

СПОСОБЫ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Докт. техн. наук, проф. МИХАЛЕВ А. С.

Минский институт управления

В последнее десятилетие довольно широкое распространение в теории и практике построения автоматических систем получили разрывные законы управления, реализуемые, как правило, в виде нелинейных корректирующих устройств (НКУ), которые имеют обычно не один, а два и более каналов, относительно независимо формирующих амплитудные и фазовые частотные характеристики регуляторов [1, 2]. Наличие таких каналов актуализирует разработку наиболее эффективных способов соединения НКУ сложной цепи. Ниже показаны возможные варианты параллельных соединений НКУ и на основе метода гармонической реализации определены их частотные характеристики.

Параллельное соединение НКУ. Соединение НКУ в параллельные цепи не накладывает каких-либо ограничений на тип этих устройств или способы коррекции.

На рис. 1а представлено очевидное соединение псевдолинейных корректирующих устройств (ПЛКУ) в параллельную цепь, частотные характеристики которой определяются выражениями:

$$q = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n b_i\right)^2}; \quad (1)$$

$$\mu = \arctg \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{\sum_{i=1}^n a_i}, \quad (2)$$

где a_i, b_i – коэффициенты гармонической линеаризации отдельных НКУ, $i = 1, 2, \dots, n$.

Параллельное соединение НКУ позволяет поднять не только амплитудную, но и фазовую характеристику корректируемой системы.

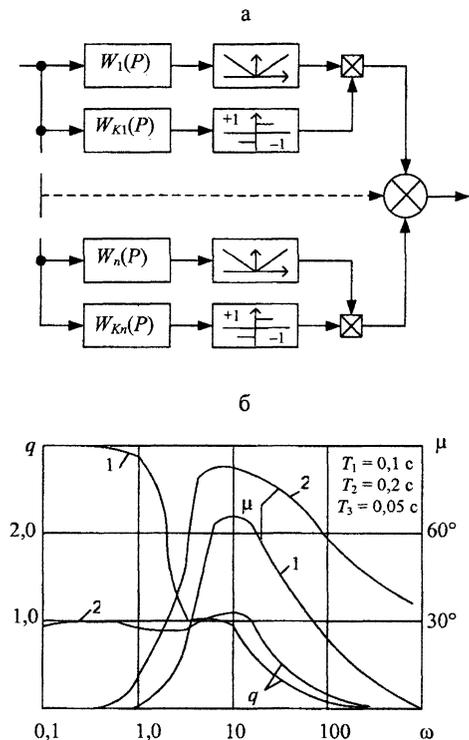


Рис. 1. Параллельное соединение ПЛКУ (а) и его частотные характеристики (б) при $n = 3$:

$$W_i(P) = (T_i P + 1)^{-1}; \quad W_{K1}(P) = 0,1 \cdot \frac{0,3P + 1}{0,03P + 1};$$

$$W_{K2}(P) = 0,2 \cdot \frac{0,5P + 1}{0,04P + 1}; \quad W_{K3}(P) = 0,1 \cdot \frac{0,15P + 1}{0,015P + 1}$$

$$\text{(кривые 1); } W_{K1}(P) = \frac{1}{0,2P + 1} \text{ (кривые 2)}$$

На рис. 1б показаны частотные характеристики трех параллельно включенных ПЛКУ одного типа с суммированием выходных сигналов (кривые 1), а также трех ПЛКУ, два из которых фазоопережающего типа, а третий – фазоотстающего, причем выходной сигнал последнего подключен к сумматору с обратным

знаком. Как и следовало ожидать, во втором случае падает амплитудная характеристика, однако заметно поднимается фазовая.

Таким образом, изменяя тип соединяемых в параллельные цепи НКУ и их параметры, можно в широком диапазоне влиять на их суммарные частотные характеристики.

В ряде случаев возможно заметно упростить реализацию цепи из параллельно соединяемых НКУ (рис. 2).

Многоканальное ПЛКУ (рис. 2а) получено путем параллельного соединения многих амплитудных каналов, содержащих в общем случае линейные фильтры $W_i(P)$ при наличии одного фазового канала с фильтром $W_k(P)$. Поскольку операции суммирования модулей координат в амплитудном канале и умножения на ± 1 обладают свойством коммутативности, сумматор в схеме на рис. 2а можно вынести вправо за блок умножения, представить структуру в виде параллельного соединения ПЛКУ на рис. 1а с одинаковыми фазовыми и разными амплитудными каналами и записать частотные характеристики цепи в виде (1) и (2).

Многоканальное ПЛКУ (рис. 2б) образовано параллельно-последовательным соединением амплитудных каналов в результате суммирования модулей выходных координат фильтров $W_i(P)$, $i = 1, 2, \dots, n$, составляющих, например, усилительный тракт системы, соединенных друг с другом последовательно. Вынося, как и в предыдущем случае, сумматор вправо за блок умножения, структуру на рис. 2б тоже можно представить в виде параллельного соединения НКУ на рис. 1а и записать ее частотные характеристики в виде (1) и (2).

Многоканальные НКУ на рис. 2 позволяют формировать частотные характеристики корректируемой системы и по своим свойствам аналогичны НКУ на рис. 1а.

Параллельно-встречные соединения НКУ и линейных фильтров. В системах с НКУ возможности структурного синтеза значительно расширяются, если в формировании частотных характеристик систем использовать не только рассмотренные выше прямые параллельные связи и последовательные включения НКУ, но и встречно-параллельные соединения НКУ и линейных фильтров.

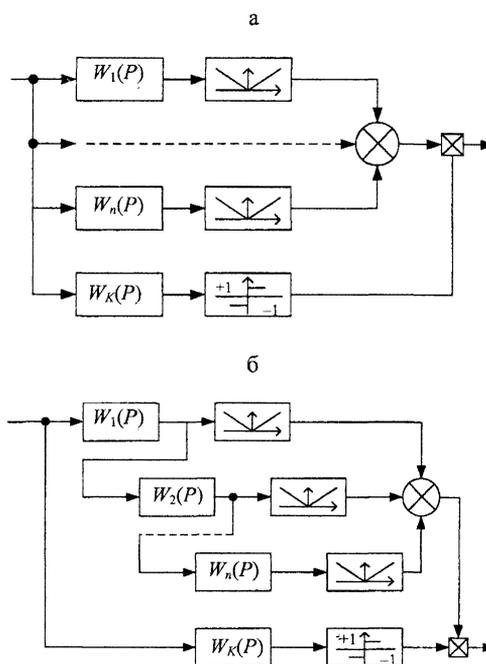


Рис. 2. Многоканальные ПЛКУ с параллельным (а) и параллельно-последовательным соединением амплитудных каналов (б)

Структурная схема на рис. 3 отражает несколько вариантов охвата ПЛКУ и линейного фильтра $W_n(P)$ неизменяемой части системы обратной связью, также содержащей ПЛКУ и линейный фильтр $W_0(P)$. В первом варианте ПЛКУ и фильтр $W_n(P)$ в прямом канале охватываются обратной связью через ПЛКУ и линейный фильтр $W_0(P)$.

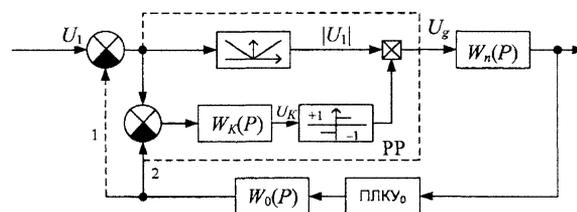


Рис. 3. Варианты параллельно-встречного включения НКУ и линейных фильтров

Если фильтры $W_n(P)$ и $W_0(P)$ удовлетворительно фильтруют высшие гармоники, то комплексный коэффициент передачи структуры (рис. 3) в первом варианте можно записать

$$\Phi(j\omega) = \frac{q_n K_n \exp j(\mu_n + \varphi_n)}{1 + q_n q_0 K_n K_0 \exp j(\mu_n + \mu_0 + \varphi_n + \varphi_0)}, \quad (3)$$

где q_n, q_0, μ_n, μ_0 – амплитудная, фазовая и частотные характеристики ПЛКУ_n и ПЛКУ₀; K_n, K_0 –

$K_{0-}, \varphi_n, \varphi_0$ – амплитудные и фазовые частотные характеристики $W_n(j\omega)$ и $W_0(j\omega)$.

В некотором диапазоне частот при $q_n q_0 K_n K_{0-} \gg 1$ выражение (3) можно упростить

$$\Phi(j\omega) = (q_0 K_{0-})^{-1} \exp[-j(\mu_0 + \varphi_0)]. \quad (4)$$

Таким образом, чтобы создать значительный положительный фазовый сдвиг в структуре (рис. 3), следует выбирать обратную связь фазоотстающего типа, т. е. вместо ПЛКУ₀ можно включать цепь из многих устройств.

Во втором варианте использования обратной связи (рис. 3) последняя замкнута на вход фазового канала ПЛКУ_n.

Обратные связи в системах с НКУ можно эффективно использовать для формирования амплитудных характеристик корректируемых систем практически без изменения фазовых характеристик. На рис. 4а представлены структурная схема и эпюры основных сигналов НКУ с нереверсивной положительной обратной связью (ПОС).

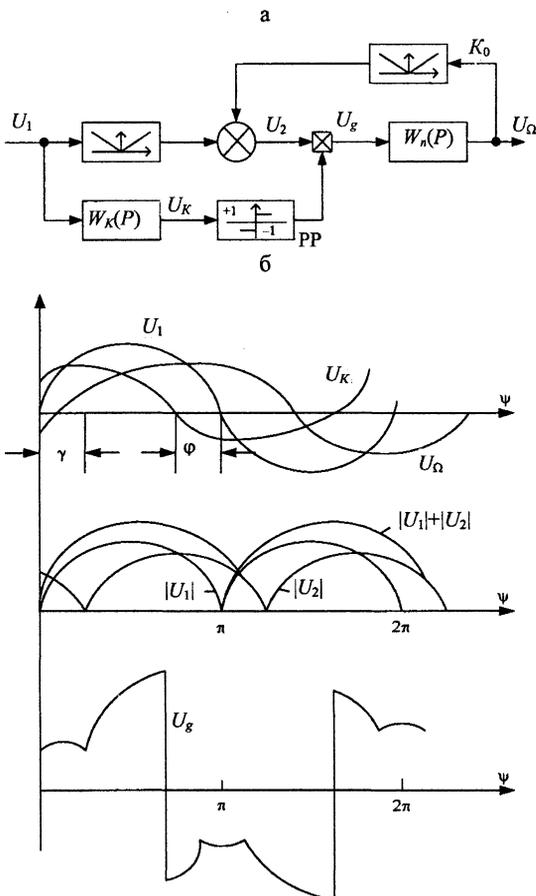


Рис. 4. Структурная схема (а) эпюры (б) ПЛКУ с нереверсивной ПОС

В этой структуре при гармоническом входном сигнале $U_1 = A \sin \psi, \psi = \omega t$:

$$U_2 = |U_1| + |K_0 U_\Omega|; |K_0 U_\Omega| = |U_g W_n(P)|; \quad (5)$$

$$U_g = U_2 \operatorname{sgn} U_k; U_k = U_1 W_k(P),$$

где K_0 – коэффициент ПОС.

При гармонической линеаризации структуры на рис. 4а последнюю целесообразно представить в виде последовательного соединения нелинейной части (ПЛКУ) и фильтра $W_n(P)$. Поэтому, выделяя из кривой U_g на рис. 4б первую гармонику, можно получить следующие уравнения для определения коэффициентов гармонической линеаризации ПЛКУ:

$$a = \frac{1}{\pi} \{ \pi - 2\varphi + \sin 2\varphi +$$

$$+ C [(\pi - 2\varphi - 2\gamma) \cos \gamma + \sin \gamma + \sin(2\varphi + \gamma)] \}; \quad (6)$$

$$b = \frac{2}{\pi} [\sin^2 \varphi + C \sin^2(\varphi + \gamma)].$$

Здесь φ – фазовый сдвиг, вносимый звеном $W_k(P)$; γ – угол между координатами U_1 и U_Ω ; C – коэффициент передачи линеаризованной структуры между координатами U_1 и U_Ω .

В наиболее реальном частном случае при $W_n(P) = K_d(T_d P + 1)^{-1}$ и $W_k(P) = G_0(T_K P + 1) \times (G_0 T_K P + 1)^{-1}$ величины C, φ, γ определяются выражениями:

$$C = K_g K_0 \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{1 + \omega^2 T_g^2}}; \quad \gamma = \arctg \omega T_g - \arctg \frac{a}{b};$$

$$\varphi = \arctg \frac{T_K (1 - G_0) \omega}{1 + T_K^2 G_0 \omega^2}.$$

На рис. 5 в логарифмическом масштабе представлены фазовая $\mu = \arctg b/a$ и амплитудная $q = \sqrt{a^2 + b^2}$ частотные характеристики ПЛКУ, рассчитанные на ЭВМ по уравнениям (6) при различных значениях $K = K_0 K_d, G_0$ и $T_K = 0,05$ с, $T_d = 0,1$ с. Сравнение кривых 6–9 на рис. 5б с характеристикой 5 ПЛКУ при $K_0 = 0$ показывает, что ПОС увеличивает коэффициент передачи устройства на низких частотах. Как видно из кривых 2 и 4 на рис. 5а, ПОС даже несколько увеличивает максимум фазовой

характеристики, который определяется в основном параметрами звена $W_K(P)$.

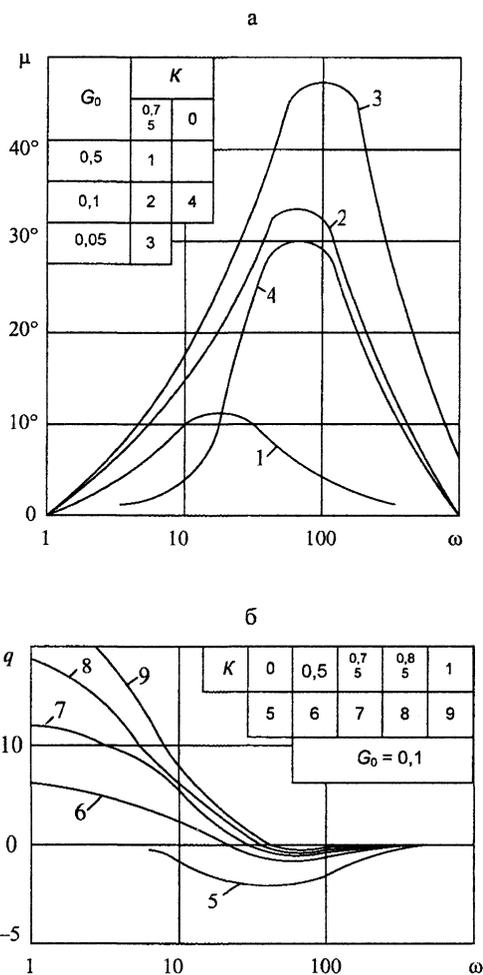


Рис. 5. Частотные характеристики ПЛКУ с нереверсивной ПОС

Таким образом, в классе систем с НКУ с помощью местных нереверсивных ПОС можно поднять амплитудную характеристику системы в области низких частот, а выбором параметров $W_K(P)$ обеспечить необходимый из соображений устойчивости подъем ее фазовой характеристики. Техническая реализация структуры на рис. 4 в системах обычно не вызывает каких-либо трудностей и основана на использовании простых и надежных элементов.

Рассмотрим еще один пример НКУ с иерархической структурой на рис. 7, когда в фазовом канале ПЛКУ использована псевдолинейная корректирующая цепь (ПЛКЦ) фазозапаздывающего типа (рис. 6).

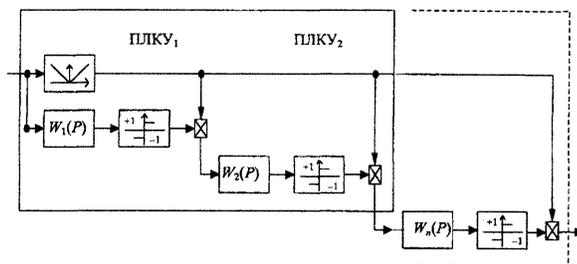


Рис. 6. Последовательное соединение ПЛКУ инерционного типа

При вычислении коэффициентов гармонической линеаризации следует учесть, что в структуре на рис. 5 угол переключения может превышать π , и вычислять коэффициенты по рекуррентным формулам:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{\pi}(\pi - 2\varphi - \sin \varphi) \\ b = \frac{1}{\pi}(1 - \cos 2\varphi) \end{cases} \begin{cases} \mu_0 > 2K\pi; \\ \mu_0 < (2K + 1)\pi; \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{\pi}(\pi - 2\varphi - \sin 2\varphi) \\ b = -\frac{1}{\pi}(1 - \cos 2\varphi) \end{cases} \begin{cases} \mu_0 > (2K + 1)\pi; \\ \mu_0 < 2K\pi, \end{cases} \quad (8)$$

где $0 < \varphi = \mu_0 - K\pi < \pi$.

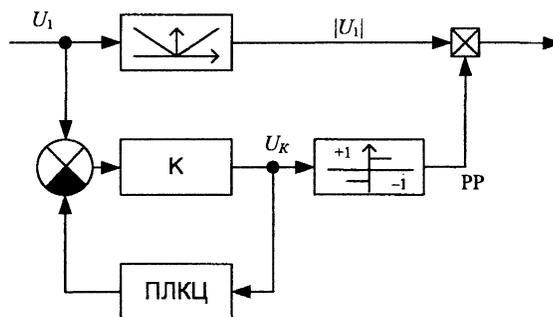


Рис. 7. ПЛКУ с иерархической структурой

Для вычисления необходимо найти фазовый сдвиг μ_0 между напряжениями U_K и U_1 , используя частотную характеристику замкнутого контура из безынерционного усилителя с коэффициентом K и ПЛКЦ:

$$\mu_0 = \arctg \frac{\text{Im}}{\text{Re}},$$

где

$$\text{Im} = -\frac{K^2 b_0}{(Ka_0 + 1)^2 + K^2 b_0^2}; \quad \text{Re} = \frac{K(Ka_0 + 1)}{(Ka_0 + 1)^2 + K^2 b_0^2}$$

– мнимая и вещественная части частотной передаточной функции контура; a_0 и b_0 – коэффициенты гармонической линеаризации ПЛКЦ, подсчитываются по рекуррентным формулам.

На рис. 8 представлены рассчитанные по полученным выражениям μ_0 при $K = 2$, ПЛКЦ типа изображенной на рис. 5 из трех звеньев с передаточными функциями $W_{1,2,3}(P) = (T_1 P + 1) \times (T_2 P + 1)^{-1}$ при $T_1 = 0,05$ с, $T_2 = 0,5$ с, а также $\mu = \arctg b/a$ и $q = \sqrt{a^2 + b^2}$ всего устройства (рис. 7) в целом. Как видно из характеристик, устройство обеспечивает значительные (до 120°) фазовые опережения, которые, впрочем, без труда могут быть увеличены путем увеличения числа ПЛКУ в ПЛКЦ.

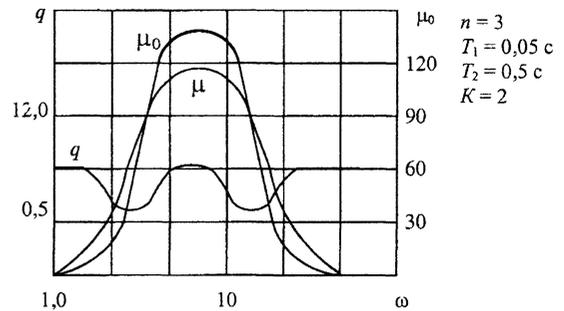


Рис. 8. Частотные характеристики НКУ на рис. 7

ВЫВОД

Таким образом, предложенные в статье приемы структурного синтеза НКУ путем их соединений в многоканальные иерархические устройства являются радикальным средством повышения эффективности нелинейной коррекции систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е. П. Прикладная теория процессов в нелинейных системах. – М.: Наука, 1973.
2. Михалев А. С. Квазирелейные системы // Радиофизика и электроника: Сб. науч. тр. – Мн., 1997. – Вып. 3.