)$$

так как в других точках функция $p_j(\rho)$ будет равна нулю.

Предполагая проведение расчетов с применением программного продукта MathCAD, представим частотные функции $f_j(\rho)$, соответствующие функциям $p_j(\rho)$, совокупностями их отсчетов $f_{i,j} = f_j(\rho_{i,j})$. Для этого разобьем интервал значений координаты ρ, определенный условием (3), на m частей величиной $\Delta\rho = 2r/m$ и определим точки дискретизации соотношением

$$\rho_{i,j} = R - i\Delta\rho - \frac{2\pi v_s (j-1)}{\omega}.$$

Функцию $p(\rho)$ также представим совокупностью ее отсчетов $p_k = p(\rho_k)$. Шаг дискретизации примем равным $\Delta\rho$. Тогда точки дискретизации будут определяться соотношением

$$\rho_k = R - k\Delta\rho,$$

где k принимает значения от нуля до $\left[\frac{2\pi v_s M}{\omega\Delta\rho} + \frac{2r}{\Delta\rho}\right]$.

Графики функций $p_j(\rho)$, рассчитанные частотным методом для тех же значений параметров, что и кривые, приведенные на рис. 1, изображены на рис. 2.

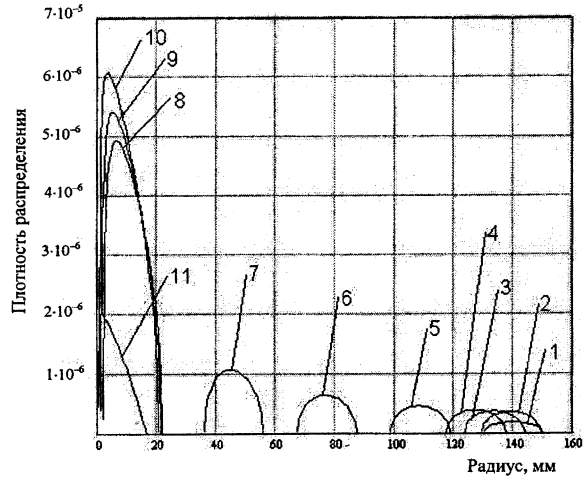

Рис. 2. Графики функций $p_j(\rho)$ для различных значений j

Максимальное значение j для принятых значений параметров $M' = M + 2 = 208$. Кривая 1 соответствует $j = 1$; 2 – 2; 3 –10; 4 –20; 5 – 50; 6 – 100; 7 – 150; 8 – 205; 9 – 206; 10 – 207; 11 – $j = 208$. Из анализа кривых (рис. 2) можно сделать следующие выводы:

1. Функция $p_1(\rho)$ имеет максимум, не превышающий 50 % величины максимума функции $p_2(\rho)$, так как при первом пересечении зоны распыления радиусом диска, соответствующим точке $(\rho, 0)$, этот радиус пересекает только половину зоны распыления.

2. При малых значениях j кривые функций $p_j(\rho)$ имеют симметричный характер и происходит медленный рост величины их максимума.

3. При больших значениях j кривые приобретают асимметричный характер и происходит быстрый рост величины их максимума.

4. В случае $M' = M + 2$ функция $p_{M'}(\rho)$ имеет максимум, меньший величины максимума функции $p_{M'-1}(\rho)$, так как в этом случае при последнем пересечении зоны распыления радиусом диска, соответствующим точке $(\rho, 0)$, этот радиус пересекает меньше половины зоны распыления.

5. В случае $M' = M + 1$ функция $p_{M'}(\rho)$ имеет максимум, превышающий величину максимума функции $p_{M'-1}(\rho)$, так как в этом случае при последнем пересечении зоны распыления радиусом диска, соответствующим точке $(\rho, 0)$, этот радиус полностью пересекает зону распыления.

Величину M' можно считать равной $M + 2$, если в случае $(N - N_t(M))\omega\Delta t < 3\pi/2$ положить $p_{M+2}(\rho) = 0$ для всех значений переменной ρ.

Расчет суммарной функции распределения с использованием зависимости (2) производился по формуле, получаемой из этой зависимости путем применения формулы типа (1), связывающей функции $p_j(\rho)$ с функциями $f_j(\rho)$, и последующей дискретизации:

$$p_k = \frac{v_s \Delta t}{S(R-2r)} \sum_{j=j_{\min}(k)}^{j_{\max}(k)} f_{i(j,k),j}.$$

Здесь $j_{\min}(k)$ и $j_{\max}(k)$ – минимальное и максимальное значения величины j, для которых $p_j(\rho_k) \neq 0$, $i(j,k)$ – значение индекса i, для которого $\rho_{i+1,j} \le \rho_k \le \rho_{i,j}$.

Расчет показывает, что график суммарной функции распределения, построенный на основе зависимости (1), совпадает с высокой точностью с графиками, приведенными на рис. 1, что подтверждает правильность методики расчета, основанной на применении зависимости (1).

Рассмотрим возможность реализации равномерного распределения частиц за счет управления расходом суспензии. Для этого установим связь отсчетов функции $p(\rho)$ с отсчетами функций $f_j(\rho)$ в случае переменного расхода суспензии. С этой целью выведем приближенное выражение для функции плотности распределения.

Количество частиц, напыленных на малый элемент поверхности диска с площадью $dS = \rho d\rho d\varphi$, может быть представлено приближенным выражением

$$N(\rho) = \mu \Delta t dS \sum_{j=1}^{M+1} v(\tau_j) f_j(\rho), \qquad (4)$$

где $\tau_j = \dfrac{2\pi(j-1)}{\omega}$ – время, за которое диск совершает $j-1$ оборотов.

Здесь используется допущение, что расход суспензии остается практически постоянным на протяжении интервала времени $f_j(\rho)\Delta t$.

В то же время количество частиц может быть определено выражением

$$N(\rho) = N_t p(\rho) dS, \qquad (5)$$

где $N_t = \mu S \int_0^T v(t)dt$ – общее количество частиц, напыленных на поверхность диска.

Из сопоставления выражений (4) и (5) получим

$$p(\rho) = \frac{\Delta t \sum_{j=1}^{M+1} v(\tau_j) f_j(\rho)}{S \int_0^T v(t)dt}. \qquad (6)$$

Дискретизировав выражение (6) по переменной ρ, получим

$$p_k = \frac{v(0)\Delta t \sum_{j=j_{\min}(k)}^{j_{\max}(k)} \eta_j f_{i(j,k),j}}{S \int_0^T v(t)dt}, \qquad (7)$$

где $\eta_j = v(\tau_j)/v(0)$ – безразмерные весовые коэффициенты.

Из анализа (7) следует, что в случае нестационарного расхода суспензии расчет отсчетов суммарной функции распределения сводится к взвешенному суммированию отсчетов функций $f_j(\rho)$. Весовые коэффициенты пропорциональны отсчетам функции $v(t)$, описывающей закон изменения расхода суспензии во време-

ни. Коэффициент пропорциональности характеризует расход суспензии в начальный момент времени и может быть выбран произвольным образом.

Следует ожидать, что если максимумы функций $f_j(\rho)$ будут принимать постоянное значение для всех величин j, кроме единицы и $M+2$, то распределение частиц будет практически равномерным по радиусу диска, за исключением краевых зон шириной $2r$. Операция приведения функций к общему максимуму может быть реализована с помощью следующих весовых коэффициентов:

$$\eta_j = \begin{cases} \dfrac{\max\limits_i f_{i,2}}{\max\limits_i f_{i,j}}, & 2 \le j \le M; \\ 1, & j = 1 \text{ или } j = M+2. \end{cases} \qquad (8)$$

На рис. 3 изображена кривая зависимости весовых коэффициентов, определенных выражением (8), от величины индекса j. При расчете были приняты те же исходные данные, что и при расчете кривых, приведенных на рис. 2.

Из анализа приведенных на рис. 3 данных следует, что зависимость весовых коэффициентов от величины индекса j, а следовательно, и зависимость расхода суспензии от времени, может считаться линейной.

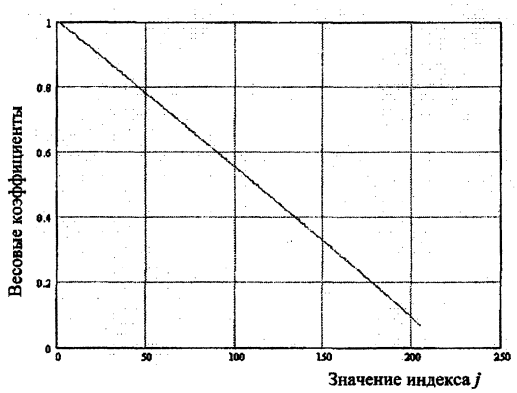

Рис. 3. Кривая зависимости весовых коэффициентов от величины индекса j

На рис. 4 приведен график частотной функции $f(\rho)$, полученный путем взвешенного суммирования отсчетов функций $f_j(\rho)$ с весовыми коэффициентами, определенными (8).

Из анализа графика следует, что частотная функция принимает практически постоянное значение на всей области определения, за исключением краевых зон шириной $2r = 20$ мм. Это свидетельствует о том, что при линейном законе изменения расхода суспензии во времени будет обеспечиваться практически равномерное распределение частиц по поверхности диска.

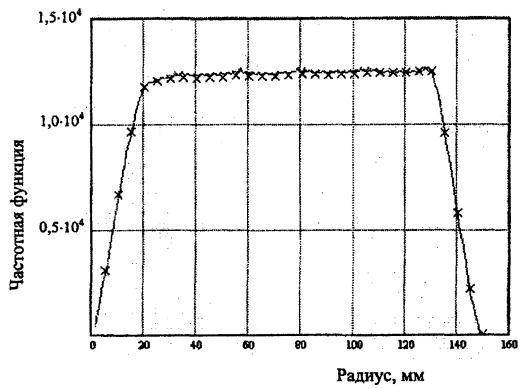

Рис. 4. График частотной функции $f(\rho)$, полученный путем взвешенного суммирования

Следует учесть, что зависимость (4) носит приближенный характер, поэтому построенный на ее основе график (рис. 4) может недостаточно точно описывать характер распределения частиц при изменении расхода суспензии по линейному закону. Для выяснения реального характера функции распределения необходимо произвести ее уточненный расчет. С этой целью заменим приближенную зависимость (4) точным выражением, в котором учитывается изменение расхода суспензии за время пребывания точки в зоне распыления:

$$N(\rho) = \mu dS \sum_{j=1}^{M+1} \int_{\tau_{j1}(\rho)}^{\tau_{j2}(\rho)} v(t)dt. \qquad (9)$$

Здесь $\tau_{j1}(\rho)$ и $\tau_{j2}(\rho)$ – моменты времени, соответствующие входу точки $(\rho, 0)$ в зону распыления и ее выходу из зоны распыления при j-м пересечении зоны распыления соответствующим этой точке радиусом.

Запишем закон изменения расхода суспензии во времени в виде

$$v(t) = v(0) - k_v t.$$

Тогда, выполняя интегрирование в выражении (9), получим

$$\int_{\tau_{j1}(\rho)}^{\tau_{j2}(\rho)} v(t)dt = -\frac{1}{2k_v}\left[(v(0)-k_v\tau_{j2}(\rho))^2-(v(0)-k_v\tau_{j1}(\rho))^2\right]=$$

$$=-\frac{1}{2k_v}[2v(0)-k_v(\tau_{j1}(\rho)+\tau_{j2}(\rho))]k_v(\tau_{j1}(\rho)-\tau_{j2}(\rho))\approx \quad (10)$$

$$\approx v\left(\frac{\tau_{j1}(\rho)+\tau_{j2}(\rho)}{2}\right)f_j(\rho)\Delta t.$$

Из анализа выражений (9) и (10) следует, что в случае уточненного расчета выражение (7) принимает вид

$$p_k=\frac{v(0)\Delta t\sum_{j=j_{\min}(k)}^{j_{\max}(k)}\eta_{i,j}f_{i(j,k),j}}{S\int_0^T v(t)dt},$$

где весовые коэффициенты определяются по формуле

$$\eta_{i,j}=\frac{v\left(\frac{\tau_{j1}(\rho_{i,j})+\tau_{j2}(\rho_{i,j})}{2}\right)}{v(0)}= \quad (11)$$

$$=1-\frac{k_v}{v(0)}\frac{\tau_{j1}(\rho_{i,j})+\tau_{j2}(\rho_{i,j})}{2}.$$

Уточненный расчет частотной функции выполнялся путем взвешенного суммирования отсчетов функций $f_j(\rho)$ с весовыми коэффициентами, определенными (11). Отношение $k_v/v(0)$ в (11) вычислялось по формуле

$$\frac{k_v}{v(0)}=\frac{1-\eta_{M+1}}{T},$$

где весовой коэффициент η_{M+1} определялся по кривой, приведенной на рис. 3.

Величины $\frac{\tau_{j1}(\rho_{i,j})+\tau_{j2}(\rho_{i,j})}{2}$ определялись с помощью специально разработанной программы. Результаты уточненного расчета частотной функции изображены на рис. 4 в виде крестообразных маркеров. Из сопоставления результатов приближенного и уточненного расчетов следует, что реальное распределение частиц, возникающее при изменении расхода суспензии по линейному закону, действительно имеет характер, близкий к равномерному.

ВЫВОД

Таким образом, на основе разработанной математической модели показано, что равномерность нанесения покрытий на поверхности деталей типа дисков может быть обеспечена за счет линейного изменения расхода напыляемого вещества во времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Епифанов, В. И.** Технология обработки алмазов в бриллианты / В. И. Епифанов, А. Я. Песина, Л. В. Зыков. – М., 1982. – 335 с.

2. **Киселев, И. Г.** Теоретическая оценка закономерностей распределения алмазных частиц по поверхности ограночного диска при их нанесении методом распыления / М. Г. Киселев, Д. А. Степаненко // Теория и практика машиностроения. – 2005. – № 1. – С. 34–38.

Поступила 15.11. 2005