

## Динамическое усиление движения биомеханической системы

А. Е. Покатилов<sup>1)</sup>, канд. техн. наук, доц. М. А. Киркор<sup>1)</sup>, студ. В. И. Ильенков<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Могилевский государственный университет продовольствия (Могилев, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2017  
Belarusian National Technical University, 2017

**Реферат.** Разработаны и опробованы методы оценки динамического усиления движения в биомеханике. Установлено, что широко используемые характеристики оценки влияния движения на механизмы и машины, такие как динамический коэффициент и коэффициент динамичности по ускорениям, при исследовании локомоций человека в условиях упругой опоры теряют смысл. Причиной является невозможность сравнить движение человека при контакте с упругой и жесткой опорами, так как с изменением жесткости опоры меняется и техника выполнения упражнения. При этом она еще зависит от текущего состояния конкретного спортсмена. Такая ситуация наблюдается в спортивной гимнастике. Изучена структура кинематических и динамических моделей движения человека. Установлено, что свойства упругой опоры в моделях отражаются: в явном виде, когда в моделях присутствуют параметры динамической деформации спортивного снаряжения, и в неявном – в численно измененных параметрах движения самого человека. Первую часть можно оценить количественно, сравнив с расчетами по полным моделям. Для этого введены понятия выделенной и полной моделей. Предложено выделять модели для опоры и модели биомеханической системы, представляющие собой модели движения только опорно-двигательного аппарата человека. Выявлено, что выделенные модели опоры в кинематике и динамике различаются по структуре. В кинематике выделяют только параметры упругой деформации опоры, а в динамике – параметры опоры в явном виде и дополнительно – в моделях движения самого человека, и тоже в явном виде. На примере вычислительного эксперимента для большого оборота назад на гимнастической перекладине дана количественная оценка динамического усиления движения в моделях кинематики и динамики. Показано, что влияние спортивного снаряжения на движение численно имеет тот же порядок, что и движение спортсмена без учета упругих свойств опоры.

**Ключевые слова:** полная модель, выделенные модели, упругая опора, жесткая опора, кинематика, динамика, опорно-двигательный аппарат, биомеханика, большой оборот

**Для цитирования:** Покатилов, А. Е. Динамическое усиление движения биомеханической системы / А. Е. Покатилов, М. А. Киркор, В. И. Ильенков // *Наука и техника*. 2017. Т. 16, № 4. С. 348–354. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-348-354

## Dynamic Magnification of Biomechanical System Motion

A. E. Pokatilov<sup>1)</sup>, M. A. Kirkor<sup>1)</sup>, V. I. Ilenkov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Mogilev State University of Food Technologies (Mogilev, Republic of Belarus)

**Abstract.** Methods for estimation of dynamic magnification pertaining to motion in biomechanics have been developed and approbated in the paper. It has been ascertained that widely-used characteristics for evaluation of motion influence on mechanisms and machinery such as a dynamic coefficient and acceleration capacity factor become irrelevant while investigating human locomotion under elastic support conditions. The reason is an impossibility to compare human motion in case when there is a contact with elastic and rigid supports because while changing rigidity of the support exercise performing technique is also changing. In this case the technique still depends on a current state of a specific sportsman. Such situation is observed in sports gymnastics. Structure of kinematic and dynamic models for human motion has been investigated in the paper. It has been established that properties of an elastic support are reflected in models within two aspects: in an explicit form, when models have parameters of dynamic deformation for a gymnastic apparatus, and in an implicit form, when we have numerically

---

### Адрес для переписки

Покатилов Алексей Евгеньевич  
Могилевский государственный университет продовольствия  
просп. Шмидта, 3,  
212027, г. Могилев, Республика Беларусь  
Тел.: +375 0222 48-57-28  
pokatilov-a@mail.ru

### Address for correspondence

Pokatilov Alexey E.  
Mogilev State University of Food Technologies  
3 Schmidt Ave.,  
212027, Mogilev, Republic of Belarus  
Tel.: +375 0222 48-57-28  
pokatilov-a@mail.ru

changed parameters of human motion. The first part can be evaluated quantitatively while making comparison with calculations made in accordance with complete models. For this reason notions of selected and complete models have been introduced in the paper. It has been proposed to specify models for support and models of biomechanical system that represent models pertaining only to human locomotor system. It has been revealed that the selected models of support in kinematics and dynamics have structural difference. Kinematics specifies only parameters of elastic support deformation and dynamics specifies support parameters in an explicit form and additionally in models of human motion in an explicit form as well. Quantitative estimation of a dynamic motion magnification in kinematics and dynamics models has been given while using computing experiment for grand circle backward on a gymnastics horizontal bar as an example. It has been shown that an influence of a gymnastic apparatus on motion has numerically the same order as motion of a sportsman without taking into account elastic properties of the support.

**Keywords:** complete model, selected models, elastic support, rigid support, kinematics, dynamics, human locomotor system, biomechanics, grand circle

**For citation:** Pokatilov A. E., Kirkor M. A., Ilenkov V. I. (2017) Dynamic Magnification of Biomechanical System Motion. *Science and Technique*. 16 (4), 348–354. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-348-354 (in Russian)

## Введение

В механике используют такое понятие, как «коэффициент динамичности» («динамический коэффициент», а также «коэффициент динамического усиления»). В общем случае под ним понимают отношение какой-либо величины, характеризующей динамику системы, к значению этой величины в статике [1–3]. Так, коэффициентом динамичности по перемещениям в теории механизмов и машин называют отношение амплитуды вынужденных колебаний к максимальному перемещению, вызываемому статическим действием силы. Существует еще одна трактовка данного понятия – в механике используют «коэффициент динамичности по ускорениям», под которым понимают отношение максимального модуля ускорения выходного звена с учетом упругости звеньев к максимальному модулю ускорения этого же звена без учета упругости звеньев [2].

Отметим, что в биомеханике, во-первых, во многих случаях требуется анализировать кинематику и динамику каждого звена. Так, для гимнаста при выполнении маховых упражнений представляет практический интерес движение и верхних, и нижних конечностей, и туловища. Во-вторых, коэффициенты динамичности по ускорениям определяются по данным различных экспериментов. Находят ускорения для механизма с упругими связями и отдельно для механизма без них. По ним и производят расчеты.

В биомеханике же нет возможности сравнить выполнение спортивного упражнения на упругом снаряде и на абсолютно жестком, поскольку последнего не существует, как и не

существует техники выполнения необходимых движений на нем [4]. Укажем, что оба принципа анализа кинематики и динамики объектов подходят для изучения полной системы, представленной человеком и спортивным снарядом, но с определенной корректировкой. Например, при изучении деформационного поведения спортивного снаряда. Однако для исследования движения непосредственно спортсмена необходимо предложить методику оценки динамичности движения самой биомеханической системы (БМС), познание закономерностей движения которой и является конечной целью, на пути к которой изучение опоры – лишь необходимый этап [5, 6].

## Оценка динамики полной системы

Условимся отдельные модели, описывающие поведение опоры, называть моделями опоры. Модели для расчета параметров движения опорно-двигательного аппарата человека в целом, т. е. с учетом влияния упругого снаряда, получают название моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры. А комплексные модели, включающие две системы, отдельно взятую опору и биомеханическую систему с учетом всего влияния спортивного снаряда, – полными моделями биомеханической системы или просто полными моделями. Соответственно систему, состоящую из механической и биомеханической систем, назовем полной системой. В модели опоры ее характеристики входят в явном виде.

В [5] показано, что спортивный снаряд влияет на движение не только через изменение параметров своего движения, но и путем из-

менения параметров движения самой БМС. Для описания этих процессов введем еще одно понятие: части моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры, не содержащие характеристики деформации спортивного снаряда в явном виде, назовем выделенными. Сама биомеханическая система, для которой получены эти модели, тоже будет выделенной. После выделения остаются части уравнений с характеристиками спортивного снаряда в явном виде. Их назовем выделенными моделями опоры.

Рассматривая вопрос выделения конкретной исследуемой системы из более общей, необходимо различать модели кинематики и модели динамики. Для моделей кинематики связь между введенными системами можно представить отношением

$$f_k(FS) = f_1(S) + f_2(\text{БМС}^{SO}) = f_1(S^{SO}) + f_2(\text{БМС}^{SO}), \quad (1)$$

где  $f_k(FS)$  – полная модель кинематики (полная система);  $f_1(S)$  – модель кинематики опоры;  $f_1(S^{SO})$  – выделенная модель кинематики опоры;  $f_2(\text{БМС}^{SO})$  – то же биомеханической системы.

В этом случае модель кинематики опоры и ее выделенная модель есть одно и то же

$$f_1(S) = f_1(S^{SO}). \quad (2)$$

Расчетная модель биомеханической системы в условиях упругой опоры, моделируемой вращающейся пружиной, показана на рис. 1. Приведем в качестве примера уравнения для ускорений суставов биомеханической системы:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{O_{r-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \cos Q_0 - 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sin Q_0 - \\ &- L_0 \ddot{Q}_0 \sin Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \cos Q_0] - \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \sin Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \cos Q_j; \\ \ddot{Y}_{O_{r-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \sin Q_0 + 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \cos Q_0 + \\ &+ L_0 \ddot{Q}_0 \cos Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \sin Q_0] + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \cos Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \sin Q_j, \quad (3)$$

где  $i = 1, 2, \dots, N + 1$ ;  $N + 1 = K$ ;  $L_j$  – длина звеньев;  $L_0, \dot{L}_0, \ddot{L}_0, Q_0, \dot{Q}_0, \ddot{Q}_0$  и  $Q_j, \dot{Q}_j, \ddot{Q}_j$  – обобщенные координаты, обобщенные скорости и обобщенные ускорения спортивного снаряда и биомеханической системы;  $N$  – количество звеньев биомеханической системы.

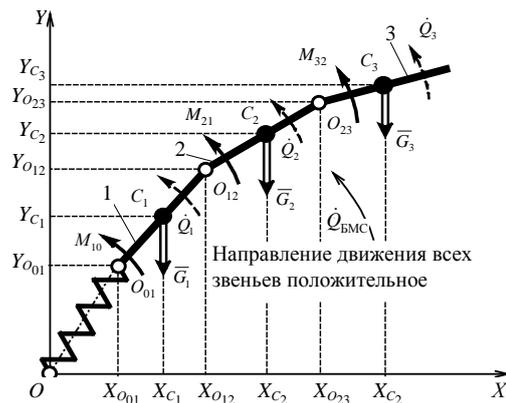


Рис. 1. Расчетная схема биомеханической системы  
Fig. 1. The settlement circuit design of biomechanical system

В уравнениях (3) квадратными скобками [...] показаны ускорения, выделенные по опоре, т. е. по спортивному снаряду:

$$\begin{aligned} f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{O_{r-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \cos Q_0 - 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sin Q_0 - \\ &- L_0 \ddot{Q}_0 \sin Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \cos Q_0]; \\ f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{O_{r-1,i}} &= [\ddot{L}_0 \sin Q_0 + 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \cos Q_0 + \\ &+ L_0 \ddot{Q}_0 \cos Q_0 - L_0 \dot{Q}_0^2 \sin Q_0]. \end{aligned} \quad (4)$$

Остальные части (3) характеризуют ускорения выделенной биомеханической системы:

$$\begin{aligned} f_{\ddot{X}}(\text{БМС}^B)_{O_{r-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \sin Q_j + \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \cos Q_j; \\ f_{\ddot{Y}}(\text{БМС}^B)_{O_{r-1,i}} &= \sum_{j=1}^{i-1} L_j \ddot{Q}_j \cos Q_j - \sum_{j=1}^{i-1} L_j \dot{Q}_j^2 \sin Q_j. \end{aligned} \quad (5)$$

Окончательно запишем для проекций ускорений суставов БМС:

$$f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{o_{t-1,i}} = f_{\ddot{X}}(\text{ОП}^B)_{o_{t-1,i}} - f_{\ddot{X}}(\text{БМС}^B)_{o_{t-1,i}};$$

$$f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{o_{t-1,i}} = f_{\ddot{Y}}(\text{ОП}^B)_{o_{t-1,i}} + f_{\ddot{Y}}(\text{БМС}^B)_{o_{t-1,i}}. \quad (6)$$

По результатам экспериментальной расшифровки видеосъемки большого оборота назад на гимнастической перекладине в исполнении мастера спорта Беларуси Ю. Кракалова покажем на рис. 2 результаты расчета линейных ускорений суставов на основании (4) и (5). Расчеты проводили на компьютере с использованием методов численного анализа [7].

Для векторных величин удобным и весьма информативным способом их изучения являются

ся годографы. В качестве примера на рис. 3 представлены годографы ускорений полной системы (рис. 3а) и выделенной БМС (рис. 3б) для плечевого сустава. Годографы построены с запасом в 10 кадров в начале и конце графиков по сравнению с рис. 2. Связано это со значительным изменением графиков в начале и конце при сглаживании данных.

Построив годограф ускорений выделенной опоры по ускорениям для плечевого сустава (рис. 4), получим представление, в том числе и численное, о влиянии упругих свойств спортивного снаряда на целенаправленное движение человека.

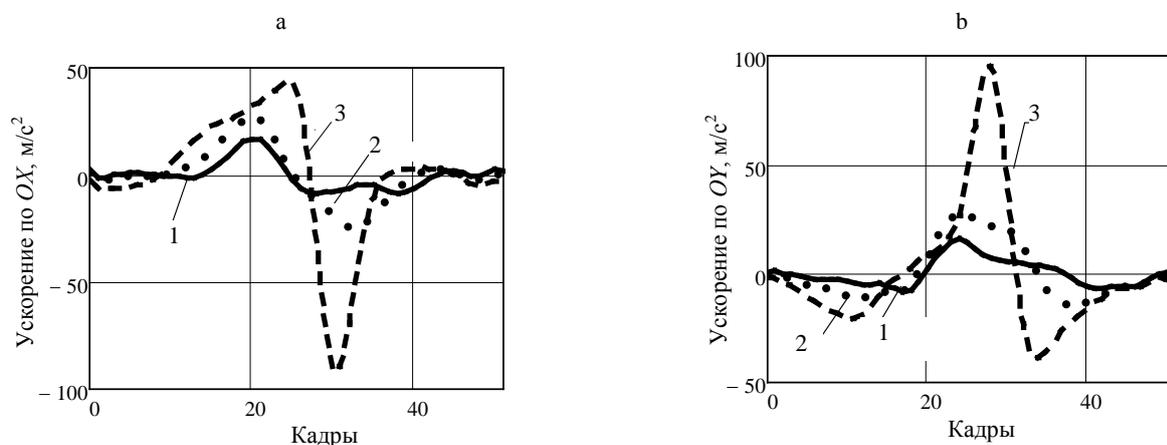


Рис. 2. Линейные ускорения суставов: а – плечевого; б – тазобедренного; 1 – выделенная опора; 2 – выделенная биомеханическая система; 3 – полная система

Fig. 2. Linear accelerations of joints: а – humeral; б – coxofemoral; 1 – selected support; 2 – selected biomechanical system; 3 – complete system

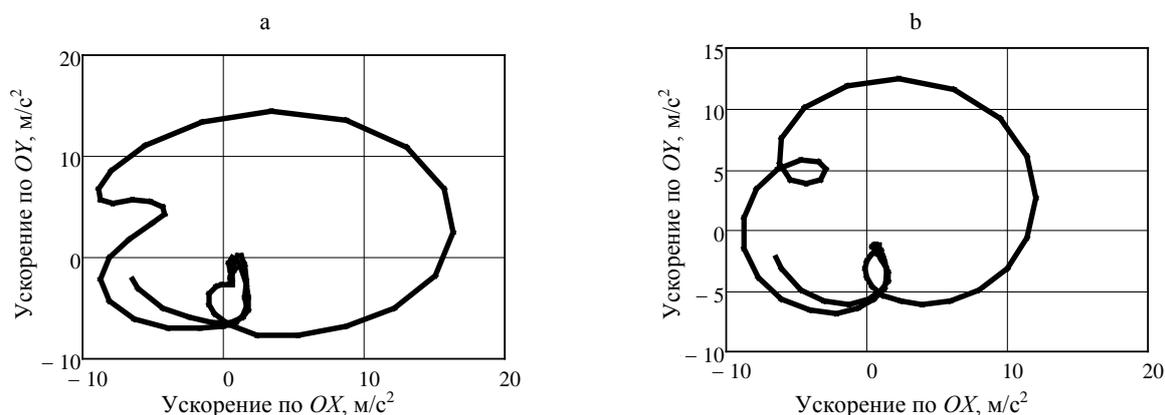


Рис. 3. Годографы ускорений выделенных систем плечевого сустава: а – полная система; б – выделенная биомеханическая система

Fig. 3. Hodographs of accelerations for selected systems of humeral joint: а – complete system; б – selected biomechanical system

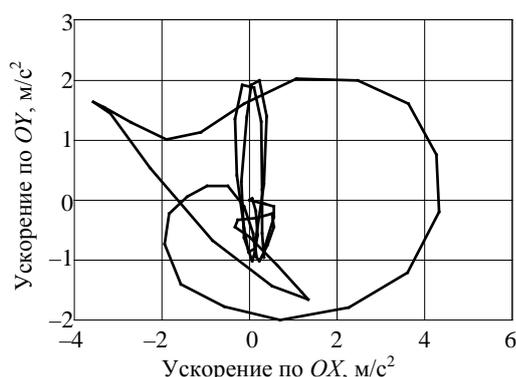


Рис. 4. Годограф выделенной опоры по ускорениям для плечевого сустава

Fig. 4. Hodograph of selected support according to accelerations for humeral joint

Анализ показывает значимость влияния спортивного снаряда на кинематику движения биомеханической системы. Дополнительные ускорения плечевого сустава из-за упругих свойств опоры изменяются в интервале: в горизонтальном направлении  $(-3,6) \dots (+4,4) \text{ м/с}^2$ , в вертикальном  $(-2) \dots (+2) \text{ м/с}^2$ . Для моделей динамики справедливо отношение:

$$f_d(\text{ПС}) = f_3(\text{ОП}) + f_4(\text{БМС});$$

$$f_4(\text{БМС}) = f_5(\text{ОП}^B) + f_6(\text{БМС}^B), \quad (7)$$

где  $f_d(\text{ПС})$  – полная модель динамики;  $f_3(\text{ОП})$  – модель динамики опоры;  $f_4(\text{БМС})$  – модель динамики биомеханической системы в условиях упругой опоры;  $f_5(\text{ОП}^B)$  – выделенная модель динамики опоры;  $f_6(\text{БМС}^B)$  – то же биомеханической системы.

Это позволяет любую полную модель динамики представить как

$$f_d(\text{ПС}) = f_3(\text{ОП}) + f_5(\text{ОП}^B) + f_6(\text{БМС}^B). \quad (8)$$

Параметры опоры в явном виде дважды входят в уравнения динамики полной системы. Первый раз – в виде отдельно взятых формул  $f_3(\text{ОП})$ , а второй – тоже в явном, т. е. выделенном в отдельные зависимости  $f_5(\text{ОП}^B)$ , но уже составными частями моделей биомеханической системы в условиях упругой опоры. В качестве иллюстрации запишем модели кинетической энергии. Имеем для полной системы [6]

$$T = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = T_{\text{ОП}} + T_{\text{БМС}}, \quad (9)$$

где  $T_{\text{ОП}}$  – кинетическая энергия опоры,  $T_{\text{ОП}} = T_0$ ;  $T_{\text{БМС}}$  – то же собственно биомеханической системы, равная сумме кинетических энергий звеньев опорно-двигательного аппарата;

$$f_T(\text{БМС}) = T_{\text{БМС}} = T_1 + T_2 + T_3.$$

В случае приведения массы упругой опоры к точке  $k$  имеем выражение для кинетической энергии спортивного снаряда

$$f_T(\text{ОП}) = T_0 = \frac{m_{\text{нпк}} v_k^2}{2} = \frac{m_{\text{нпк}} (\dot{X}_k^2 + \dot{Y}_k^2)}{2}. \quad (10)$$

Расчетную модель кинетической энергии БМС можно представить в виде [6]

$$T_{\text{БМС}} = \left[ m_{\text{БМС}} (\dot{L}_0^2 + L_0^2 \dot{Q}_0^2) + \sum_{i=1}^N A_{ii} \dot{Q}_i^2 + 2\dot{L}_0 \sum_{i=1}^N D_{0i} \dot{Q}_i \sin(Q_0 - Q_i) + 2 \sum_{i=0}^N A_{ij} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N, \quad (11)$$

где  $A_{ij}$ ,  $A_{ii}$ ,  $D_{0i}$  – коэффициенты, зависящие от масс-инерционных характеристик биомеханической системы, являющиеся постоянными для каждого конкретного спортсмена и определяемые один раз до начала эксперимента.

Разделив по системам уравнение (11), получим:

$$f_T(\text{ОП}^B) = T_{\text{БМС}}^{\text{ОП}} = \left[ m_{\text{БМС}} (\dot{L}_0^2 + L_0^2 \dot{Q}_0^2) + 2\dot{L}_0 \sum_{i=1}^N D_{0i} \dot{Q}_i \sin(Q_0 - Q_i) + 2A_{0j} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N; \quad (12)$$

$$f_T(\text{БМС}^B) = T_{\text{БМС}}^B = \left[ \sum_{i=1}^N A_{ii} \dot{Q}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N A_{ij} \sum_{j=i+1}^N \dot{Q}_i \dot{Q}_j \cos(Q_j - Q_i) \right] / 2, \quad j \leq N. \quad (13)$$

Тогда в общем виде уравнение кинетической энергии биомеханической системы через выделенные системы запишем как

$$T_{\text{БМС}} = T_{\text{БМС}}^{\text{ОП}} + T_{\text{БМС}}^{\text{Б}} = f_T(\text{ОП}^{\text{Б}}) + f_T(\text{БМС}^{\text{Б}}). \quad (14)$$

Сравнительный анализ уравнений (1)–(14) показывает разные отношения между системами в моделях кинематики и динамики. При исследовании кинематики полная модель является моделью биомеханической системы в условиях упругой опоры  $f_K(\text{ПС}) = f_K(\text{БМС})$ . Совпадают и модель опоры с ее выделенной моделью. А в динамике полная модель включает в себя модель биомеханической системы в условиях упругой опоры и модель опоры. Модель же опоры и ее выделенная модель есть разные модели.

Графики кинетической энергии выделенных опор и биомеханической системы, а также полной системы, представлены на рис. 5.

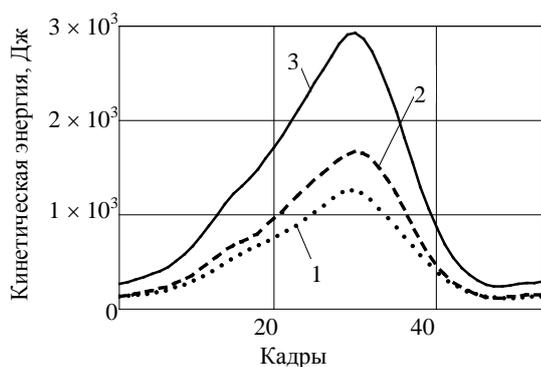


Рис. 5. Кинетическая энергия: 1 – выделенной опоры; 2 – выделенной биомеханической системы; 3 – полной системы

Fig. 5. Kinetic energy: 1 – selected support; 2 – selected biomechanical system; 3 – complete system

Разделение систем позволяет оценить влияние упругих свойств спортивного снаряжения на движение биомеханической системы. Кинетическая энергия выделенной опоры (рис. 5, кривая 1) имеет тот же порядок, что и энергия выделенной биомеханической системы (рис. 5, кривая 2). Последнее показывает значимость влияния спортивного снаряжения на движение человека. Кинетическая энергия полной системы представлена кривой 3 (рис. 5). Ее максимальные значения достигают почти 3000 Дж.

В ряде случаев для анализа необходимо отбросить влияние спортивного снаряжения, и тогда используют понятие биомеханической системы

в условии жесткой опоры [8, 9]. Модели такой системы полностью идентичны по форме моделям выделенной биомеханической системы [6, 10, 11]. Это одни и те же выражения. Различаются они лишь значениями, подставляемыми в соответствующие формулы.

В [5] показано, что обобщенные координаты  $Q_i$ , определяющие положение спортсмена, и характеристики  $\dot{Q}_i$ ,  $\ddot{Q}_i$ , представляющие обобщенные скорости и обобщенные ускорения, в определенной степени зависят от упругих свойств спортивного снаряжения. Их значения при движении биомеханической системы в условиях жесткой опоры имели бы иную величину, чем при выполнении упражнения на спортивном снаряжении с упругими свойствами. С этой точки зрения обобщенную координату  $Q_i$  биомеханической системы можно представить в виде суммы

$$Q_i = Q_i^{\text{БМС}} + \Delta Q_i = Q_i^{\text{БМС}} + Q_i^{\text{ОП}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

где  $Q_i^{\text{БМС}}$  – часть угла, образованная  $i$ -м звеном с осью  $OX$  и зависящая только от движения биомеханической системы без учета упругих свойств спортивного снаряжения;  $\Delta Q_i$  – то же, образованная  $i$ -м звеном с осью  $OX$  и зависящая от упругих свойств спортивного снаряжения, записывается как

$$\Delta Q_i = Q_i^{\text{ОП}}.$$

Про углы  $Q_i^{\text{БМС}}$  можно сказать и так: это обобщенные координаты биомеханической системы в условиях жесткой опоры.

В случае выделения из уравнений кинематики и динамики полной системы, частей уравнений, в которых отсутствуют в явном виде параметры упругой опоры, получим модели, позволяющие рассчитать параметры движения человека в условиях жесткой опоры, когда влияния опоры нет или его не учитывают [8, 9].

## ВЫВОДЫ

1. Выполненный анализ целенаправленного движения спортсмена в условиях упругой опоры показывает, что ограничения, налагаемые спортивным снаряжением на движение человека, зависят от закона движения этого человека.

2. На сегодняшний день для выделенных моделей биомеханической системы выполнить разделение обобщенных координат как в уравнениях кинематики, так и в моделях динамики движения опорно-двигательного аппарата человека и оценить все динамическое усиление, привносимое спортивным снарядом, не представляется возможным.

3. Предложенные методы оценки влияния снаряда, выступающего в качестве упругой опоры, дают возможность получить количественную картину управляемого движения человека и на этой основе разработать ряд методик, направленных на совершенствование технических действий спортсмена и ускорение процесса его обучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков, А. В. Соппротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. М.: Высш. шк., 1975. 655 с.
2. Левитская, О. Н. Курс теории механизмов и машин / О. Н. Левитская, Н. И. Левитский. М.: Высш. шк., 1985. 290 с.
3. Левитский, Н. И. Колебания в механизмах / Н. И. Левитский. М.: Наука, 1988. 336 с.
4. Гавердовский, Ю. К. Биомеханические основы техники гимнастических упражнений / Ю. К. Гавердовский // Спортивная гимнастика. М.: Физкультура и спорт, 1979. С. 34–66.
5. Управление движением на кинематическом уровне / А. Е. Покатилов [и др.] // Техника и технология пищевых производств: тез. докл. IX междунар. науч. конф. студ. и аспирантов, Могилев, 25–26 апр., 2013 г.: в 2 ч. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: А. В. Акулич [и др.]. Могилев, 2013. Ч. 2. С. 50.
6. Синтез движения в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов [и др.] // Техника и технология пищевых производств: тез. докл. IX междунар. науч. конф. студ. и аспирантов, Могилев, 25–26 апр., 2013 г.: в 2 ч. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: А. В. Акулич [и др.]. Могилев, 2013. Ч. 2. С. 51.
7. Васильков, Ю. В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании / Ю. В. Васильков, Н. Н. Василькова. М.: Финансы и статистика, 2001. 256 с.
8. Зациорский, В. М. Биомеханика двигательного аппарата человека / В. М. Зациорский, А. С. Аруин, В. Н. Себрянов. М.: Физкультура и спорт, 1981. 143 с.
9. Дубровский, В. И. Биомеханика / В. И. Дубровский, В. Н. Федорова. М.: Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. 672 с.
10. Загrevский, В. И. Программирование обучающей деятельности спортсменов на основе имитационного моделирования движений человека на ЭВМ / В. И. Загrevский. М., 1994. 47 с.
11. Загrevский, В. И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном экспе-

рименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. Могилев: Могилев гос. ун-т имени А. А. Кулешова, 2000. 190 с.

Поступила 30.03.2016

Подписана в печать 31.05.2016

Опубликована онлайн 28.07.2017

#### REFERENCES

1. Darkov A. V., Shpiro G. S. (1975) *Strength of Materials*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 655 (in Russian).
2. Levitskaya O. N., Levitsky N. I. (1985) *Course for Theory of Mechanisms and Machines*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 290 (in Russian).
3. Levitsky N. I. (1988) *Oscillations in Mechnaisms*. Moscow, Nauka Publ. 336 (in Russian).
4. Gaverdovsky Yu. K. (1979) Biomechnaical Fuyndamentals for Gymnastic Exercise Techniques and Skills. *Sports Gymnastic*. Moscow, Fizkultura i Sport Publ. 34–66 (in Russian).
5. Pokatilov A. E., Zagrevskii V. I., Popov V. N., Fedoseev Yu. Yu., Lavshuk L. A. (2013) Control of Motion at Kinematic Level. *Tekhnika i Tekhnologiya Pishchevykh Proizvodstv: Tez. Dokl. IX Mezhdunar. Nauch. Konf. Stud. i Aspir. Ch. 2* [Engineering and Technology of Food Production: Report abstracts of the IX<sup>th</sup> International Scientific Conference for Undergraduate and Postgraduate Students. Part 2]. Mogilev, 50 (in Russian).
6. Pokatilov A. E., Zagrevskii V. I., Lavshuk L. A., Fedoseev Yu. Yu., Efimov D. V. (2013) Synthesis of Motion Under Conditions of Elastic Support. *Tekhnika i Tekhnologiya Pishchevykh Proizvodstv: tez. Dokl. IX Mezhdunar. Nauch. Konf. Stud. i Aspir. Ch. 2* [Engineering and Technology of Food Production: Report Abstracts of the 9th International Scientific Conference for Undergraduate and Postgraduate Students. Part 2]. Mogilev, 51 (in Russian).
7. Vasilkov Yu. V., Vasilkova N. N. (2001) *Computing Technologies in Mathematical Modeling*. Moscow, Finansy i Statistika Publ. 256 (in Russian).
8. Zatsiorsky V. M., Aruin A. S., Seluyanov V. N. (1981) *Biomechanics of Human Motor Apparatus*. Moscow, Fizkultura i Sport Publ. 143 (in Russian).
9. Dubrovsky V. I., Fedorova V. N. (2003) *Biomechanics*. Moscow, VLADOS-PRESS Publ. 672 (in Russian).
10. Zagrevsky V. I. (1994) *Programming of Sportsmen Training Activity on the Basis of Imitation Modeling of Human Motions While Using Electronic Computer*. Moscow. 47 (in Russian).
11. Zagrevsky V. I., Lavshuk D. A., Zagrevsky O. I. (2000) *Development of Optimum Techniques for sports Exercises While Carrying out Computational Experiment with the Help of Personal Computer*. Mogilev, Mogilev State University named after A. A. Kuleshov. 190 (in Russian).

Received: 30.03.2016

Accepted: 31.05.2016

Published online: 28.07.2017