

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ АРГОНОМ И НАСЫЩЕНИЯ УГЛЕРОДОМ СТАЛЕЙ В КОВШЕ

Докт. физ.-мат. наук, проф. ЧИЧКО А. Н., канд. техн. наук АНДРИАНОВ Н. В.,  
асп. ТЕРЛЕЦКИЙ С. В., докт. техн. наук, проф. СОБОЛЕВ В. Ф.,  
канд. техн. наук ЧИЧКО О. И.

Белорусский национальный технический университет,  
РУП «Белорусский металлургический завод»

При получении слитков методом непрерывной разливки стали одним из важнейших технологических этапов является внепечная обработка расплава, посредством которой в условиях металлургического производства решают несколько технологических задач. Основная задача – приготовление сплава заданного химического состава с использованием различных шихтовых материалов, а также выравнивание распределения элементов химического состава в процессе перемешивания плавки. Важная теоретическая задача внепечной обработки – математическое моделирование процесса растворения порошковых материалов в расплавах. К сожалению, в настоящее время нет общепризнанной математической теории перемешива-

ния, которая позволяла бы моделировать гидродинамику и растворение порошков под действием аргона и вертикально падающей струи расплава [1, 2]. Поэтому разработка моделей растворения – одна из важнейших задач теории металлургических процессов.

Цель настоящей работы – разработка математического аппарата для расчета процесса перемешивания и растворения углеродсодержащих материалов в расплавах стали, находящихся в промышленном ковше.

В основе математической модели процесса перемешивания и растворения порошка в расплаве лежат система уравнений Навье–Стокса [3–5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial v_y}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial v_z}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (1)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial(\rho_l v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_l v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_l v_z)}{\partial z} \right) = 0, \quad (2)$$

где  $\tau$  – время;  $x, y, z$  – декартовы координаты (ось  $Y$  направлена вертикально);  $v_x, v_y, v_z$  – проекции скорости жидкости на координатные оси  $X, Y, Z$  соответственно;  $p$  – давление жидкости;  $\rho_l$  – плотность расплава в данной пространственной точке  $(x, y, z)$  ковша;  $\rho_s$  – плотность по-

рошка в данной пространственной точке  $(x, y, z)$  ковша;  $\eta$  – динамическая вязкость расплава.

Для описания связи между плотностью и давлением использовалась полуэмпирическая зависимость:

$$p = \begin{cases} k_1(\rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} - 1) & \text{при } \rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} > 1; \\ 0 & \text{при } \rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} \leq 1, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\rho_{l0}$  – нормальная плотность расплавленного

металла;  $\rho_{s0}$  – нормальная плотность порошка;  $k_1$  – модуль объемного сжатия.

В данной модели порошок науглераживателя разделен по размерам частиц (гранул) на  $K$  фракций со средними размерами  $d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_K$ . Плотность порошка в данной точке пространства является суммой плотностей всех фракций

$$\rho_s = \sum_{i=1}^K \rho_i. \quad (4)$$

Процесс переноса каждой фракции порошка течением расплава и всплывания гранул представлен уравнением

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial \rho_i}{\partial x} + (v_y + v_i) \frac{\partial \rho_i}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho_i}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где  $\rho_i$  – плотность  $i$ -й фракции порошка;  $v_i$  – средняя скорость всплывания частиц науглераживателя  $i$ -й фракции.

В данной модели предполагается, что частицы имеют приблизительно одинаковый размер. Они всплывают под действием Архимедовой силы, которая уравнивается силами сопротивления движению в данной жидкости, т. е. частицы разгоняются до скорости  $v_i$  относительно вертикального потока жидкости и далее движутся с этой скоростью. В данной модели процесс разгона частиц не учитывается и допускается, что частицы мгновенно приобретают скорость

$$v_i = \sqrt{\frac{8 g d_i (\rho_i - \rho_c)}{\xi \rho_i}}, \quad (6)$$

где  $d_i$  – средний размер частицы в  $i$ -й фракции;  $\rho_c$  – плотность частицы (плотность углерода);  $\xi$  – эмпирический коэффициент,  $\xi = 2,29$ .

Процесс перераспределения концентрации при перемешивании растворенного в расплаве углерода течением может быть рассчитан на основе дифференциального уравнения

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

где  $C$  – концентрация углерода в расплаве.

При моделировании процесса растворения углеродсодержащий порошок представляет собой набор частиц различного размера. Макси-

мальный размер частицы обозначим как  $d_{\max}$ . Условно порошок можно разделить на  $K$  фракций с размерами частиц:  $0-d_{\max}/K, d_{\max}/K-2d_{\max}/K, \dots, (K-1)d_{\max}/K-d_{\max}$ . Таким образом, средний размер частиц в соседних фракциях отличается на  $\Delta d = d_{\max}/K$ . В модели порошок представлялся в виде круглых частиц со средними диаметрами  $d_1 = 0,5\Delta d, d_2 = 1,5\Delta d, \dots, d_k = (k-0,5)\Delta d, \dots, d_K = (K-0,5)\Delta d$ . В данной модели принималось  $K = 5$ . Масса (плотность) отдельных фракций в порошке различается, но внутри каждой фракции принималось равномерное распределение частиц с разными диаметрами по массе.

При растворении частицы порошка в расплаве происходит два процесса:

- уменьшение массы частицы, что приводит к снижению плотности соответствующей фракции в результате перехода части углерода в растворенное состояние;
- уменьшение диаметра частицы, что приводит к переходу частицы во фракцию с более мелкими частицами, т. е. плотность соответствующей фракции уменьшается, а плотность фракции с более мелкими частицами возрастает.

Для описания процесса перехода углерода из порошкообразного состояния в растворенное использовались следующие физико-химические приближения процесса перемешивания. Выделим в пространстве расплава некоторый элементарный объем  $\Delta x \Delta y \Delta z$ . Масса  $i$ -й фракции порошка в этом объеме:  $m_i = \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z$ . Масса одной частицы диаметром  $d_i$ :  $m_c = \rho_c \pi d_i^3 / 6$ . Тогда количество частиц  $i$ -й фракции в этом объеме составит

$$N_i = \frac{m_i}{m_c} = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6}. \quad (8)$$

Суммарная площадь всех  $N$  частиц равна

$$S_i = N \pi d_i^2 = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} \pi d_i^2 = \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i}. \quad (9)$$

Скорость растворения твердого вещества в жидкости пропорциональна площади соприкосновения этого вещества с жидкостью, скорости набегающего потока жидкости и разно-

сти между равновесной и текущей концентрациями вещества в жидкости

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} = -k_2 S (C_r - C) v,$$

где  $\partial m_i / \partial \tau$  – скорость уменьшения массы  $i$ -й фракции порошка;  $k_2$  – коэффициент массоотдачи;  $S$  – площадь соприкосновения твердого вещества с жидкостью;  $C$  – концентрация углерода в расплаве;  $C_r$  – равновесная концентрация углерода в расплаве (т. е. всегда соблюдается условие  $C \leq C_r$ );  $v$  – скорость потока жидкости относительно твердого вещества.

Перейдя к конечно-разностной форме и разделив обе части уравнения на элементарный объем, получим уравнение для изменения плотности  $i$ -й фракции порошка в некотором элементарном объеме пространства

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = -\frac{k_2 S (C_r - C) v}{\Delta x \Delta y \Delta z}. \quad (10)$$

Рассмотрим три случая всплывания части в расплаве. В первом случае частицы порошка полностью погружены в расплав и под действием архимедовой силы всплывают вверх, т. е. имеют относительно вертикального потока некоторую скорость  $v_i$ . В этом случае значение площади в уравнении (10) равно площади из выражения (9) и уравнение (10) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} &= -k_2 \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i} \frac{(C_r - C) v_i}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \\ &= -k_2 \frac{6 \rho_i (C_r - C) v_i}{\rho_c d_i}. \end{aligned} \quad (11)$$

Во втором случае частицы плавают на поверхности и площадь контакта с жидкостью меньше, причем основную роль в растворении играют горизонтальные составляющие потока расплава. Поэтому уравнение (10) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} &= -k_2 \frac{3 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i} \frac{(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \\ &= -k_2 \frac{3 \rho_i (C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c d_i}. \end{aligned} \quad (12)$$

В третьем случае рассматривается порошок поверхности, когда не все его частицы контактируют с расплавом. Этот случай соответствует ситуации, когда число частиц порошка больше, чем может разместиться в одном горизонтальном слое. Площадь, которую занимали бы частицы  $i$ -й фракции, если их расположить в один слой, можно рассчитать

$$S_{si} = N_i d_i^2 = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} d_i^2 = \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i}.$$

Тогда условие, при котором частицы всех фракций располагаются одним горизонтальным слоем, имеет вид

$$\sum_{i=1}^K \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i} < \Delta x \Delta z.$$

Это равносильно условию

$$\sum_{i=1}^K \frac{\rho_i}{d_i} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}.$$

В данной модели предполагается, что самый нижний слой порошка состоит из самых мелких частиц. То есть фракции из более мелких частиц растворяются в первую очередь. Тогда условие, что вся  $i$ -я фракция контактирует с жидкостью, имеет вид

$$\sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y},$$

но в том случае, когда ни одна из частиц  $i$ -й фракции не контактирует с жидкостью:

$$\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \geq \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}.$$

Если не выполняется условие, то часть  $i$ -й фракции контактирует с жидкостью и эта часть вычисляется по формуле

$$\frac{\rho_i}{d_i} = \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j}. \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в уравнение (10), получим

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = -k_2 \left( \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \right) \frac{3(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c}. \quad (14)$$

Объединив уравнения (11), (12) и (14) для трех случаев, получим общее конечно-разностное уравнение, по которому можно оценить растворение  $i$ -й фракции порошка:

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = \begin{cases} -k_2 \frac{6 \rho_i (C_r - C) v_i}{\rho_c d_i} & \text{не на поверхности;} \\ -k_2 \frac{3 \rho_i (C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c d_i} & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}; \\ -k_2 \left( \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \right) \frac{3(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c} & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} \leq \sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j}; \\ 0 & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \geq \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}. \end{cases} \quad (15)$$

Рассмотрим механизм изменения размера растворяющейся частицы. Пусть в некотором элементарном объеме  $\Delta x \Delta y \Delta z$  расплава в некоторый момент времени находилось  $N_i$  частиц (8) диаметром  $d_i$ . Через некоторый интервал времени  $\Delta \tau$  плотность  $i$ -й фракции порошка в этом элементарном объеме уменьшилась на  $\Delta \rho_i^*$  (15). Это произошло за счет уменьшения диаметра частиц (новый диаметр —  $d_i^*$ ), но количество частиц осталось неизменным ( $N_i = N_i^*$ ). Тогда имеет место уравнение

$$\frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} = \frac{(\rho_i - \Delta \rho_i^*) \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi (d_i^*)^3 / 6},$$

откуда находим новый диаметр частицы

$$d_i^* = d_i \sqrt[3]{\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{\rho_i}}. \quad (16)$$

В каждой фракции есть частицы с диаметрами от  $d_{il} = d_i - \Delta d/2$  до  $d_{ir} = d_i + \Delta d/2$ . Через некоторый момент времени  $\Delta \tau$  диаметры этих частиц уменьшатся и станут  $d_{il}^*$  и  $d_{ir}^*$ . Если принять равномерное распределение по массе частиц во фракции и  $\Delta \rho_i^{**}$  — уменьшение плотности  $i$ -й фракции в результате перехода частиц во фракцию с более мелкими частицами, то должно соблюдаться соотношение

$$\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{d_{ir}^* - d_{il}^*} = \frac{\Delta \rho_i^{**}}{d_{il} - d_{il}^*},$$

откуда, подставляя (16), находим

$$\Delta \rho_i^{**} = \frac{d_i (\rho_i - \Delta \rho_i^*)}{\Delta d} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{\rho_i}}} - 1 \right). \quad (17)$$

Таким образом, изменение плотности  $i$ -й фракции порошка складывается из уменьшения плотности за счет растворения и перехода частиц в низшую фракцию и увеличения плотности за счет перехода частиц из высшей фракции

$$\frac{\Delta \rho_i}{\Delta \tau} = \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} - \frac{\Delta \rho_i^{**}}{\Delta \tau} + \frac{\Delta \rho_{i+1}^{**}}{\Delta \tau}. \quad (18)$$

Увеличение концентрации углерода в расплаве в результате растворения порошка происходит за счет составляющих  $\Delta \rho_i^*$  всех фракций

$$\frac{\Delta C}{\Delta \tau} = -\frac{100}{\Delta \tau \rho_l} \sum_{i=1}^K \Delta \rho_i^*. \quad (19)$$

Таким образом, представленный математический аппарат является основой расчетов процесса растворения науглераживателей в расплаве из стали. На основе разработанного математического формализма был разработан алгоритм (рис. 1) и программа вычисления динамических характеристик расплава.

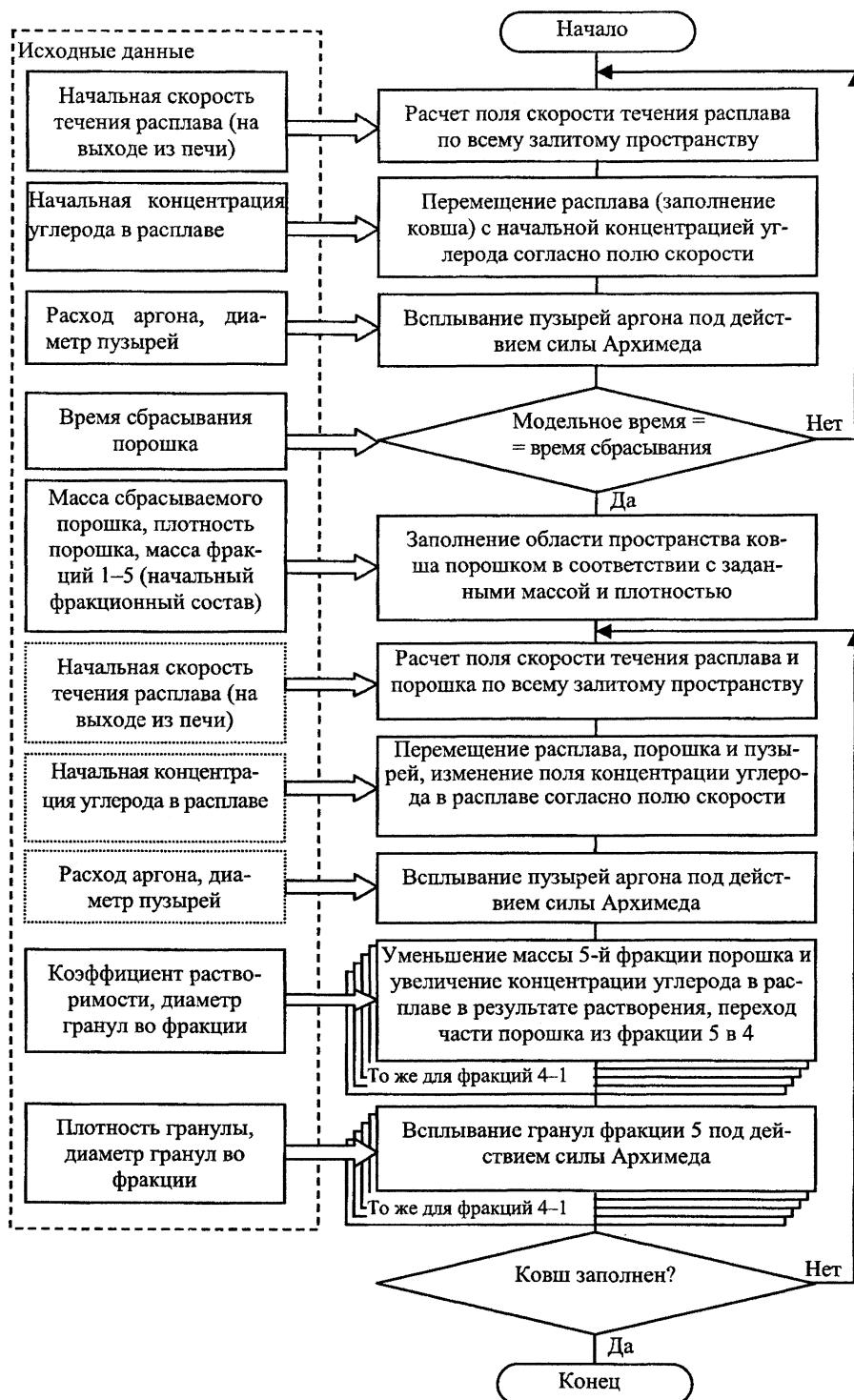


Рис. 1. Алгоритмическая схема проведения компьютерных расчетов

В качестве пространственной схемы для расчета процесса растворения углеродсодержащего порошка был выбран промышленный ковш, используемый при внепечной обработке стали в металлургическом сталеплавильном

производстве. Размеры ковша и схема процесса перемешивания аргоном соответствуют технологии, используемой на Белорусском металлургическом заводе (рис. 2). По геометрии ковша с учетом реальных размеров отверстий для ар-

гона был построен клеточный автомат, представляющий собой трехмерную сетку с тремя типами материалов – расплав, порошок, стенки ковша. С помощью конечно-разностной аппроксимации была разработана программа для моделирования процесса перемешивания и растворения, которая и использовалась для расчета.

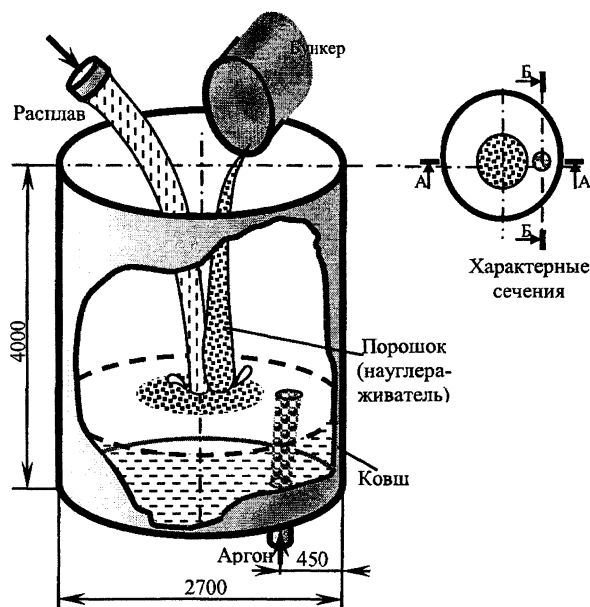


Рис. 2. Объемная схема процесса перемешивания порошка в ковше, использованная для моделирования растворения углерода

При моделировании использовались следующие условия для скоростей и давлений:

1) начальные условия:  $v_x(x, y, z) = v_y(x, y, z) = v_z(x, y, z) = 0$ ;  $\rho_l(x, y, z) = \rho_{l0}$ , где  $y_0$  – координата поверхности расплава;

$$\rho_l(x, y - \Delta y, z) = \frac{\rho_l(x, y, z)(\rho_l(x, y, z)g\Delta y + k_1)}{2k_1 - \rho_l(x, y, z)g\Delta y};$$

2) граничные условия для границы «расплав – стенка (дно)» ковша:  $v_x = 0$ , если стенка слева или справа;  $v_y = 0$  – на дне;  $v_z = 0$ , если стенка спереди или сзади;  $p_k = p_l$ , где  $p_k$  – давление в стенках ковша;  $p_l$  – давление в расплаве;

3) для границы «расплав – воздух»:  $v_{xv} = v_{xl}$ ;  $v_{yv} = v_{yl}$ ;  $v_{zv} = v_{zl}$ , где  $v_{xv}$ ,  $v_{yv}$ ,  $v_{zv}$  – компоненты скорости воздуха;  $v_{xl}$ ,  $v_{yl}$ ,  $v_{zl}$  – то же расплава;  $p_v = 0$ , где  $p_v$  – давление воздуха.

Для моделирования растворения порошка использованы следующие начальные условия:

1)  $C(x, y, z) = 0,13\%$  (начальная концентрация углерода);  $\rho_i(x, y, z) = \frac{F_i m_s}{100 \Delta y S_p}$ , где  $y_0$  – координата поверхности расплава;  $F_i$  – процент  $i$ -й фракции в порошке по массе;  $m_s$  – масса порции порошка;  $\Delta y$  – вертикальный размер сетки;  $S_p$  – площадь поверхности расплава;  $\rho_i(x, y, z) = 0$  – для остального расплава;

2) граничные условия для границы «расплав – ковш»:  $C_k = 0$ , где  $C_k$  – концентрация углерода в стенках ковша;  $\rho_{ik} = 0$ , где  $\rho_{ik}$  – плотность  $i$ -й фракции порошка в стенках ковша;

3) для границы «расплав – воздух»:  $C_v = C$ , где  $C_v$  – концентрация углерода в воздухе;  $\rho_{iv} = 0$ , где  $\rho_{iv}$  – плотность  $i$ -й фракции порошка в воздухе.

Исходными данным при расчете являлись следующие характеристики: начальная концентрация углерода в расплаве – 0,13 %; начальная скорость струи (скорость выхода из печи) – 2 м/с; количество сбрасываемого порошка науглераживателя – 160 кг; количество порошка Fe–Mn – 450 кг; содержание углерода в порошке Fe–Mn – 6 %; количество порошка Fe–Si – 90 кг; момент сбрасывания (от начала выпуска металла) – 5 с; коэффициент растворимости порошка – 0,001 кг · с<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>; плотность порошка – 700 кг/м<sup>3</sup>; плотность гранул порошка – 1200 кг/м<sup>3</sup>; максимальный диаметр гранулы (в зависимости от эксперимента) – 1–5 мм; начальный фракционный состав (5 фракций) – все гранулы имеют максимальный размер; расход газа (аргона) – 250 л/мин; средний диаметр пузырей газа – 2 мм.

Введение порошковой смеси в расплав моделировалось струей с трехслойным наполнением следующими порошками: в нижней части струи – 160 кг науглераживателя с заданным фракционным составом; в средней части струи находилась лигатура Fe–Mn в количестве 450 кг, содержащая 6 % углерода; в верхней части порошковой струи – 90 кг ферросилиция.

Как видно из рис. 2, в центр ковша направляются струя расплава и порошкообразная смесь (бункерная засыпка). Струя расплава начинает движение при наличии в ковше так называемого «болота», занимающего четверть ковша по высоте. До момента начала выпуска

металла из отверстия в нижней части ковша через пористый материал подается аргон в виде пузырьков газа со средним диаметром около 2 мм. Диаметр отверстия, через которое подается газ, – 130 мм. При этом расход газа составляет 300 л/мин. До начала моделирования выпуска расплава из печи проводилось моделирование газового перемешивания «болота» с целью получения стационарного или близкостационарного распределения скоростей в объеме «болота» к моменту выпуска расплава из печи. Гидродинамические распределения скоростей расплава в различных сечениях ковша представлены в [6].

Результаты моделирования распределения углерода на заданный момент времени представлены на рис. 3, из которого виден неоднородный характер распределения углерода.

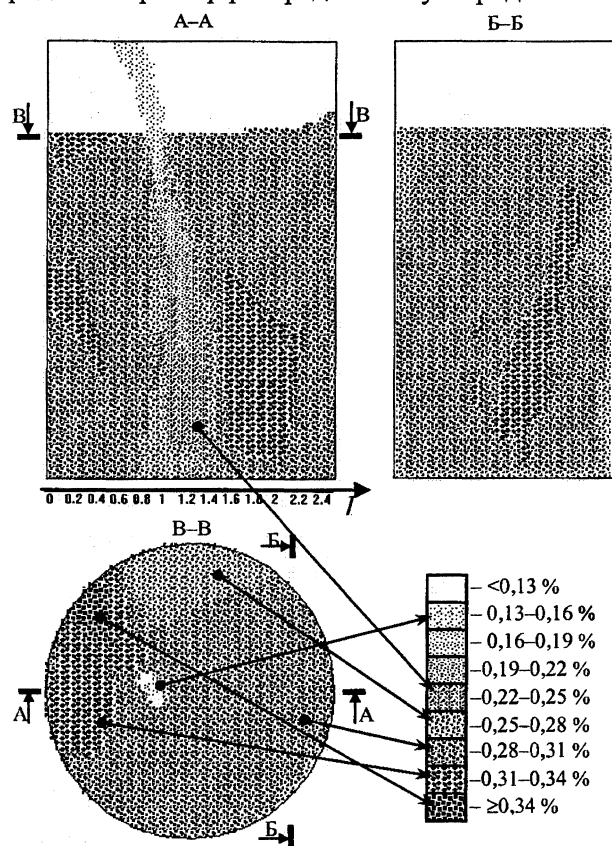


Рис. 3. Распределение концентрации углерода в различных сечениях ковша через 120 с после начала засыпки порошка

На рисунке можно увидеть обедненные и обогащенные участки по углероду в пространстве ковша. С течением времени концентрация углерода «размазывается» в ковше и происходит процесс растворения углерода в стали. Следует отметить, что в результате проведенных исследований были получены распределения углерода во всех сечениях ковша во времени, что позволяет визуализировать динамику процессов, протекающих в разливочном ковше.

## ВЫВОД

Предложена математическая модель перемешивания вертикальной струей аргона расплава и углеродсодержащего порошка в ковше на основе уравнений Навье – Стокса, позволяющая определять динамику пространственного распределения углерода в ковше. На примере промышленной геометрической схемы процесса перемешивания порошка в разливочном ковше с использованием математической модели проведены расчеты трехмерной динамики пространственного распределения углерода в стальном расплаве.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Поводский, Д. Я. Внепечная обработка стали / Д. Я. Поводский, В. А. Кудрин, А. Ф. Вишкарёв. – М.: МИСИС, 1995. – 256 с.
2. Инжекционная металлургия: сб. тр. междунар. конф. 12–13 июля 1980, Лулеа (Швеция) / пер. с англ. – М.: Металлургия, 1982. – 352 с.
3. Чичко, А. Н. Комплекс программных средств «ПРОЛИТ» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов / А. Н. Чичко, В. Ф. Соболев, С. Г. Лихоузов // Программные продукты и системы. – 2002. – № 4. – С. 47–48.
4. Чичко, А. Н. Компьютерные системы моделирования физических процессов / А. Н. Чичко // Вестник БНТУ. – 2003. – № 2. – С. 42–48.
5. Чичко, А. Н. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме / А. Н. Чичко, С. Г. Лихоузов // Доклады НАН Беларуси. – 2001. – Т. 45, № 4. – 2001. – С. 110–114.
6. Компьютерная гидродинамика перемешивания расплава и порошковых углеродсодержащих материалов в ковше / А. Н. Чичко [и др.] // Литье и металлургия. – 2004. – № 3. – С. 60–67.

Поступила 24.02.2005