

## Анализ напряженного состояния поверхностного слоя дорожных бетонных покрытий при температурном воздействии

Канд. техн. наук М. К. Пшембаев<sup>1)</sup>, докт. техн. наук, проф. Я. Н. Ковалев<sup>1)</sup>,  
канд. техн. наук, доц. Л. И. Шевчук<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017  
Belarusian National Technical University, 2017

**Реферат.** Покрытия автомобильных дорог в процессе эксплуатации подвергаются интенсивным механическим воздействиям, ультрафиолетовому облучению, знакопеременным температурам (замораживанию и оттаиванию), высушиванию и увлажнению. В связи с этим на дорожном покрытии появляются повреждения различного вида. Наиболее характерный и опасный вид разрушений – микротрещины поверхностного слоя. Одна из основных причин их образования – воздействие погодно-климатических факторов, связанных со значительными изменениями температуры поверхности покрытия и появлением в верхнем слое больших градиентов температур. В связи с этим при проектировании и эксплуатации автомобильных дорог актуально исследование напряженного состояния дорожного покрытия, вызванного температурным воздействием. Цель исследований авторов – определение допустимых градиентов температур для цементобетонного дорожного покрытия, не допускающих образования микротрещин на их поверхности, и толщины поврежденного поверхностного слоя. Выполнены расчеты дорожного покрытия при различных законах распределения температуры по его глубине. Для исследования напряженного состояния цементобетонных покрытий автомобильных дорог использован конечно-разностный метод, реализованный в компьютерной программе PARUS. Получены закономерности распределения напряжений в цементобетонном покрытии автомобильных дорог при различных температурах поверхности. Установлены допустимые градиенты температуры в верхнем слое покрытия и дана оценка толщины слоя, в котором образуются микротрещины. При расчете использован критерий прочности, основанный на процессе образования и развития микротрещин в бетоне. Возможность появления микротрещин в дорожном покрытии зависит от прочности материала, условий закрепления плиты и градиентов температур.

**Ключевые слова:** температура, напряжения, прочность, цементобетон, дорожное покрытие, трещины, поверхностный слой

**Для цитирования:** Пшембаев, М. К. Анализ напряженного состояния поверхностного слоя дорожных бетонных покрытий при температурном воздействии / М. К. Пшембаев, Я. Н. Ковалев, Л. И. Шевчук // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 282–288. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-282-288

## Analysis of Stress State in Upper Layer of Road Concrete Pavement with Temperature Action

М. К. Pshembaev<sup>1)</sup>, Ya. N. Kovalev<sup>1)</sup>, L. I. Shevchuk<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

**Abstract.** While being operated auto-road pavements are subjected to intensive mechanical impacts, ultraviolet ray irradiation, freeze-thaw temperatures, freezing and thawing, drying and moistening. Due to these actions various types of pavement distresses appear on the road pavement. The most significant and dangerous type of distresses is micro-cracks on the road

### Адрес для переписки

Ковалев Ярослав Никитич  
Белорусский национальный технический университет  
просп. Независимости, 150,  
220013, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 17 265-97-28  
ftk75@bntu.by

### Address for correspondence

Kovalev Yaroslav N.  
Belarusian National Technical University  
150 Nezavisimosty Ave.,  
220013, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 265-97-28  
ftk75@bntu.by

surface. One of the main reasons for their formation is an action of weather and climatic factors that initiate large changes in temperature of coating surface and occurrence of large temperature gradients in the upper layer. In this context while designing and operating auto-roads it is rather essential to investigate a stress state in road surface which is caused by temperature action. Purpose of the described investigations is to determine permissible temperature gradients for cement-concrete pavements that exclude formation of micro-cracks on their surface and thickness of damaged surface layer. Calculations of road pavement have been carried out at various laws for temperature distribution in its depth. A finite difference method realized in PARUS software has been used for studying a stress state of cement-concrete auto-roads. Regularities for distribution of stresses in cement-concrete pavement of auto-roads have been obtained at various surface temperatures. Permissible temperature gradients in the upper pavement layer have been determined and thickness of the layer where micro-cracks are formed has been assessed in the paper. Strength criterion based on the process of micro-crack formation and development in the concrete has been used for calculations. Risk of micro-crack formation on the auto-road pavement depends on material strength, conditions of plate fixing and temperature gradients.

**Keywords:** temperature, stresses, strength, cement concrete, road pavement, cracks, surface layer

**For citation:** Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Shevchuk L. I. (2017) Analysis of Stress State in Upper Layer of Road Concrete Pavement with Temperature Action. *Science and Technique*. 16 (4), 282–288. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-282-288 (in Russian)

## Введение

При устройстве дорог, на протяжении всего срока их эксплуатации, а также во время ремонта дорожные одежды подвергаются механическим воздействиям от транспортных средств, термическим воздействиям от сезонного изменения температуры, изгибу от кинематического воздействия за счет неравномерных осадок основания, периодических замерзаний и оттаиваний. Среди перечисленных факторов особое место занимает сезонное изменение температуры – годовое и суточное. Температурный режим во многом зависит от скорости и величины изменения температуры воздуха, а также от солнечной радиации [1].

В исследованиях ставилась задача расчета бетонных дорожных покрытий на температурные воздействия – определение условий теплового режима, который был бы безопасным для эксплуатации покрытия. Определено, что если параметры температурного режима превысят предельные значения, полученные расчетом, то в покрытии появятся микротрещины и с течением времени оно потеряет свои прочностные качества и несущую способность. Чтобы получить прочное, долговечное, экономически выгодное цементобетонное дорожное покрытие, недостаточно иметь только представление о его напряженном состоянии в зависимости от температурного воздействия. Требуется найти критерий прочности, позволяющий установить такие условия работы бетона, при которых в нем начинают образовываться микротрещины, являющиеся первопричиной его разрушения [2].

Для достоверности результатов расчета цементобетонного покрытия следует основываться на физических представлениях о процессе разрушения бетона. Этому вопросу посвящены исследования О. Я. Берга [3, 4], Б. Г. Скрамтаева [5], Н. В. Свечина [6], В. В. Михайлова [7].

## Физические основы критерия прочности бетона

В качестве критерия прочности для бетона принято условие, предложенное О. Я. Бергом [3]. В исследованиях П. У. Бриджмена [8], А. А. Гвоздева [9], С. Д. Волкова [10, 11] подтверждается, что при сжатии бетонных образцов, по-разному сопротивляющихся сжатию и растяжению, процесс разрушения имеет сложный характер. Так, ими установлено увеличение объема образца за счет появления продольных микротрещин. Этот критерий образования микротрещин использован в исследованиях, изложенных в [2]. Результаты экспериментов подтверждают, что границу образования микротрещин при сжатии, соответствующую началу разрушения бетона, следует рассматривать как его основную характеристику.

## Постановка задачи

Ставилась задача определения напряженно-го состояния дорожного покрытия от температурного воздействия. Рассматривали прямоугольный участок дорожного покрытия размерами 5,0×3,75 м в плане и толщиной 0,25 м. Учитывали самый невыгодный случай работы

участка дорожного покрытия, при котором считалось, что деформационные швы не могут деформироваться. Поэтому по краям участка покрытия принимали условия отсутствия горизонтальных перемещений. Для получения решения использовали метод конечных разностей [2].

Получены результаты расчета участка дорожного покрытия, изготовленного из различных классов бетона и при разных температурных режимах. Принимали: коэффициент поперечной деформации  $\nu = 0,16$ ; коэффициент температурного расширения  $\alpha = 14,5 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ; коэффициенты снижения прочности бетона по [2]. Материал покрытия – изотропный и однородный.

Рассматривали два случая наступления предельного состояния – образования микротрещин:

- в условиях растяжения ( $\sigma_1 \geq 0$ );
- в условиях сжатия ( $\sigma_1 < 0$ ).

В обоих случаях эквивалентное напряжение определяли как геометрическую сумму главных напряжений, которую в первом случае сравнивали с нормативным сопротивлением бетона осевому растяжению  $f_{ctk(0,95)}$ , а во втором – с нормативным сопротивлением осевому сжатию  $f_{ck}$ , сниженным на коэффициент  $k_0$  [2].

### Температурный расчет дорожного покрытия

Участок дорожного покрытия имеет небольшие размеры, поэтому можно считать, что по всей площади его верхней и нижней поверхностей температура одинаковая. В связи с этим задачу распределения температуры по толщине покрытия принимаем как одномерную. В [12] приведено дифференциальное уравнение

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\lambda}{c\gamma} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = a \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – удельная теплоемкость;  $\gamma$  – плотность;  $a$  – коэффициент температуропроводности  $a = \lambda/c\gamma$ .

Используя математические преобразования [13] и решая дифференциальное уравнение (1), получаем

$$\frac{t_z - t_n}{t_0 - t_n} = G(u) = G\left(\frac{z}{2\sqrt{a\tau}}\right), \quad (2)$$

где  $t_z$  – температура точки на расстоянии  $z$  от верхней поверхности покрытия;  $t_n$  – то же поверхности покрытия вследствие воздействия источника теплоты;  $t_0$  – начальная температура бетона;  $\tau$  – время, в течение которого воздействует температура.

После подстановки  $u = z/2\sqrt{a\tau}$  получим интеграл

$$G(u) = \frac{2}{\sqrt{u}} \int_0^u e^{-u^2} du. \quad (3)$$

Учитывая значение интеграла (3) и ограничившись шестью членами ряда [13], получим выражение для вычисления температуры в произвольной точке покрытия на расстоянии  $z$  от его верха

$$t_z = \frac{2(t_0 - t_n)}{\sqrt{\pi}} \times \left( \frac{u}{1} - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{2! \cdot 5} - \frac{u^7}{3! \cdot 7} + \frac{u^9}{4! \cdot 9} - \frac{u^{11}}{5! \cdot 11} \right) + t_n. \quad (4)$$

С помощью программы PARUS построены графики распределения температуры при разных значениях температуры поверхности покрытия и времени температурного воздействия (рис. 1). Из рис. 1 видно, что закон изменения температуры по толщине покрытия имеет сложный нелинейный характер. При небольшом времени прогрева (до 45 мин) по мере заглубления в толщу покрытия температура значительно уменьшается, а вблизи нижней поверхности – практически до нуля (рис. 1а). На рис. 1б показан характер распределения температуры для разной продолжительности прогрева покрытия. При небольшом времени прогрева покрытия ( $\tau = 45$  мин) характер распределения температуры нелинейный. Температура верхней части поверхности повышается до 10 °С, в то время как температура нижней поверхности возрастает всего на 1,56 °С. Следует отметить, что максимальный градиент температуры во всех случаях наблюдается в верхнем слое.

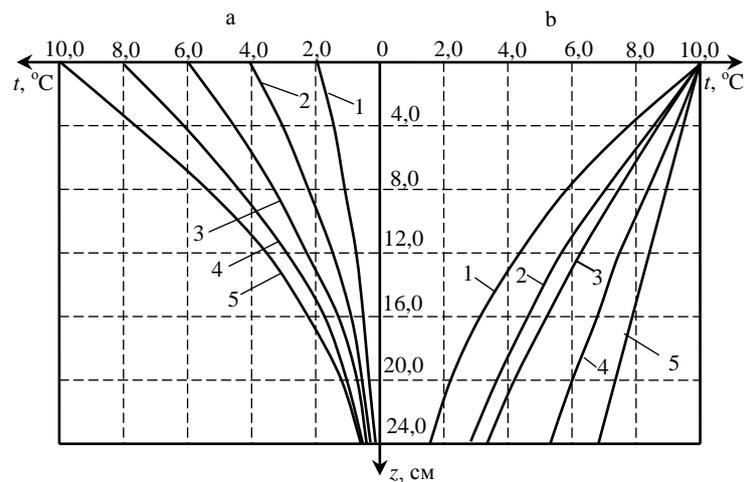


Рис. 1. Распределение температуры по глубине покрытия: а – при различных температурах его поверхности: 1 –  $t_n = 2^\circ\text{C}$ ; 2 – 4; 3 – 6; 4 – 8; 5 –  $10^\circ\text{C}$ ; б – при разном времени воздействия температуры на него: 1 –  $\tau = 45$  мин; 2 – 90; 3 – 120; 4 – 300; 5 – 720 мин

Fig. 1. Distribution of temperature through pavement depth: a – at various temperature of its surface: 1 –  $t_n = 2^\circ\text{C}$ ; 2 – 4; 3 – 6; 4 – 8; 5 –  $10^\circ\text{C}$ ; б – at various time periods of temperature action on pavement: 1 –  $\tau = 45$  min; 2 – 90; 3 – 120; 4 – 300; 5 – 720 min

### Оценка напряженного состояния бетона при повышении температуры поверхности дорожного цементобетонного покрытия

Для оценки напряженного состояния в покрытии выполнен расчет и получены эквивалентные напряжения по программе PARUS [2] для бетона класса С35/45 при повышении температуры верхней поверхности дороги и ее прогреве продолжительностью 15 мин. Графики распределения эквивалентных напряжений

по толщине покрытия при различных температурах нагрева его поверхности приведены на рис. 2. Очевидно, что распределение эквивалентных напряжений по толщине покрытия от повышения температуры поверхности покрытия имеет криволинейный характер. В связи с небольшим временем прогрева в нижнем слое покрытия температура близка к начальной температуре бетона. Значение эквивалентного напряжения прямо пропорционально повышению температуры поверхности покрытия во всех его слоях.

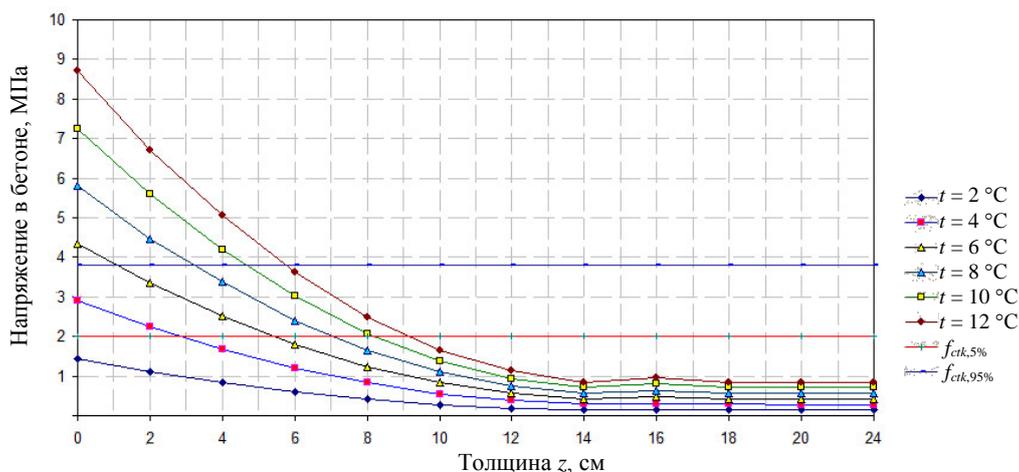


Рис. 2. Изменение эквивалентных напряжений по толщине покрытия из бетона класса С35/45 при разной температуре его верхней поверхности

Fig. 2. Changes in equivalent stresses through thickness of C35/45-grade concrete pavement at various temperature of its upper surface

Результаты расчета показывают, что значение большего главного напряжения не меньше нуля ( $\sigma_1 \geq 0$ ) (табл. 1). Поэтому эквивалентное напряжение при оценке прочности бетона сравнивается с пределом прочности бетона на растяжение  $f_{ctk,95\%}$ . Из графиков рис. 2 видно, что при повышении температуры на 2 и 4 °C кривые не пересекают предельную линию, соответствующую  $f_{ctk,95\%}$ . Следовательно, при таких условиях микротрещины на поверхности покрытия не образуются. А вот кривые, соответствующие возрастанию температуры на 6; 8; 10 и 12 °C, уже пересекают предельную линию, что указывает на образование микротрещин на поверхности покрытия. При этом повышение температуры на 6 °C может привести к образо-

ванию микротрещин на глубину до 1 см, а на 12 °C – увеличивает глубину проникновения микротрещин до 6 см.

### Прогнозируемая толщина поврежденного микротрещинами поверхностного слоя дорожного покрытия

Важной задачей исследования является определение условий образования микротрещин и глубины их проникновения в толщу дорожного покрытия. С помощью программы PARUS [2] выполнены расчеты дорожного покрытия и установлена толщина поврежденного поверхностного слоя в зависимости от градиента температуры для различных классов бетона (рис. 3).

Таблица 1

Напряжения в дорожном покрытии от повышения температуры его поверхности на 10 °C при времени его прогрева 15 мин

Stresses in road pavement due to temperature increase of its surface by 10 °C with 15 minute time period for its heating

z, см	$\sigma_x$ , МПа	$\sigma_y$ , МПа	$\sigma_z$ , МПа	$\tau_{xy}$ , МПа	$\tau_{yz}$ , МПа	$\tau_{zx}$ , МПа	$\sigma_1$ , МПа	$\sigma_2$ , МПа	$\sigma_3$ , МПа	$\sigma_{eq}$ , МПа
0,0	-3,40	-3,40	0,00	0,0	0,0	0,0	0,00	-3,40	-3,40	4,80
2,0	-2,60	-2,60	0,46	0,0	0,0	0,0	0,46	-2,60	-2,60	3,70
4,0	-1,94	-1,94	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-1,94	-1,94	2,78
6,0	-1,37	-1,37	0,48	0,0	0,0	0,0	0,48	-1,37	-1,37	2,00
8,0	-0,90	-0,90	0,48	0,0	0,0	0,0	0,48	-0,90	-0,90	1,36
10,0	-0,55	-0,55	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-0,55	-0,55	0,91
12,0	-0,29	-0,29	0,47	0,0	0,0	0,0	0,47	-0,29	-0,29	0,62
14,0	-0,10	-0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	-0,10	-0,10	0,47
16,0	0,11	0,11	0,51	0,0	0,0	0,0	0,51	0,11	0,11	0,53
18,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47
20,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47
22,0	0,10	0,10	0,45	0,0	0,0	0,0	0,45	0,10	0,10	0,47

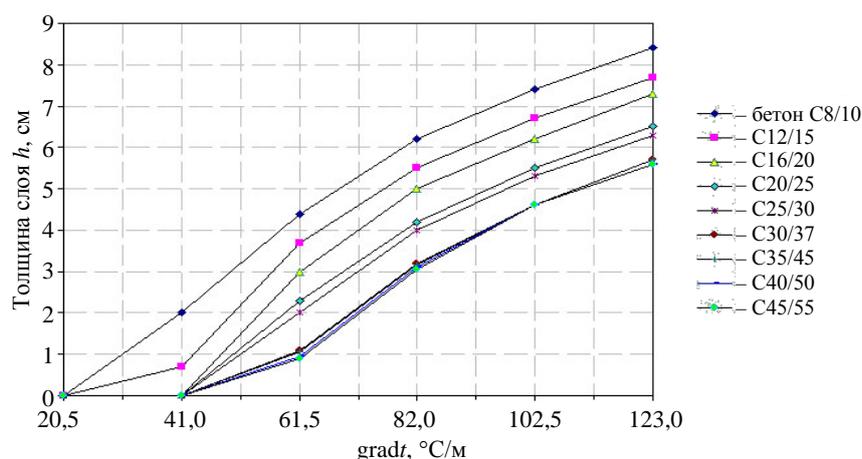


Рис. 3. Зависимость толщины разрушенного микротрещинами поверхностного слоя от градиента температур для различных классов бетона

Fig. 3. Dependence of thickness of distressed surface layer due to micro-cracks on temperature gradient for various concrete grades

Установлено, что толщина поврежденного слоя существенно зависит от градиента температур и от низких классов бетона С8/10–С25/30. Толщина поврежденного слоя зависит только от градиента температур и практически не зависит от высоких классов бетона С30/37–С45/55. Значения градиентов температур (для разных классов бетона), при которых появляются поврежденные слои различной толщины, приведены в табл. 2.

### Сравнение с опытными данными

Полученные результаты расчета дорожного покрытия на температурные воздействия позволяют прогнозировать образование микротрещин в верхнем слое бетона и оценить толщину поврежденного слоя. В Казахском дорожном научно-исследовательском институте М. К. Пшембаевым, Б. Б. Телтаевым и Е. А. Супесом [14] выполнены экспериментальные исследования особенностей темпера-

турного режима автомобильной дороги с цементобетонным покрытием в условиях северного региона Казахстана. Авторы провели длительный мониторинг изменения температуры и влажности в слоях конструкции дорожной одежды и в точках земляного полотна на участках дороги «Астана – Бурабай». Используя полученные результаты, можно определить градиенты температуры и оценить прочность верхнего слоя покрытия (табл. 3).

Из табл. 3 видно, что самый большой положительный градиент на поверхности дорожного покрытия появляется в апреле:  $\text{grad}t = 38,46 \text{ }^\circ\text{C/м}$ . Сравнивая этот градиент с предельными градиентами, приведенными в табл. 2, можно сделать вывод, что использование самого слабого класса бетона С8/10 приведет к разрушению от микротрещин в слое глубиной 1 см. При всех других классах бетона образования микротрещин от температурного воздействия не будет.

Таблица 2

Предельные значения градиентов температур образования микротрещин ( $^\circ\text{C/м}$ )  
Limit values of temperature gradients for formation of micro-cracks ( $^\circ\text{C/м}$ )

$h_0$ , см	Класс бетона							
	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/45
1,0	30,75	43,05	47,83	49,91	51,25	59,64	59,64	62,43
2,0	41,00	49,88	54,67	58,83	61,50	70,29	70,73	71,75
3,0	49,54	56,72	61,50	69,05	71,75	80,05	80,98	81,07
4,0	58,08	64,94	71,75	79,84	82,00	94,00	94,06	94,60
5,0	68,33	76,31	82,00	94,92	98,15	110,45	110,45	110,45
6,0	79,72	90,75	87,20	113,25	114,96	–	–	–

Таблица 3

Значения градиентов температур на верхнем слое дорожного покрытия по результатам эксперимента [14]  
Values of temperature gradients on upper layer of road pavement according to experiment results [14]

Время года	Время суток, ч	Показание датчика температуры, $^\circ\text{C}$		Градиент температуры, $^\circ\text{C/м}$
		на поверхности	на глубине 13 см	
31 октября 2014 г.	15:00	5,0	2,5	19,23
17 ноября 2014 г.	8:00	–9,0	–3,0	–46,15
31 января 2015 г.	8:00	–22,0	–18,0	–30,77
29 марта 2015 г.	14:00	–9,0	–6,0	–23,08
16 апреля 2016 г.	14:00	12,0	7,0	38,46
5 мая 2015 г.	15:00	27,0	23,0	30,77
29 июня 2015 г.	15:00	32,5	32,0	3,85
18 августа 2015 г.	9:00	30,5	25,5	38,46

## ВЫВОДЫ

1. По многолетним наблюдениям установлено, что наиболее характерным и опасным видом разрушений дорожных бетонных покрытий являются микротрещины поверхностного слоя. Одна из основных причин их образования – воздействие погодно-климатических факторов, связанных со значительными изменениями температуры поверхности покрытия и появлением в верхнем его слое больших градиентов температур.

2. Определено напряженное состояние дорожного покрытия, подвергнутого температурному воздействию. С помощью разработанной программы PARUS выполнены расчеты и установлены толщины поверхностного слоя покрытия с микротрещинами в зависимости от градиента температуры для различных классов бетона. Выявлено, что толщина поврежденного слоя бетонного покрытия существенно зависит от градиента температур при низких классах бетона. В случае применения высоких классов бетона толщина поврежденного слоя покрытия зависит только от градиента температур.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Поровая структура дорожного бетона / М. К. Пшембаев [и др.] // Наука и техника. 2016. Т. 15, № 4. С. 298–307. DOI: 10.21122/2227-1031-2016-15-4-298-307.
2. Пшембаев, М. К. Напряжения в цементно-бетонном покрытии от термического удара / М. К. Пшембаев, Я. Н. Ковалев, Л. И. Шевчук // Наука и техника. 2016. Т. 15, № 2. С. 87–94. DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-2-87-94.
3. Берг, О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О. Я. Берг. М.: Госстройиздат, 1962. 96 с.
4. Берг, О. Я. Некоторые физические обоснования теории прочности бетона / О. Я. Берг // Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций. М.: Госстройиздат, 1958. С. 14–22.
5. Скрамтаев, Б. Г. Исследование прочности бетона и пластичности бетонной смеси. М.: Военно-инженерная академия, 1936. 222 с.
6. Свечин, Н. В. Упругопластические свойства цементного камня / Н. В. Свечин // Исследование по технологии бетона. М.: Стройиздат, 1950. С. 18–22.
7. Михайлов, В. В. Элементы теории структуры бетона / В. В. Михайлов. М.: Стройиздат, 1941. 85 с.
8. Бриджмен, П. У. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. Влияние высокого гидростатического давления на механические свойства материалов / П. У. Бриджмен. М.: Иностран. лит.-ра, 1955. 220 с.
9. Гвоздев, А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А. А. Гвоздев. М.: Стройиздат, 1949. 280 с.
10. Волков, С. Д. Статистическая теория прочности / С. Д. Волков. М.: Машгиз, 1960. 98 с.
11. Волков, С. Д. Единая статистическая теория прочности твердых тел / С. Д. Волков // Журнал технической физики. 1953. Т. 23, № 11. С. 2025–2038.

12. Горецкий, Л. И. Теория и расчет цементобетонных покрытий на температурные воздействия / Л. И. Горецкий. М.: Транспорт, 1965. 284 с.
13. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. М.: Наука, 1965. 608 с.
14. Пшембаев, М. К. Особенности температурного режима автомобильной дороги с цементобетонным покрытием в условиях северного региона Казахстана / М. К. Пшембаев, Б. Б. Телтаев, Е. А. Суплес // Автомобильные дороги и мосты. 2016. № 2. С. 41–47.

Поступила 16.03.2017

Подписана в печать 19.05.2017

Опубликована онлайн 28.07.2017

## REFERENCES

1. Pshembaev M. K., Girinsky V. V., Kovalev Ya. N., Yaglov V. N., Budnichenko S. S. (2016) Porous Structure of Road Concrete. *Nauka i Tekhnika* [Science and Technique], 15 (4), 298–307 (in Russian). DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-4-298-307.
2. Pshembaev M. K., Kovalev Ya. N., Shevchuk L. I. (2016) Stresses in Cement-Concrete Pavement Surfacing Caused by Thermal Shock. *Nauka i Tekhnika* [Science & Technique], 15 (2), 87–94 (in Russian). DOI:10.21122/2227-1031-2016-15-2-87-94.
3. Berg O. Ya. (1962) *Physical Fundamental for Concrete and Reinforced Concrete Strength Theory*. Moscow, Gosstroyizdat Publ. 96 (in Russian).
4. Berg O. Ya. (1958) Some Physical Substantiations on Concrete Strength Theory. *Theory for Calculation and Design of Reinforced Concrete Constructions*. Moscow, Gosstroyizdat, 14–22 (in Russian).
5. Skramtaev B. G. (1936) *Investigations on Concrete Strength and Time-Yield of Concrete Mixture*. Moscow, Military Engineering Academy. 222 (in Russian).
6. Svechin, N. V. (1950) Elastic-Plastic Properties of Hardened Cement Paste. *Investigations on Concrete Technology*. Moscow, Stroyizdat Publ., 18–22 (in Russian).
7. Mikhailov V. V. (1941) *Elements of Concrete Structure Theory*. Moscow, Stroyizdat Publ. 85 (in Russian).
8. Bridgman P. W. (1964) *Studies in Large Plastic Flow and Fracture. With Special Emphasis on the Effects of Hydrostatic Pressure*. Harvard University Press. 362. DOI: 10.4159/harvard.9780674731349.
9. Gvozdev A. A. (1949) *Calculation of Structure Bearing Capacity using Limit Equilibrium Method*. Moscow, Stroyizdat Publ. 280 (in Russian).
10. Volkov S. D. (1960) *Statistical Strength Theory*. Moscow, Mashgiz Publ. 98 (in Russian).
11. Volkov S. D. (1953) Unified Statistical Strength Theory of Solid Bodies. *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki* [Technical Physics], 23 (11), 2025–2038 (in Russian).
12. Goretsky L. I. (1965) *Theory and Calculation of Cement Concrete Pavement for Temperature Actions*. Moscow, Transport Publ. 284 (in Russian).
13. Bronstein I. N., Semendyaev K. A. (1965) *Mathematics Reference Book for Engineers and HEI Students*. Moscow, Nauka Publ. 608 (in Russian).
14. Pshembaev M. K., Teltaev B. B., Suppes E. A. (2016) Specific Features of Temperature Regime for Autoroads with Cement Concrete Pavement under Conditions of Kazakhstan Northern Region. *Avtomobilniye Dorogi i Mosty* [Autoroads and Bridges], (2), 41–47 (in Russian).

Received: 16.03.2017

Accepted: 19.05.2017

Published online: 28.07.2017