DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-3-256-261

УДК 517.977

Параметрическая идентификация стохастической системы неградиентным случайным поиском

Докт. техн. наук, проф. А. А. Лобатый[1], асп. В. Ю. Степанов[1]

[1]Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

Реферат. К настоящему времени известно большое разнообразие объектов, задач и методов идентификации, значение которой в различных областях науки и техники постоянно возрастает. Задача идентификации зависит от априорной информации об объекте идентификации, кроме того, существующие подходы и методы идентификации определяются формой математических моделей (детерминированные, стохастические, частотные, временные, спектральные и т. п.). В статье рассматривается задача определения параметров системы (объекта идентификации), заданной стохастической математической моделью, включающей в себя случайные функции времени. Показано, что для оптимизации стохастической системы, подверженной случайным воздействиям, детерминированные методы могут применяться лишь ограниченно для приближенной оптимизации системы при учете усредненных случайных воздействий и при фиксированной структуре системы. Предложен алгоритм идентификации параметров математической модели стохастический системы неградиентным случайным поиском, особенностью которого является его применимость к математическим моделям практически любого вида, так как примененный алгоритм не зависит от линеаризации и дифференцируемости функций, входящих в математическую модель системы. Предложенный алгоритм обеспечивает поиск экстремума заданного критерия качества в условиях внешних неопределенностей и ограничений путем использования случайного поиска параметров математической модели системы. Представлены результаты исследования работоспособности рассматриваемой методики идентификации путем математического моделирования гипотетической системы управления при априорно не известных значениях параметров математической модели. Приведенные результаты математического моделирования наглядно показывают работоспособность предлагаемого метода идентификации.

Ключевые слова: идентификация, математическая модель, методы решения, математическая формулировка задачи, неградиентный случайный поиск

Для цитирования: Лобатый, А. А. Параметрическая идентификация стохастической системы неградиентным случайным поиском / А. А. Лобатый, В. Ю. Степанов // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 3. С. 256–261. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-3-148-256-261

Parametric Identification of Stochastic System by Non-Gradient Random Searching

A. A. Lobaty[1], V. Y. Stepanov[1]

[1]Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. At this moment we know a great variety of identification objects, tasks and methods and its significance is constantly increasing in various fields of science and technology. The identification problem is dependent on a priori information

Адрес для переписки
Лобатый Александр Александрович
Белорусский национальный технический университет
ул. Ф. Скорины, 25/3,
220114, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: +375 17 266-26-58
mido@bntu.by

Address for correspondence
Lobaty Aleksandr A.
Belarusian National Technical University
25/3 F. Skoriny str.,
220114, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: +375 17 266-26-58
mido@bntu.by

about identification object, besides that the existing approaches and methods of identification are determined by the form of mathematical models (deterministic, stochastic, frequency, temporal, spectral etc.). The paper considers a problem for determination of system parameters (identification object) which is assigned by the stochastic mathematical model including random functions of time. It has been shown that while making optimization of the stochastic systems subject to random actions deterministic methods can be applied only for a limited approximate optimization of the system by taking into account average random effects and fixed structure of the system. The paper proposes an algorithm for identification of parameters in a mathematical model of the stochastic system by non-gradient random searching. A specific feature of the algorithm is its applicability practically to mathematic models of any type because the applied algorithm does not depend on linearization and differentiability of functions included in the mathematical model of the system. The proposed algorithm ensures searching of an extremum for the specified quality criteria in terms of external uncertainties and limitations while using random searching of parameters for a mathematical model of the system. The paper presents results of the investigations on operational capability of the considered identification method while using mathematical simulation of hypothetical control system with a priori unknown parameter values of the mathematical model. The presented results of the mathematical simulation obviously demonstrate the operational capability of the proposed identification method.

Keywords: identification, mathematical model, methods for solving, mathematical formulation of the problem, non-gradient random searching

For citation: Lobaty A. A., Stepanov V. Y. (2017) Parametric Identification of Stochastic System by Non-Gradient Random Searching. *Science and Technique*. 16 (3), 256–261. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-3-256-261 (in Russian).

Введение

Задачи идентификации математических моделей и методы их решения рассматриваются специалистами в области технической (и не только) кибернетики с тех пор, как исследование объектов и систем начали производить на основе использования их математических моделей. Значение идентификации в различных областях науки и техники постоянно возрастает, так как трудно представить решение задач анализа или синтеза технических систем без применения их математических моделей. Под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта, выраженной в тех или иных терминах [1, 2].

К настоящему времени известно большое разнообразие объектов, задач и методов идентификации. В зависимости от априорной информации об объекте идентификации задача, как правило, может сводиться к определению структуры модели объекта (непараметрическая идентификация) или к определению параметров известной или заданной математической модели объекта (параметрическая идентификация). Строгое разграничение между подходами к проведению идентификации при решении практических задач провести не представляется возможным. Существующие подходы и методы идентификации, как правило, определяются формой математических моделей (детерминированные, стохастические, частотные, временные, спектральные и т. п. [3–6]). Кроме того, методы идентификации могут различаться в зависимости от принятого критерия идентификации и применяемых математических методов решения сформулированной задачи.

Математическая формулировка задачи

Из различных задач идентификации рассмотрим определение параметров системы (объекта идентификации), заданной стохастической математической моделью, включающей в себя случайные функции времени. Пусть существует некая система (объект) идентификации, описываемая математической моделью вида

$$\dot{Y} = f(Y,\ X,\ \xi,\ D,\ t),\quad Y(t_0) = Y_0, \qquad (1)$$

где f – векторная функция; $Y = Y(t)$ – вектор переменных (фазовых координат), характеризующих работу системы (объекта); $X = X(t)$ – то же детерминированных переменных, поступающих на вход системы; $\xi = \xi(t)$ – то же (внешних помех и внутренних шумов); D – матрица параметров системы; t – время.

Модель системы (1) теоретически не может быть известна абсолютно точно. На практике на основе априорных исследований задается некоторая приближенная математическая модель системы вида

$$\dot{Y}_M = f_M(Y_M, X_M, \xi_M, D_M, t),\ \ Y_M(t_0) = Y_{M0}. \qquad (2)$$

Необходимо определить матрицу $D_M = [d_1, d_2, \ldots, d_n]$ параметров математической модели на основании имеющегося вектора измерений $Z = Z(t)$, который характеризует выход измерителя, описываемого математической моделью вида

$$Z = h(Y,\ t) + \zeta(t), \qquad (3)$$

где h – векторная функция; $\zeta(t)$ – вектор шумов измерителя.

Структурная схема системы идентификации может быть представлена в виде, показанном на рис. 1. Для реализации системы идентификации (рис. 1) необходимо иметь модель идентифицируемой системы вида (2) и следующую модель измерителя:

$$Z_M = h_M(Y_M, t) + \zeta_M(t). \qquad (4)$$

В процессе идентификации системы необходимо найти оптимальные значения параметров (вектора $D_{\text{опт}}(t)$), обеспечивающие минимум заданного функционала качества (целевой функции) $J(D)$. При этом должны выполняться обязательные требования, предъявляемые к системе, заключающиеся в наложенных на систему ограничениях $\Omega(D)$, формализованных в виде совокупности равенств и неравенств

$$\min_{D\in\Omega} J(D) \to D_{\text{опт}}. \qquad (5)$$

При такой постановке задача идентификации представляется задачей оптимизации.

В настоящее время существует большое число методов оптимизации систем, которые в общем случае можно разделить на детерминированные и вероятностные, градиентные и неградиентные, поисковые и непоисковые [3, 4]. Так как одновременное проведение структурной и параметрической оптимизаций может привести к появлению множества локальных экстремумов, необходимо основную параметрическую оптимизацию («в большом») проводить перед структурной, а на конечном этапе – параметрическую оптимизацию (адаптацию) «в малом» [7].

Для оптимизации стохастической системы, подверженной случайным воздействиям, детерминированные методы могут ограниченно применяться лишь для приближенной оптимизации системы при учете усредненных случайных воздействий и при фиксированной структуре системы. Алгоритм поисковой настройки получим на основе метода неградиентного случайного поиска [7]. Достоинство данного метода заключается в том, что он применим к математическим моделям практически любого вида, так как не зависит от линеаризации и дифференцируемости функций, входящих в математические модели систем.

Неградиентный случайный поиск

Пусть при заданных характеристиках векторного входного сигнала $X = X(t)$ системы характеристики векторного выходного сигнала $Y = Y(t)$ полностью определяются стохастическим оператором $A(X, Y, t)$

$$Y = A(X, Y, t)X. \qquad (6)$$

Изменять оператор системы можно путем варьирования его структуры, а также изменением вектора параметров D. Будем полагать, что структура системы задана, а вектор параметров D определяется некой управляющей матрицей системы U_D (U_D – блочный вектор (матрица-столбец) оптимизируемых параметров элементов системы), которая имеет вид $U_D^T = [D_1, ..., D_n]$. Таким образом, для оптимизируемой системы имеем зависимость

$$Y(U_D) = A(X, Y, U_D, t)X. \qquad (7)$$

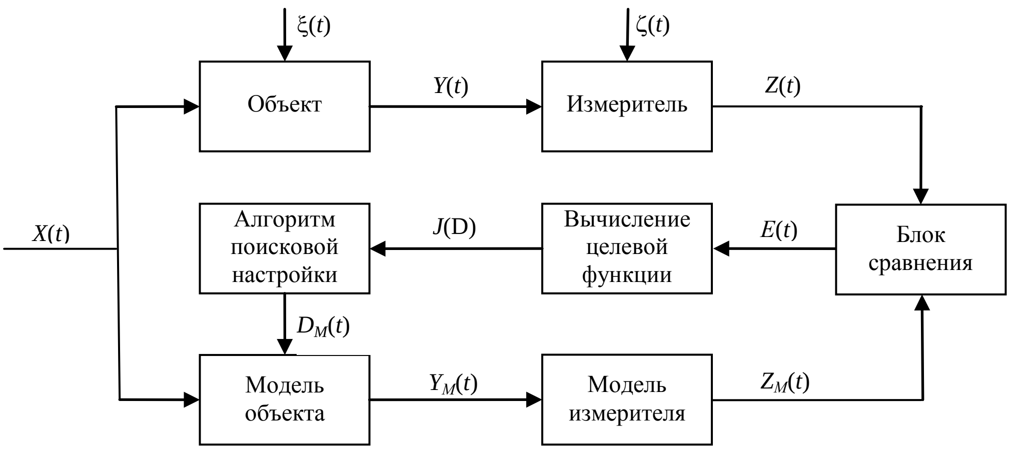

Рис. 1. Структурная схема системы идентификации

Fig. 1. Structural diagram of identification system

В процессе оптимизации управляющая матрица параметров системы U_D может принимать значения, совокупность которых представляет собой фиксированное множество $U_D = \{u_1, u_2, \ldots\}$. При этом фиксированному значению u_k соответствуют конкретные значения вектора $D = D_k$.

Для того чтобы получить удобный для алгоритмического синтеза параметров модели системы критерий оптимальности, введем в рассмотрение событие Ξ, заключающееся в том, что при заданном входном сигнале X модель измерения Z_M удовлетворяет требованию близости к заданному значению Z и выполняются все ограничения, наложенные на систему. Применительно к объекту идентификации это означает, что величина ошибки идентификации $E(t)$ не выходит за границы заданной области. Противоположное событие $\overline{\Xi}$ состоит в том, что не выполняется требование близости Z_M к Z или не выполняется хотя бы одно из ограничений, наложенных на систему.

Если матрицу параметров оптимальной математической модели системы обозначить через $U_0 = U_0(D_{\text{опт}})$, то

$$\min_{D\in\Omega} J(D) = \min_{U_D} P(\overline{\Xi}|U_D), \quad (8)$$

или

$$P(\Xi|U_0) = \max_{U_D} P(\Xi|U_D). \quad (9)$$

Формула (9) называется критерием максимума вероятности успешного решения задачи, поставленной перед системой. Он позволяет производить оптимизацию систем, выходными сигналами которых могут быть не только случайные величины, но и случайные события [7–9]. При такой постановке задачи управляющая матрица системы имеет вид $U_D^T = [D_1, \ldots, D_n]$, т. е. свойства системы зависят от n векторов D_k ($k = \overline{1,n}$), составляющих блочный вектор (матрицу-столбец). Следовательно, необходимо определить $U_D = U_0$ такое, при котором достигается максимум вероятности события, заключающегося в близости реального выходного сигнала системы к требуемому (выражение (9)).

Пусть D_v – v-е сочетание элементов матрицы U_D. При совместном рассмотрении матрицы U_D и события Ξ справедливо равенство

$$P(D_v)P(\Xi|D_v) = P(\Xi)P(D_v|\Xi), \; v = \overline{1, n_D}, \quad (10)$$

где $P(\Xi|D_v)$, $P(D_v|\Xi)$ – условные вероятности событий; n_D – число возможных состояний матрицы U_D (число возможных векторов параметров системы).

Из (10) следует, что

$$\max_{D_v} P(\Xi|D_v) = \max_{D_v} P(\Xi)\frac{P(G_v|\Xi)}{P(G_v)}. \quad (11)$$

Вероятности $P(D_v)$ задаются и называются априорными. В процессе поиска необходимо определить апостериорные вероятности $P(D_v|\Xi)$. В частном случае при отсутствии необходимой информации априорные векторы D_v могут быть равновероятными. Поскольку каждому вектору D_v при заданной вероятности $P(D_v)$ соответствует единственное значение вероятности $P(D_v|\Xi)$, то из $\max P(D_v|\Xi)$ выбирается оптимальное значение D_0.

Для ускорения случайного поиска оптимальных параметров системы $D_{\text{опт}}$ априорные вероятности $P(D_v)$ должны изменяться в соответствии с апостериорной информацией, накопленной в блоке оптимальной управляющей матрицы U_0. В основу этого изменения нужно положить выражение (11), из которого следует, что максимальная эффективность поиска достигается при $P(D_v) = P(D_v|\Xi)$.

Общая схема неградиентного случайного поиска с адаптацией, предназначенного для оптимизации идентифицируемых значений параметров системы при точной работе измерителя [4, 7], показана на рис. 2.

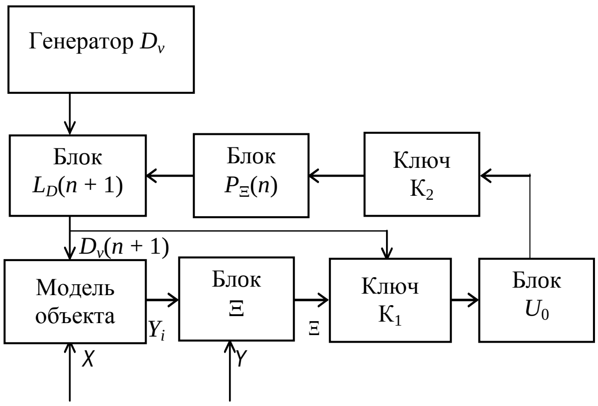

Рис. 2. Структурная схема неградиентного случайного поиска

Fig. 2. Structural diagram of non-gradient random searching

Если событие Ξ имеет место, то ключ К$_1$ открывается и в блок U_0 поступает вектор U_{cD}, обеспечивающий свершение события Ξ. В блоке U_0 формируются вероятностные характеристики события $(U_D|\Xi)$, называемые апостериорными. Блоки $L_D(n+1)$ и $P_{\Xi}(n)$ в данном случае представляют собой оператор адаптации, который корректирует априорные значения U_D. Работа блока адаптации основана на использовании рекуррентного алгоритма [7]

$$P(D_v;n+1)=P(D_v;n)+\Delta P(D_v;n), \qquad (12)$$

где приращение вероятности $\Delta P(D_v;n)$ определяется выражением

$$\Delta P(D_v;n)=P(D_v\,|\Xi;n)-P(D_v;n). \qquad (13)$$

Следовательно

$$P(D_v;n+1)=P(D_v\,|\Xi;n). \qquad (14)$$

Как видно из (14), априорная вероятность v-го решения на $(n+1)$-м шаге адаптации равна апостериорной вероятности v-го решения, полученного на n-м шаге адаптации. Принципы построения методики изменения априорной вероятности на $(n+1)$-м шаге поиска по апостериорной вероятности подробно описаны в [6].

В зависимости от положения изображенного на рис. 2 ключа $К_2$ адаптация может быть непрерывной или дискретной. При непрерывной адаптации ключ $К_2$ замкнут постоянно. Целесообразно использовать дискретную адаптацию, когда ключ $К_2$ включается периодически для передачи накопленной в блоке U_0 информации [10]. При этом достоверность результатов несколько выше, так как в отличие от непрерывной адаптации осреднение реализаций поиска производится в одинаковых условиях поиска. В данном случае оценка матрицы апостериорных вероятностей вычисляется по формуле

$$\begin{bmatrix} P_1(D_1\,|\Xi,n_{К_2},n_{К_1}) \\ \dots \\ P_{nD}(D_{nD}\,|\Xi,n_{К_2},n_{К_1}) \end{bmatrix}=\frac{1}{n_{К_1}}\begin{bmatrix} n_1(\Xi,n_{К_2}) \\ \dots \\ n_{nD}(\Xi,n_{К_2}) \end{bmatrix}, \qquad (15)$$

где $n_{К_1}$ – число включений ключа $К_1$ (число событий Ξ) между очередными включениями ключа $К_2$; $n_v(\Xi,\ n_{К_2})\ (v=\overline{1,\ nD})$ – число свершений события D_v вместе с событием Ξ за время между $n_{К_2}$-м и $(n_{К_2}+1)$-м включением ключа $К_2$.

При этом оценка матрицы апостериорных вероятностей тем точнее, чем больше значение $n_{К_1}$.

Если оптимизация производится без адаптации, то вероятности $P(D_v)$ в процессе поиска должны задаваться исследователем. Потребное количество сеансов поиска N_0 зависит от требуемой (заданной) точности решения задачи и определяется известными выражениями прикладной математики. Поиск оптимальных значений параметров системы завершается на основе использования известных формул математической статистики для доверительных вероятностей. Останов поиска производится при $\varepsilon_c \le \varepsilon_0$, где ε_c – среднее значение относительных приращений норм матриц апостериорных вероятностей; ε_0 – предельное значение ε_c,

$$\varepsilon_c=\frac{1}{n_c+1}\sum_{\mu=1}^{n_c}\frac{\left|H(n_p-\mu)-H(n_p-\mu-1)\right|}{H(n_p-\mu)}, \qquad (16)$$

где n_c – число рабочих шагов поиска, отсчитанных от конца успешных сеансов поиска (при которых открывается ключ $К_1$), по которым производится осреднение реализаций, поступающих в блок U_0; n_p – номер последнего шага поиска к U_0; $H(n_p-\mu)$, $H(n_p-\mu-1)$ – нормы матриц апостериорных вероятностей соответственно на $(n_p-\mu)$-м и $(n_p-\mu-1)$-м рабочих шагах поиска (элементы данных матриц определяют конечную цель поиска).

В качестве примера рассмотрим объект управления, описываемый передаточной функцией вида [8]

$$W(s)=\frac{b}{s+a}, \qquad (17)$$

где b – коэффициент усиления; a – неизвестный параметр.

Требуется провести идентификацию параметра a, считая, что на объект действует задающее воздействие $x=\sin(t)$, b = 2. Выберем настраиваемую модель в виде звена первого порядка

$$W_M(s)=\frac{k}{s+d}, \qquad (18)$$

где $d=d(t)$ – настраиваемый параметр.

Целью идентификации будем считать синтез алгоритма настройки параметра d, обеспечивающего минимизацию целевой функции (9). Результаты исследования работоспособности предложенной методики путем математического моделирования оптимизации параметров системы, описанной выражением (18) при априорно не известных значениях параметра d, представлены на рис. 3.

Случайные реализации на рис. 3 иллюстрируют работу изложенного выше алгоритма параметрического неградиентного случайного поиска при различных априорных случайных значениях вектора параметров $U_D = [d]$. Дискретные значения вероятностей на рис. 3 для наглядности соединены прямыми линиями. Моделирование алгоритма производили в среде MathCad. В общем случае количество шагов поиска, необходимое для определения оптимальных параметров системы, является случайным. В приведенном примере значение вероятности определения искомого вектора параметров математической модели системы превысило 0,8 после 64 шагов поиска.

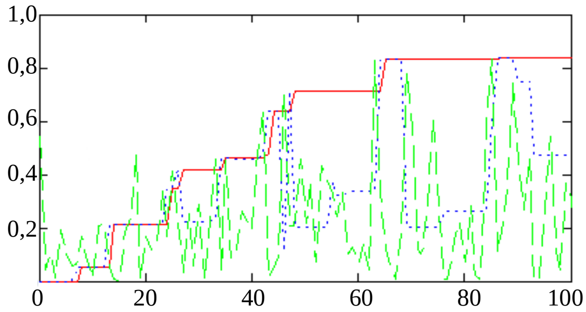

Рис. 3. Результаты математического моделирования:
– P_k – априорные вероятности выбора v-го значения параметра d системы;
– PO_k – апостериорные вероятности события Ξ, поступающие в блок U_0 с выхода ключа K_1;
– POM_k – максимальные апостериорные вероятности выбора оптимального значения параметра d системы, вычисленные в блоке U_0;
k – номер шага случайного поиска

Fig. 3. Results of mathematical modeling:
– P_k – a priori probabilities to select v-value of d-system parameter;
– PO_k – a posteriori probabilities of event Ξ, being fed to block U_0 from key outlet K_1;
– POM_k – maximum a posteriori probabilities to select optimum value of d-system parameter calculated in the block U_0;
k – step number of random searching

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена задача определения параметров системы, заданной стохастической математической моделью, включающей в себя случайные функции времени.

2. Показано, что для оптимизации стохастической системы, подверженной случайным воздействиям, детерминированные методы могут применяться лишь для приближенной оптимизации системы.

3. Для улучшения оптимизации стохастической системы предложено использовать алгоритм поисковой настройки на основе метода неградиентного случайного поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 т. / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ имени Н. Э. Баумана, 2004. 5 т.
3. Растригин, Л. А. Адаптация сложных систем / Л. А. Растригин. Рига: Знание, 1981. 386 с.
4. Казаков, И. Е. Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. М.: Наука, 1987. 304 с.
5. Ljung, L. Analysis of Recursive Stochastic Algorithms / L. Ljung // IEEE Transactions on Automatic Control. 1977. Vol. 22, No 4. P. 551–575.
6. Rake, H. Step Response and Frequency Response Methods / H. Rake // Automatica. 1977. Vol. 16, No 5. P. 519–526.
7. Лобатый, А. А. Топология мультиструктурных технических систем / А. А. Лобатый. Минск: Военная академия Республики Беларусь, 2000. 162 с.
8. Лобатый, А. А. Поисковый алгоритм настройки модели непрямого адаптивного фазового управления / А. А. Лобатый, М. В. Почебут // Доклады БГУИР. 2009. № 6 (44). С. 62–68.
9. Kalman, R. E. On the General Theory of Control Systems / R. E. Kalman // IRE Transactions on Automatic Control. 1959. Vol. 4, No 3. P. 110.
10. Ljung, L. System Identification, Theory for the User. / L. Ljung. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 609 p.

Поступила 29.02.2016
Подписана в печать 27.04.2016
Опубликована онлайн 30.05.2017

REFERENCES

1. Aleksandrov A. G., Artemev V. M., Afanasev V. N., Ashimov A. A., Beloglazov I. N., Bukov V. N., Zemlyakov S. N., Kazakevich V. V., Krasovskii A. A. (ed.), Medvedev G. A., Rastrigin L. A., Rutkovskii V. Yu., Yusupov R. M., Yadykin I. B., Yakubovich V. A. (1987) *Reference Book on Theory of Automatic Control*. Moscow, Nauka Publ. 712 (in Russian).
2. Pupkov K. A., Egupov N. D. (ed.) (2004) *Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control, in 5 Volumes*. Moscow, Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 2004.
3. Rastrigin L. A. (1981) *Adaptation of Complicated Systems*. Riga, Znanie Publ. 386 (in Russian).
4. Kazakov I. E., Gladkov D. I. (1987) *Methods of Optimization for Stochastic Systems*. Moscow, Nauka Publ. 304 (in Russian).
5. Ljung L. (1977) Analysis of Recursive Stochastic Algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22 (4), 551–575. DOI: 10.1109/tac.1977.1101561.
6. Rake H. (1977) Step Response and Frequency Response Methods. *Automatica*, 16 (5), 519–526. DOI: 10.1016/0005-1098(80)90075-8.
7. Lobaty A. A. (2000) *Topology Multistructural Technical Systems*. Minsk, Minsk Military Academy of the Republic of Belarus. 162 (in Russian).
8. Lobaty A. A., Pochebut M. V. (2009). Tuning search Algorithm for Model of Indirect Adaptive Phase Control. *Doklady BSUIR* [Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics], 44 (6), 62–68 (in Russian).
9. Kalman R. E. (1959) On the General Theory of Control Systems. *IRE Transactions on Automatic Control*, 4 (3), 110. DOI: 10.1109/TAC.1959.1104873.
10. Ljung L. (1999) *System Identification, Theory for the User*. New Jersey, Prentice Hall. 609.

Received: 29.02.2016
Accepted: 27.04.2016
Published online: 30.05.2017